

**TESIS DOCTORAL**



**Doctorado en Educación**

**LA YUPANA, MATERIAL MANIPULATIVO  
PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.  
Justicia social y el cambio educativo en  
niños de las comunidades quechuas alto  
andinos del Perú**

**Herbert Jhon Apaza Luque**

**Director: Dr. Santiago Atrio Cerezo**

Departamento de Didácticas Específicas  
FACULTAD DE FORMACIÓN DE PROFESORADO Y EDUCACIÓN  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

2017



*A los alumnos del Centro Escolar N° 56392 de Kayno, Livitaca- Cusco. Matriculados los años 2006-2008.*

*A los alumnos y profesores de los centros de: Surimana, Tungasuca, Pampamarca, Pabellones, Yanaoca (N° 56107), Pongoña, Huinchiri, Chirupampa, Pataqueña, participantes del Proyecto “Yupana para la educación matemática cultural andina” – 2015.*



## **ÍNDICE GENERAL**

<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>13</b>
<b>Capítulo 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>17</b>
<b>Capítulo 2. BASES TEÓRICAS DE JUSTICIA SOCIAL .....</b>	<b>31</b>
<b>2.1. El reconocimiento y el multiculturalismo en Charles Taylor .....</b>	<b>33</b>
2.1.1. Taylor en la historia de la filosofía .....	33
2.1.2. Ideas epistemológicas de Charles Taylor: metodología .....	38
2.1.3. Ideas antropológicas de Taylor: psicología, sociología y ontología.....	40
2.1.4. Ideas morales de Taylor: autenticidad.....	44
2.1.5. Ideas jurídicas de Taylor: derecho Justicia y política.....	45
2.1.6. Multiculturalismo y reconocimiento político .....	48
<b>2.2. La lucha por el reconocimiento de Alex Honneth .....</b>	<b>49</b>
2.2.1. El reconocimiento en Honneth .....	49
2.2.2. Críticas de Honneth a Habermas.....	51
2.2.3. Concepto de reconocimiento en la Filosofía Moral.....	52
2.2.4. Tres niveles de reconocimiento intersubjetivo.....	54
2.2.5. Justicia social desde el la lucha por el reconocimiento .....	58
<b>2.3. Concepción de Justicia social en el pensamiento de John Rawls .</b>	<b>61</b>
2.3.1. Introducción.....	61
2.3.2. Ideas fundamentales sobre Justicia como equidad.....	62
2.3.3. Principios de la Justicia .....	65
2.3.4. Los menos aventajados .....	69
2.3.5. Posición original .....	71
<b>2.4. Justicia como Redistribución, Reconocimiento y Representación .....</b>	<b>73</b>
2.4.1. Primera aproximación de la Justicia: redistribución y reconocimiento .....	73

2.4.2. Segunda aproximación de la Justicia: redistribución, reconocimiento y participación.....	76
<b>2.5. Lucha por el reconocimiento de la Justicia cultural en Perú.....</b>	<b>79</b>
2.5.1. Corrientes ideológicas peruanas: Gonzales Prada.....	79
2.5.2. Movimientos por la lucha del reconocimiento de la Justicia cultural: Asociación Pro-Indígena.....	80
2.5.3. Justicia cultural y Justicia Social en José Carlos Mariátegui.....	81
<b>2.6. La filosofía y la racionalidad andina .....</b>	<b>88</b>
2.6.1. Racionalidades: occidental y andina.....	90
2.6.2. Configuración geográfica de los Andes .....	91
2.6.3. Los procedimientos y actitudes de las racionalidades: Occidental y Andina.....	92
2.6.4. Presupuestos de la filosofía andina .....	93
2.6.5. Relacionalidad del todo: la lógica andina.....	97
2.6.6. Principios fundamentales de la racionalidad andina .....	101
2.6.7. Aproximación de la concepción de Justicia social desde el paradigma de la racionalidad andina .....	102
<b>Capítulo 3. CAMBIO EDUCATIVO Y JUSTICIA SOCIAL.....</b>	<b>105</b>
<b>3.1. Cambio educativo y educación para la Justicia social .....</b>	<b>107</b>
3.1.1. El concepto de Justicia social en educación.....	107
3.1.2. Educación para la Justicia Social .....	110
3.1.3. Escuelas justas para la Justicia social .....	114
<b>3.2. Una aproximación al análisis de la crisis educativa .....</b>	<b>116</b>
3.2.1. La influencia del poder en educación .....	116
3.2.2. Los profesores como intelectuales transformativos .....	118
3.2.3. Currículo .....	122
3.2.4. La Escuela.....	124
<b>3.3. Una mirada de la educación peruana desde el pensamiento pedagógico de José Antonio Encinas .....</b>	<b>129</b>

3.3.1. La escuela social en José Antonio Encinas .....	130
3.3.2. La escuela rural .....	130
3.3.3. Evaluación.....	132
<b>Capítulo 4. EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y ETNOMATEMÁTICA PARA LA JUSTICIA SOCIAL .....</b>	<b>135</b>
<b>4.1. Educación matemática para la Justicia social.....</b>	<b>137</b>
<b>4.2. Educación matemática equitativa/pedagogía matemática equitativa.....</b>	<b>138</b>
4.2.1. La equidad en educación matemática .....	138
4.2.2. La alfabetización matemática.....	141
<b>4.3. Educación matemática liberadora/ educación matemática cultural .....</b>	<b>142</b>
4.3.1. Etnomatemática.....	142
<b>4.4. Educación matemática democrática/pedagogía participativa .</b>	<b>147</b>
4.4.1. Relación de la educación matemática y la democracia.....	147
4.4.2. Complejidad de la sociedad de información .....	148
4.4.3. Participación de todos para el beneficio de todos.....	149
4.4.4. ¿Cómo se concretan los procesos de participación en una pedagogía democrática?.....	150
<b>4.5. Metodología constructivista de la educación matemática cultural. Enculturación matemática.....</b>	<b>151</b>
4.5.1. La cultura.....	151
4.5.2. La Educación Matemática .....	153
4.5.3. Uso de la lengua originaria y segunda lengua.....	156
4.5.4. Algunos modelos explicativos sobre la cosmovisión andina .....	160
4.5.5. Las actividades matemáticas .....	163
4.5.6. Valores de la cultura matemática.....	167
4.5.7. Niveles para la construcción de conocimientos y saberes .....	170
4.5.8. Uso de materiales concretos: La Yupana .....	172

4.5.9. Alternativa metodológica para el tratamiento de las actividades matemáticas .....	173
4.5.10. El currículo en la educación matemática.....	180
4.5.11. Procesos de la enculturación matemática.....	181
<b>Capítulo 5. SABERES MATEMÁTICOS ANDINOS.....</b>	<b>187</b>
<b>5.1. las cantidades y sistemas de numeración usados por los andinos .....</b>	<b>189</b>
5.1.1. El proceso de contar .....	189
5.1.2. Variedad de la numeración decimal quechua .....	194
<b>5.2. Otros sistemas de numeración quechua: binario, ternario, quinario y octonario .....</b>	<b>198</b>
5.2.1. El sistema binario y octonario.....	198
5.2.2. El sistema ternario: proceso de conteo “lunis par” .....	200
5.2.3. El sistema quinario .....	201
<b>5.3. El Sistema Geométrico Proporcional de Medidas .....</b>	<b>203</b>
5.3.1. Postulados de la génesis de la matemática andina.....	203
5.3.2. Concepto del uso de la unidad.....	204
<b>5.4. Medidas etnohistóricas de la provincia de canas .....</b>	<b>206</b>
<b>5.5. Medidas de longitud y pesas Incas en la provincia de Canas.....</b>	<b>209</b>
5.5.1. Medidas del hilado: Hilawi, Lawchu.....	209
5.5.2. La actividad del enmadejado del hilo: “tela aysay” .....	210
5.5.3. La confección de bayetas.....	212
5.5.4. Comercialización de la coca: Kuka rantikuy. ....	212
5.5.5. El corte de cebada: siwara ichhuy.....	124
5.5.6. Construcción del puente colgante Q’eswachaka: chaka ruway ....	217
<b>5.6. Representación de medidas de longitud y pesas.....</b>	<b>219</b>
<b>Capítulo 6. LA YUPANA Y EL KHIPU .....</b>	<b>229</b>
<b>6.1. La Yupana .....</b>	<b>231</b>
6.1.1. Antecedentes.....	231



6.1.2. Fuentes lingüísticas: términos Yupani, Yupana y Yupanqui .....	231
6.1.3. El término Yupanqui en las crónicas .....	232
6.1.4. Fuentes escritas: la Yupana en las crónicas de los siglos XVI y XVII .....	233
6.1.5. Fuentes arqueológicas: uso de las tablas y su relación con la Yupana.....	237
6.1.6. Antiguos tableros con casilleros.....	238
<b>6.2. Interpretaciones del tablero y funcionamiento de la Yupana ...</b>	<b>244</b>
6.2.1. Estructura y organización de los números en la cultura andina por Emilio Mendizábal .....	244
6.2.2. Interpretación del tablero de Guaman Poma por Henry Waseén.....	244
6.2.3. Notación simbólica en la interpretación del tablero de Diego Pareja .....	245
6.2.4. Interpretación del tablero de Carlos Radicati .....	246
6.2.5. La propuesta de Yupana de William Burns .....	246
6.2.6. Solución de Nicolino De Pasquale .....	247
<b>6.3. Propuestas de adaptación pedagógica de la Yupana en la educación matemática .....</b>	<b>248</b>
6.3.1. Yupana adaptada por Martha Villavicencio .....	248
6.3.2. Yupana: el khipu de piedrecitas de Andrés Chirinos.....	250
6.3.3. Yupana ancestral adaptado por Jesús Ríos.....	252
6.3.4. Adaptación pedagógica de la Yupana Multibase .....	253
<b>6.4. Los Khipus.....</b>	<b>256</b>
6.4.1. Khipukamayuq, khipuq .....	257
6.4.2. Distintas fuentes que informan sobre los Khipus .....	259
6.4.3. Descripción de los khipus .....	262
6.4.4. Los khipus numéricos.....	264
6.4.5. Relación entre el khipu y la Yupana .....	265

<b>6.5. La Yupana en Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo e Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum .....</b>	<b>265</b>
6.5.1. Breve historia y vida de Blas Valera.....	266
6.5.2. Yupana en “Exsul Immeritus” .....	267
6.5.3. La Yupana en “Primer nueva crónica y buen gobierno”: cálculo literario.....	270
6.5.4. Descripción y funcionamiento de la Yupana conforme a los documentos de “Exsul Immeritus” .....	273
<b>6.6. Empleo pedagógico de la Yupana Multibase .....</b>	<b>277</b>
6.6.1. Elaboración del material .....	277
6.6.2. Secuencia de actividades pedagógicas con el uso de la Yupana...	278
6.6.3. Actividades con apoyo de la Yupana.....	280
6.6.4. Aplicación de la alternativa metodológica y uso de la Yupana .....	306
<b>7. CONCLUSIONES .....</b>	<b>307</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>325</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 2.1.</b> Estructura de las relaciones de reconocimiento social.....	57
<b>Tabla 2.2.</b> Presupuestos de la racionalidad andina.....	97
<b>Tabla 2.3.</b> Principios fundamentales de racionalidad andina.....	102
<b>Tabla 4.1.</b> Escenarios lingüísticos de lengua originaria y el castellano (Ministerio de Educación, 2013).....	159
<b>Tabla 4.2.</b> Meses del año andino y caracterización ecológica productiva.....	161
<b>Tabla 5.1.</b> Noción de cantidad para los jesuitas de 1700.....	190
<b>Tabla 5.2.</b> Numerales de algunas variedades del quechua (de uno al diez).....	195
<b>Tabla 5.3.</b> Medidas de superficie.....	198
<b>Tabla 5.4.</b> Medidas de peso y capacidad a base de cesto.....	199
<b>Tabla 5.5.</b> Medidas de peso: equivalencias con medidas occidentales.....	199
<b>Tabla 5.6.</b> Medidas de capacidad a base de una fánega.....	199
<b>Tabla 5.7.</b> Medidas de capacidad a base de una canasta.....	200
<b>Tabla 5.8.</b> Medidas de longitud a base de hilos.....	200
<b>Tabla 5.9.</b> Comparación entre la unidad y sistema de Medidas Andinas con las Occidentales .....	204
<b>Tabla 6.1.</b> Distribución de las palabras sacras (palabras cardinales) y cantidades silábicas del canto Sumaq Ñusta.....	272
<b>Tabla 6.2.</b> Significado de los números en la representación de los tiqsisimi (según Valera, 1618) .....	272
<b>Tabla 6.3.</b> Distribución de nudos y colores por cuerdas de colores del khipu seq'ekuna.....	275
<b>Tabla 6.4.</b> Distribución de cuerdas y nudos por colores del khipu seq'ekuna .....	275

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 4.1.</b> Concepción de educación matemática cultural .....	153
<b>Figura 4.2.</b> Tratamiento pedagógico de las actividades matemáticas .....	173
<b>Figura 5.1.</b> Representación gráfica de las medidas de superficie Inca.....	207
<b>Figura 5.2.</b> Mediciones empleadas por los Canas.....	228
<b>Figura 6. 1.</b> Dibujo de Guaman Poma y la representación de la Yupana...	236
<b>Figura 6. 2.</b> Tallado similar a la Yupana descrito por Chordeleg .....	239
<b>Figura 6 3.</b> Tableros de Cuenca.....	239
<b>Figura 6. 4.</b> Tablero de madera de Chan-Chan.....	240
<b>Figura 6. 5.</b> Tablero de piedra de Áncash.....	240
<b>Figura 6. 6.</b> Tablero de piedra de Callejón de Huaylas.....	241
<b>Figura 6. 7.</b> Tablero de arcilla Paracas (Pisco).....	241
<b>Figura 6. 8.</b> Tablero de piedra de Áncash descrito por E. Nordenskiöld...	242
<b>Figura 6. 9.</b> Tablero de hueso de cachalote de Cárhua (Pisco).....	242
<b>Figura 6. 10.</b> Vasija mochica con la representación de un tablero .....	243
<b>Figura 6. 11.</b> Representación de un cántaro mochica cuyos escaques están formados por varillas .....	243
<b>Figura 6. 12.</b> Propuesta de tablero según H. Waseén .....	245
<b>Figura 6. 13.</b> Propuesta de tablero según C. Radicati .....	256
<b>Figura 6. 14.</b> Interpretación del tablero según W. Burns .....	247
<b>Figura 6. 15.</b> Adaptación pedagógica de la yupana según Villavicencio....	249
<b>Figura 6. 16.</b> Adaptación del tablero de la yupana según A. Chirinos .....	251
<b>Figura 6. 17.</b> Tablero de la yupana según J. Ríos.....	253
<b>Figura 6. 18.</b> Adaptación pedagógica de la Yupana Multibase.....	254
<b>Figura 6. 19.</b> Tablero de la Yupana de base: 2; 3; 4; 10.....	256
<b>Figura 6.20.</b> Ordenanza de la prohibición y destrucción de los khipus ....	261
<b>Figura 6.21.</b> Multiplicación con piedrecillas según B. Valera .....	268
<b>Figura 6.22.</b> Representación del canto sumaq ñusta en la yupana.....	271

## **AGRADECIMIENTOS**

---

*Anchatan añanchakuní tukuy sunquymanta llapallan  
runamasiykunata, kay qilqa mayt'u tukuysiqaykichickmanta.*

Agradezco de corazón a todas las personas que han posibilitado  
la realización de esta tesis doctoral.

Agradezco al gobierno de Perú por concederme la Beca  
“Presidente de la Republica” mediante el Programa Nacional de  
Becas y Crédito Educativo - PRONABEC que me permitió  
realizar este estudio.

En primer lugar quiero agradecer a mi asesor y amigo Dr. Santiago Atrio  
Cerezo, por la transmisión de la gran calidad humana que tiene, por  
compartir sus experiencias y actividades profesionales, por apasionarse con  
el material de la Yupana, agradezco las amenas reuniones de asesoría, por  
confiar en mí, sobre todo por sus constantes ánimos para continuar ante las  
dificultades.

A mi amigo y colega Gustavo Bruno, por haber compartido esta experiencia  
investigativa de cerca, además del interés académico que nos une “la  
Educación Matemática para la Justicia Social”. Mi agradecimiento especial por  
haber leído y corregido mis textos borradores, sus valiosas sugerencias  
aportaron en la culminación de este trabajo.

A la Dra. Nina Hidalgo, por compartir sus conocimientos, por su apoyo moral en la culminación de este trabajo, por sus consejos y sugerencias en la realización de la fase final de este trabajo.

Al Dr. Javier Francisco Murillo, por compartir sus conocimientos, por sus preguntas sagaces y desafiantes que animan a sumergirse en el mundo de la investigación, por sus enseñanzas, por el cuidado en dar una respuesta “si, pero no”, agradezco porque a través de sus acciones nos inspira un camino por el cual recorrer.

A la Dra. Reyes Hernandez, por compartir sus conocimientos, por transmitir su alegría en las actividades académicas, por sus valiosos consejos.

Al Dr. Manuel Álvaro Dueñas, por su amistad, por permitirme compartir en sus clases con sus estudiantes de grado de Facultad de Formación del Profesorado.

A todos mis compañeros doctorandos(as) y doctores(as) que compartimos los seminarios de justicia social del grupo GICE, a Eunice, María Angélica, Haylen, Cynthia, Guillermina, Ester, Miguel, Inmaculada, Chistina, Ana Irene, Ángel, Raquel e Irene.

Mi especial agradecimiento a la Dra. Martha Villavicencio por su valioso apoyo en la realización del seminario taller en Canas (dirigidos a docentes), por sus aportes en la realización del trabajo de campo, por la comunicación constante y el interés por el trabajo realizado.

A mi amigo Holger Saavedra, por la pasión y entrega a las causas sociales, por mantener vivo las esperanzas de retomar el proyecto ESMED, y el desarrollo de la matemática andina.

A mi buen amigo Julio Adalberto Tumi, por su amistad, por el compromiso con la causa investigativa de la matemática andina y compartir sus trabajos.

A los estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de San Antonio del Cusco sede Canas que han colaborado en la aplicación de los instrumentos de la investigación a Edgar, Yolinda, José Carlos, Roger, Rosa Nancy, Pablo Henry y Jhon Amilcar.

Al Ex Director de la UGEL Canas, Roger José Huillca Curse, por su interés y compromiso en los objetivos del estudio de campo, por su cooperación directa para la organización del seminario taller, posteriormente la

elaboración del proyecto “Yupana para la educación matemática cultural andina” (YEMCA) y la ejecución de la misma.

Al equipo directivo y pedagógico de la UGEL Canas: José Fernández, Jesús Noé, Darío, Rubén, Percy, David Jacinto, que tuvieron una participación activa en el proyecto YEMCA.

A los directores, profesores y alumnos de los centros de: Surimana, Tungasuca, Pampamarca, Pabellones, Yanaoca (N° 56107), Pongoña, Huinchiri, Chirupampa y Pataqueña participantes del Proyecto “Yupana para la educación matemática cultural andina” – 2015.

Mi agradecimiento profundo a mi padre Juan Bautista, mi madre Francisca, mis hermanos: José Carlos, Carina y Edwin Marco por su constante aliento, amor y confianza a la distancia.

Finalmente a mi pareja y compañera de vida, Margot Alicia, por brindarme su comprensión, amor, apoyo y aliento en cada paso de este camino. Agradezco por leer mis resúmenes por sus aportaciones, por compartir desde la distancia la realización de esta tesis.





## **Capítulo 1.**

# **INTRODUCCIÓN**

---

Esta tesis doctoral se fundamenta en la experiencia vivida por el doctorando como educador en las poblaciones andinas de Canas (Perú) durante más de diez años. Contiene una revisión teórica de las bases que sostienen una práctica de la educación matemática intercultural en pro de la Justicia social. Con estas bases se ensaya una propuesta de uso pedagógico del material de la Yupana.

Las ideas que inspiraron la reflexión sobre los distintos apartados de este trabajo tienen que ver con el compromiso social o comunitario, los intereses y las demandas educativas, de las poblaciones andinas.

El 12 de mayo del 2006, se pone en marcha por primera vez la escuela secundaria en la comunidad de Kayno, una comunidad bastante alejada de la población urbana y de los medios de comunicación, donde el doctorando tuvo ocasión de colaborar. De forma paralela se iniciaba el trabajo en otros veinte centros de cinco regiones del país (Perú): Puno, Cusco, Piura, Amazonas y San Martín, cuatro centros por cada región. El mencionado evento fue parte del proyecto educativo piloto denominado “Educación Secundaria con Metodología a Distancia” (ESMED) en el marco del Proyecto Educativo Rural (PEAR) promovido por el Ministerio de Educación durante

los años 2006-2008. Este acontecimiento es particularmente importante porque pretendía ajustar los procesos educativos al contexto cultural y la dinámica de las actividades comunitarias tanto de la educación primaria como de la secundaria. Su validación permitiría contar con decenas de centros similares en todo el país, proporcionando además las condiciones de infraestructura e implementación, con materiales educativos pensados a partir del contexto cultural, la formación de los maestros que asumirían esta función, y la estrecha participación de la comunidad.

Después de importantes avances y resultados exitosos, se ha interrumpido su culminación por decisiones políticas y cambios de gobiernos. La validación de este modelo favorecía el acceso a una educación de calidad a una gran parte de la población que ha sido desatendida históricamente. Los reducidos cálculos presupuestarios al sector educativo, posiblemente determinaron su interrupción el año 2007. Para muchos de los que hemos formado parte de este proyecto: profesores, pobladores de las comunidades campesinas, autoridades educativas y los jóvenes que habían terminado sus estudios de educación primaria, ha sido una frustración más de un sueño que se había generado. Esta razón es uno de los motivos por la que hemos decidido ocuparnos del tema que se presenta en esta tesis: para fundamentar académicamente el marco teórico sobre el que intervenir en el terreno.

El interés por investigar sobre los materiales educativos etnomatemáticos, se vio favorecido por las discusiones llevadas a cabo con los estudiantes de formación del profesorado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco en la sede Canas. Durante el curso 2012 le tocó a este doctorando impartir las asignaturas de “Educación matemática I y II” y “Didáctica de la educación matemática I y II”. En este contexto decidimos reflexionar sobre los principios que orientan la práctica educativa de las matemáticas escolares y la conveniencia de elaborar materiales manipulativos concretos para resolver algunas situaciones didácticas complejas y concretas de las aulas andinas. Entre los materiales manipulativos que formaron parte de esos trabajos estaba justamente la Yupana, utilizada de la forma propuesta por la Dra. Martha Villavicencio.

Las dificultades identificadas tras su uso, nos inspiraron para esbozar y pensar en otras formas de utilizar el material manipulativo. Del mismo modo que el algoritmo tradicional no es único y puede complementarse con otras formas de interpretar dicho procedimiento de cálculo, la interpretación del

uso de la Yupana puede ser diferente y didácticamente adecuado. La intención de esta tesis es proporcionar un funcionamiento que amplíe sus posibilidades pedagógicas no la búsqueda de la forma ancestral de uso de la herramienta.

En el año 2013, participamos en un proyecto de elaboración de materiales educativos para siete grupos étnicos, proyecto impulsada desde la Dirección General de Educación Intercultural, Bilingüe y Rural (DIGEIBIRA). La elaboración de materiales educativos comprende textos de educación inicial y de primaria en cada una de las siete lenguas originarias: Shawi, Awajún, Shipibo, Ashaninka, Aimara, Quechua Chanka y Quechua Cusco Collao, en el área Matemática.

La colaboración en esta tarea nos permitió trabajar directamente con profesores elaboradores de los materiales de los grupos culturales quechua Chanka, quechua Cusco Collao y el Aimara; sosteniendo reuniones para que el material incorpore una pertinencia cultural, lingüística y pedagógica, además de la incorporación de conocimientos, saberes y valores matemáticos locales andinos. En este proceso se percibió la necesidad de contar con materiales concretos que apoyen el desarrollo de las actividades que se proponía en los textos.

En este estudio se pretende de alguna forma someter a un análisis la labor realizada a fin de conocer las ventajas adquiridas, los errores cometidos, las deficiencias y los obstáculos percibidos en esta tarea.

Este análisis no persigue una crítica demoledora de los actuales procesos educativos. Consideramos que es necesario identificar algunos elementos, señalar otras rutas, reconocer los ideales producidos históricamente por los distintos grupos culturales, que permitan orientar hacia el “buen vivir” comunitario en el caso de la población andina, lo que equivale a orientar el sentido de la educación para la Justicia social.

Lo expuesto hasta aquí, motivó la realización de esta investigación, que como acabamos de decir consiste en la búsqueda de la fundamentación teórica de una educación matemática intercultural orientada “hacia el buen vivir”, traducida en una educación matemática para la justicia social. Esta búsqueda nos proporciona la comprensión de un conjunto de elementos a la que denominamos bases teóricas que fundamentan el proceso de la acción educativa en la educación matemática con perspectiva cultural a la que se

denomina en el ámbito académico como “etnomatemática”. En base a esta comprensión se propone el uso pedagógico del material manipulativo de la Yupana, procurando ampliar sus aplicaciones.

Los hallazgos del presente estudio pretenden ser útiles además de para la generación del debate en el campo académico; para el profesorado que trabaja con niños de educación primaria en un contexto socio cultural andino. Se espera se beneficie a los pobladores de las comunidades que de alguna manera se verán reflejadas en la valoración de sus formas de vivir, pensar, hacer, que tiene que ver en la formación escolar de sus hijos. Por supuesto el eje central son los estudiantes, a los que se pretende empoderar en su autoestima como miembros de una comunidad, la identificación con los problemas, con su historia, finalmente su propia voz, orientadas a vivir en respeto mutuo con los suyos y los integrantes de otras comunidades.

Esta revisión teórica tiene el propósito de transformar parte de la realidad especialmente del grupo cultural andino. El objetivo del presente estudio es comprender las bases teóricas de una educación matemática para la justicia social. Para concretar la acción pedagógica se describen los elementos que componen una metodología constructivista con enfoque de educación matemática cultural y Justicia social. Finalmente propondremos el uso pedagógico de la Yupana para las actividades de cantidad y los cálculos aritméticos en la formación de la educación primaria.

El resultado de esta revisión de las bases teóricas fundamenta la aplicación de un estudio de campo, con estudiantes quechuas alto andino de Canas (Perú).

Al presentar una revisión de las bases teóricas que deben servir para dar sentido al proceso educativo, al que denominamos una educación para la justicia social, podemos fundamentar los elementos que constituyen una educación matemática y etnomatemática para la Justicia social, y en base a los fundamentos y criterios anteriores se propone la interpretación del uso de instrumentos científicos precolombinos, en concreto de la Yupana (tablero de cuentas del Tawantinsuyu).

Las primeras citas de esta herramienta de cálculo datan de lo aportado en las crónicas como: José de Acosta, en su obra “Historia Natural y Moral de las Indias” publicado el año 1589; Garcilaso de la Vega en su obra “Los comentarios reales de los incas” en 1609; y Felipe Guaman Poma de Ayala en

la obra "Primer nueva crónica y buen gobierno" escrita en 1615, pero conocida en el ámbito académico en el año 1912. En ellos se describe la Yupana simplemente como un tablero para contar. Los manuscritos de Poma de Ayala fueron presentados en el Congreso de Americanistas de Londres, siendo desconocidos hasta entonces y posteriormente publicados en 1936 por el Instituto de Etnografía de París. A partir de ese momento otros investigadores se han preocupado de ensayar interpretaciones, propuestas y adopciones metodológicas en el campo educativo, pero sin la profundidad de un trabajo doctoral, didáctico específico.

Entre los investigadores que han teorizado sobre el uso de la Yupana, la tesis estudia el trabajo de Henri Wassen y su publicación "The Ancient Peruvian Abacus" en 1931; Carlos Radicati de Primeglio dedica a la Yupana su libro "El sistema contable de los Incas" en 1965, trabajando en el tema durante más de 10 años; Emilio Mendizábal Lozack dedicó a la Yupana un capítulo de su tesis doctoral en 1971. Williams Burns Glynn en el 2002 en su trabajo "Decodificación de los Quipus" desarrolla su visión sobre el uso del ábaco. Hugo Pereyra Sánchez en 1990 presenta su trabajo de investigación "La Yupana, complemento operacional del quipu". Faustino Ccama, presentó su artículo "Ábaco andino, instrumento andino ancestral de cómputo", describiendo las instrucciones de una Yupana etnográfica del pueblo de Itujata, Potosí, Bolivia.

El primer esfuerzo por utilizar la Yupana en el sistema escolar como material de apoyo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática lo ha producido la ya citada doctora Martha Villavicencio Ubillús y el equipo de profesores colaboradores que ensayaron en 1986, con niños de Puno - Perú. El sistema que hemos propuesto en este estudio es distinto al propuesto por la doctora Villavicencio y como también hemos comentado no es intención de esta tesis conocer cómo se usó la herramienta en época precolombina sino en hacer ver al alumnado que no existe una única forma de realizar los cálculos, algoritmos, como tampoco un único material manipulativo para trabajar estas metodologías.

Posteriormente en Cusco a partir de 1992 un grupo de científicos quechuas comienzan a recopilar información sobre el conocimiento científico ancestral de las raíces mismas de la cultura andina. Decenas de pueblos alto andinos son visitados para averiguar sobre los algoritmos de las operaciones aritméticas ancestrales. Son publicados sus trabajos y los principales

hallazgos de esta investigación en 2012. Revelan entre otras cosas, que en el tiempo de los incas existían procedimientos para realizar operaciones aritméticas bajo un mismo algoritmo sobre una Yupana que se imagina trazada sobre el “suelo”, así como también se realizaba sobre un tablero que era utilizado por los especialistas (calculistas o maestros del cálculo).

La investigación pretende acercarse a los diversos métodos pedagógicos de la cultura quechua para, actualizarlos, proponerlos como complemento en la formación del alumnado de las regiones alto andinas así como del resto del sistema educativo del país.

Con este trabajo se pretende fundamentar el funcionamiento de la Yupana, como un material didáctico de apoyo en la formación de conceptos y procedimientos de número y operaciones aritméticas, en el marco de la educación matemática de enfoque intercultural, entendida como la apropiación de los saberes y conocimientos de la localidad o realidad de actuación educativa específica. Tales como la lengua, la cosmovisión de la realidad, las tecnologías de uso para resolver distintas situaciones, etc.

La aplicación del trabajo de campo se realizará en instituciones educativas de contexto quechua, previstas en este caso en el ámbito de la Unidad de Gestión Educativa de Local de Canas, de la Región Cusco, País Perú.

El **enfoque** que hemos optado para esta investigación es el cualitativo y empleamos la técnica de revisión de documentos a través de un diario de actividades. Pretendemos comprender las bases teóricas para interpretar las prácticas que se producen en el proceso educativo. En concreto para posibilitar el uso pedagógico del material de la Yupana en las actividades matemáticas relacionadas a la cultura matemática. Además pretendemos que esta práctica educativa oriente a un contexto del “buen vivir” (suma qawsay) interpretada desde una visión de la educación para la justicia social.

Se ha optado por el enfoque cualitativo porque se desea describir las distintas interpretaciones relacionadas a las concepciones del sentido de la educación escolar y su función social como una institución que pertenece a la “sociedad” o comunidad culturalmente definida.

La técnica de revisión de documentos trabaja sobre cualquier tipo de material que haya sido elaborado por otras personas y que hacen referencia al caso estudiado como sostendría Coller (2000), en este caso se trata de

documentos que sirven como fuente de información de primer orden, en la medida de que ayudan a formarse ideas y situaciones que se han observado o analizado, pero no son objeto de análisis primario.

Los documentos que hemos revisado como fuentes bibliográficas generales consisten en informe de cronistas de los siglos XVI y XVII, diccionarios lingüísticos de lenguas originarias como el Quechua y el Aimara, artículos académicos, documentos gráficos y otros.

Además hemos revisado los documentos específicos que corresponden a producidos por el Ministerio de Educación a través de la DIGEIBIRA, documentos regionales y locales del contexto de andino, entre ellos citamos: los cuadernos de trabajo de estudiantes en la lengua originaria quechua de primero a cuarto grados de educación primaria; el Proyecto Educativo Local de Canas al 2021, que contiene la visión, misión y ejes estratégicos, estrategias y políticas educativas que orienta la gestión pedagógica de las instituciones educativas comprendidas en la UGEL Canas; los resultados regionales y provinciales sobre los aprendizajes en matemáticas, aplicados a los estudiantes de segundo grado de educación primaria, referidos a situaciones de cantidad, prueba administrada por el sistema de evaluación peruano denominado “Evaluación Censal de Estudiantes” durante los años 2013, 2014 y 2015; las orientaciones para el apoyo pedagógico “Rutas de aprendizaje” de primero a sexto grado de primaria; la información estadística educativa del profesorado y alumnado de la UGEL Canas (base de datos de la unidad de estadística educativa).

- Para lograr los objetivos planteadas hemos organizado un plan de revisión de fuentes documentales.
- Para la organización, descripción y análisis de los textos seleccionados, nos hemos desplazado por los espacios entre bibliotecas nacionales españolas y las bibliotecas nacionales peruanas.

Se ha dado comienzo con las revisiones principalmente en las bibliotecas especializados de la Universidad Autónoma de Madrid, durante los años 2014 a 2017.

La Biblioteca de Filosofía, para consultar los textos relacionados a las teorías de la justicia social, entre ellas las obras de: Charles Taylor (1983); John

Rawls (1971, 2002), de Alex Honneth (1997, 2006), de Nancy Fraser (2006, 2008) y otros.

La Biblioteca de Ciencias, para consultar temas relacionados a historia de la matemática, centradas en la evolución de la historia de los números en las principales culturas del mundo, como los trabajos realizados por Georges Ifrah (1997) y otros.

La Biblioteca de Educación, donde hemos concentrado nuestros esfuerzos esencialmente enfocados en la revisión de las bases teóricas de la educación matemática, las teorías constructivistas referidas a la práctica educativa y las teorías constructivistas de Piaget y de Dienes. En relación a las matemáticas hemos seguido el enfoque de la educación matemática cultura del Alan Bishop (1999, 2000) y Ubiratan D'Ambrosio (2007); el enfoque la educación matemática crítica: democracia y participación ciudadana de Ole Skovsmose (2007), Paola Valero (2007) y otros, que consultamos en esta biblioteca.

Otro espacio importante de búsqueda y revisión ha sido la Biblioteca Nacional de España, principalmente nos hemos enriquecido con los textos relevantes de la sección de autores latinoamericanos y peruanos. Obras que nos aportan en la reflexión del contexto de la realidad latinoamericana y peruanas, tales como las obras de: José Calos Mariátegui (1928, 1981), José Maria Arguedas (1975), José Antonio Encinas (1932), Carlos Milla (1983), Maria Rostworowski (1960), etc.

También hemos revisado fuentes en los archivos históricos de la Compañía de Jesús en Alcalá de Henares de España, en la sección de escritores y escritos de P.P. H.H. de la Compañía de Jesús, con el propósito encontrar registros relacionados a los instrumentos ancestrales, en esta encontramos cartas inéditas aportados por José de Acosta y Álvarez Baltazar, sin embargo no se encontró información relacionada con la Yupana, el khipu u otros.

También hemos revisado textos relacionados a nuestro estudio en la Biblioteca Nacional de Perú en Lima, durante una corta estancia en el mes de marzo del 2015. En ella revisamos principalmente información relacionada las investigaciones y trabajos correspondientes a la Yupana como instrumento Pedagógico. Las principales obras que se han revisado son los trabajos de Martha Villavicencio (1983, 2005, 2013); el trabajo de Andrés Chirinos (2010); las obras y guías publicadas por el Ministerio de Educación (2013).



También se han visitado las Biblioteca Regional de Bartolomé de las Casas de Cusco y la Biblioteca Privada de la Asociación Pukllasunchis de Cusco; se han consultado las obras de Gary Urton (2003, 2005) y otros relacionados.

Además de la consulta de los artículos y documentos depositados en la web, complementando la revisión de las bases teóricas presentados en este estudio.

Otra de las actividades que forman parte de la maduración de ideas, son las reuniones sostenidas en el “Seminario de justicia social” integrado por doctorandos y profesores investigadores de la Facultad de Formación del Profesorado y Educación, bajo la dirección de Javier Murillo Torrecilla coordinador general del grupo de investigación “Cambio Educativo para la Justicia Social” y Reyes Hernández también parte de la dirección de GICE. La participación activa junto a los integrantes que venimos trabajando en esta línea de investigación han contribuido en la formación como investigador, buena parte de las reflexiones en esta tesis son producto de las reuniones de los días martes.

### **Análisis de la tesis por capítulos:**

En el **capítulo uno**, presentamos las motivaciones que nos conducen a realizar este estudio. También se exponen las complicaciones que se han presentado y sirve para fijar los puntos que se abordan, así como la metodología que hemos seguido. En suma se adelanta el recorrido breve de la investigación.

En el **capítulo dos** presentamos las bases filosóficas que sustentan una aproximación a la concepción Justicia social. Esta aproximación conceptual entendemos en este trabajo como el entretejido de una triple dimensión: reconocimiento, redistribución y representación/participación. En la dimensión del reconocimiento, se considera las concepciones de identidad, comunidad y libertad como elementos esenciales del reconocimiento en una sociedad multicultural, aportada en los trabajos de Charles Taylor (1983). Apoyan esta línea la constitución de los tres niveles del reconocimiento intersubjetivo: el amor, el derecho y la solidaridad, contemplados en los trabajos de Alex Honnneth (1983). Complementamos esta concepción con los trabajos de José Carlos Mariátegui que incorpora el término quechua “Ayllu” (organización comunitaria), considerando como la base de la organización

social y la actividad agraria como núcleo de la organización económica de la población andina.

Se describe la dimensión de la redistribución bajo los planteamientos de John Rawls (1971, 2002), planteada la Justicia como equidad bajo tres criterios: pensada para una sociedad democrática, siendo sus instituciones una estructura básica en cooperación y de valores morales basados en el liberalismo político.

Finalmente describiremos los planteamientos de Nancy Fraser (2006; 2008), la teoría de la justicia en tres dimensiones: redistribuciones en la esfera económica, el conocimiento en el ámbito sociocultural y la representación en el plano político. Para la aplicación de la concepción de Justicia social a la educación, los autores Javier Murillo y Hernández Castilla (2011, 2014) sostienen la necesidad de considerar estas tres dimensiones en la acción educativa.

En el **capítulo tres** analizamos la relación y justificación del cambio educativo para la Justicia Social profundizando la necesidad de comprender el funcionamiento de las escuelas actuales en un contexto económico, político y cultural asumidas por las sociedades (comunidades) y el Estado. Para esto hemos recogido las reflexiones sostenidas por autores como: Encinas (1932), Freire (1972), Apple (1997), Giroux (2001, 2016), McLaren (1997).

En el **capítulo cuatro** exploramos las distintas corrientes investigativas que relacionan la educación matemática para la Justicia social en el ámbito internacional, los cuales se ha organizado en tres corrientes. Una primera corriente se denomina “Educación Matemática Crítica”, promovida por los trabajos de Skovsmose (1994, 2011); una segunda corriente vinculada a la “Alfabetización Matemática”, desarrollada por Frankenstein (1983, 1995), y otra tercera corriente es la basada en la pedagogía culturalmente relevante denominada “Etnomatemática” propuesto por Ubiratan D’Ambrosio (1990, 2007) y la “Enculturación matemática o Educación matemática cultural” desarrollada por Alan Bishop (1999, 2000).

Atendiendo a la concepción de la Justicia social, agrupamos la acción educativa de las matemáticas en tres prácticas como:

- La educación matemática equitativa/pedagogía matemática equitativa,

- La educación matemática liberadora/ educación matemática cultural, y
- La educación matemática democrática/pedagogía participativa.

En este apartado también fundamentado en la metodología constructivista de la educación matemática intercultural o enculturación matemática, partimos de la concepción de las matemáticas como una parte de la cultura que contiene la tecnología simbólica específica y los valores matemáticos. La tecnología simbólica formada esencialmente por las actividades matemáticas como: contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar. Mientras los valores matemáticos constituyen los aspectos: ideológicos, sentimentales y sociológicos sostenidos por Leslei White (1988) y Alan Bishop (1999). Con el propósito de proponer una metodología constructivista se incorporan aspectos como: el uso lingüístico originario en el proceso pedagógico, la construcción del calendario comunal como fuente de los contenidos y actitudes matemáticos, las actividades y valores matemáticas en contexto concreto andino, los niveles para la construcción de conocimientos y saberes, y finalmente el uso pedagógico del material concreto, “La Yupana”.

A continuación se ha sugerido pasos para el tratamiento de los conocimientos, procesos y valores matemáticos culturales (etnomatemáticas), cada uno de estos pasos se describen ampliamente ya que son parte de la metodología constructivista y son: conexiones comunitarias y justicia social, vivencia de una situación y el activismo, sistematización de situaciones, y el tratamiento simbólico o de laboratorio.

En el **capítulo cinco** se exploran las actividades matemáticas andinas, las relacionadas a las cantidades, sistemas de numeración y medidas. La revisión de las investigaciones nos permite organizar y describir las principales actividades matemáticas andinas, esbozadas desde el contexto de la provincia alto andinas de Canas. Como principales hallazgos se organiza el uso de los distintos sistemas numéricos además del conocido decimal quechua, otros sistemas como el sistema binario, ternario, quinario y octonario. Su estudio y aplicación pedagógica resulta trascendente. Uno de los estudios exploratorios fue realizado por Abraham Valencia, quien sostuvo que el sistema octonario con combinaciones binarias fue empleado por los Canas y en el incanato seguía vigente en las comunidades andinas incluso hasta el año 1982.

Otra de las fuentes utilizadas de la tesis será el uso del sistema ternario, informado por Villavicencio (2015). Desde la práctica usual del conteo por pares y ternas en la comunidad de Patacancha en Cusco, el primero es denominado “par” que es una unidad de medida para cuantificar a los animales; mientras el segundo llamado “lunis par” constituye otra unidad de medida para cuantificar algunos productos.

El sistema quinario, con mayores evidencias en el campo investigativo, se tiene por ejemplo al historiador Peruano Luis E. Valcárcel quien afirma que además de la numeración decimal incaica, existía también el quinario, basado en la escala administrativa que emplearon en el Tawantinsuyu. La agrupación mínima es la cantidad de cinco, el resto de las escalas se obtiene por los múltiplos de este. Por otro lado existe una particularidad en la lengua aimara antigua, las cantidades siete y ocho se utilizan referidas a la base cinco (qallqu), expresadas como “paqallqu” para siete (pa: dos y qallqu: cinco) y “kimsaqallqu” para ocho (kimsa: tres y qallqu: cinco). Corroboran el uso reiterativo de la cantidad cinco en los “Manuscritos Huarochirí”, escritos enteramente en quechua y cuyo autor se desconoce, ha sido recogida por el padre Francisco de Ávila en el año 1607, y traducidos primero por el escritor peruano José María Arguedas (1975) en su obra “Dioses y hombres de Huarochirí”, y luego por Gerald Taylor (2008) en su obra “Ritos y tradiciones de Huarochirí”.

En el **capítulo seis**, se atiende el uso de los instrumentos ancestrales andinos la Yupana y el Khipu. Hacemos una detallada descripción histórica, sobre estos dos artefactos culturales, iniciando con la revisión de las primeras crónicas de los siglos XVI y XVII. Relacionamos también etimología terminológica que orientan su uso y representaciones simbólicas como parte del pensamiento del mundo andino. Posteriormente analizamos las distintas interpretaciones del tablero y funcionamiento de la Yupana, presentando los resultados de los estudios realizados en el ámbito académico. Entre ellos se tiene: la estructura y organización de los números en la cultura andina por Emilio Mendizábal, la interpretación del tablero de Guaman Poma por Henry Waseén, la notación simbólica en la interpretación del tablero de Diego Pareja, la interpretación del tablero de Carlos Radicati, la propuesta de la Yupana de William Burns, y finalmente la solución de Nicolino De Pasquale, que propone el funcionamiento de la Yupana en base 40.

A continuación se han descrito las adaptaciones pedagógicas en el campo educativo, especialmente las experiencias en el sistema peruano. Se describen los trabajos de la doctora Martha Villavicencio (1983), que propone su empleo pedagógico en base a los aportes de Burns y Radicati (Yupana de posición horizontal). Por su parte Andrés Chirinos (2010) propone su uso pedagógico en base a la asignación de valores a la distribución de puntos de la ilustración del manuscrito “Primer nueva crónica y buen gobierno”. Por su parte Jesús Ríos (2013), recupera la posición vertical del tablero y explota la columna del uno para representar un grupo de cinco. Estos trabajos, junto a las aportaciones anteriores son la fuente teórica y práctica para adoptar alguna de las interpretaciones o proponer otra, con el único propósito de seguir explorando y ampliar sus posibilidades pedagógicas.

Las recientes publicaciones de Laura Laurencich (2007, 2009, 2015) las comentamos en este apartado. Se trata de los manuscritos conservados sin estudiar y de título “Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo” escritos por Blas Valera y otro titulado “Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum” atribuido a los padres jesuitas italianos Antonio Cumis y Anello Oliva.

Finalizamos este capítulo con nuestra propuesta de uso pedagógico de la Yupana al que denominaremos, para diferenciarla de otras propuestas, como la Yupana Multi Base. Se trata de un uso del material manipulativo que, estructurado para el uso pedagógico, permite la construcción conceptual y procedimental principalmente de las situaciones de cantidad y en la formación de cálculos aritméticos. Se puede fundamentar en tres tipos de fuentes: investigativos, lingüísticos, y la conexión con la práctica de las actividades productivas comunitaria. Presentamos diferentes situaciones en la que se utiliza el material Yupana: la comprensión del valor posicional del sistema decimal y otros sistemas, la construcción de la sucesión de números naturales o enteros positivos, el desarrollo de técnicas o estrategias operativas de la adición, sustracción, multiplicación y división, además se describe las técnicas operativas de potenciación y radicación.

Al final del capítulo seis desarrollamos **los objetivos y la metodología** del estudio. El objetivo es comprender las bases teóricas de una educación matemática para la Justicia social, cuya revisión de las distintas fuentes nos permite proponer el uso pedagógico de la Yupana para las actividades de cantidad y los cálculos aritméticos en estudiantes de educación primaria. La

metodología corresponde al enfoque cualitativo, por revisión documental a través de un diario de actividades.

Finalmente, en el **capítulo siete** presentamos las conclusiones de esta investigación. En este apartado sintetizamos los principales hallazgos relacionados a la comprensión de las prácticas educativas, en este caso de la educación matemática en contextos andinos. Se inicia con la presentación de los avances en la interpretación didáctica y el uso de la Yupana como instrumento educativo. Estos hallazgos corresponden, al análisis didáctico del uso del material educativo ancestral Yupana, la misma que permite a la comunidad local establecer un contacto directo con la realidad sociocultural e histórica en la que se desenvuelve permitiendo un proceso de enseñanza aprendizaje interdisciplinar. Los nuevos algoritmos presentados amplían los procedimientos realizados en las anteriores interpretaciones y adaptaciones con el material. Sostenemos que el procedimiento que proponemos con el material facilitará en los estudiantes una serie de construcciones de formación de conceptos de cantidad. Además esta alternativa de uso de la Yupana proporciona en los docentes la innovación educativa y les permite proponer nuevas formas de interpretación del algoritmo tradicional.

## **Capítulo 2.**

# **BASES TEÓRICAS DE JUSTICIA SOCIAL**

---

En el presente capítulo se abordan los principales antecedentes teóricos para la conceptualización de Justicia social. Debido a su carácter social y político no existe un concepto definitivo del término Justicia social, motivo por el cual resulta especialmente necesario determinar qué entendemos por Justicia social desde el enfoque de esta tesis doctoral.





## **2.1. EL RECONOCIMIENTO Y EL MULTICULTURALISMO EN CHARLES TAYLOR**

Resulta interesante analizar los trabajos de Taylor en relación a las ideas de Reconocimiento y Multiculturalismo como base para la construcción de sociedades más justas. Es importante en este sentido revisar algunas concepciones básicas del pensamiento de Taylor, tales como: identidad, comunidad y libertad.

### **2.1.1. Taylor en la historia de la filosofía**

Para presentar las ideas de Taylor conviene en primer lugar indicar que su filosofía proviene de contribución de filósofos de la tradición intelectual de Occidente. Su análisis y reflexión se centra en los debates de las posiciones liberales como: Rawls, Habermas y Dworkin, y teorías comunitaristas de: Sandel, MacIntyre y Walser (Benedicto, 2005, p. 15).

Estas corrientes liberales y comunitaristas aplican un tipo de razón práctica que definen para enfocar los diversos problemas y para desarrollar una metodología para intentar resolverlos. Esto implica una determinada comprensión respecto a ideas tales como libertad, justicia, respeto, cultura, las instituciones y los derechos. Ideas estas que serán fundamentales en las argumentaciones de Taylor. Esta revisión se centrará ante todo en la concepción de Justicia y su relación con la noción de Reconocimiento.

Se hace referencia a continuación a algunos autores clásicos que influyen en Taylor, que provienen, como se ha mencionado, de corrientes denominadas liberales y comunitaristas.

#### **2.1.1.1. Aristóteles**

Aristóteles le aporta a Taylor la idea de la prioridad ontológica de la comunidad sobre el individuo, y considera que el individualismo liberal que caracteriza a las actuales sociedades menosprecia los lazos que unen al individuo con su comunidad. Taylor centra su atención a los lazos de una identidad colectiva, a partir de la cual se puede motivar el interés de los ciudadanos a participar en política, con la finalidad de tomar el destino de sus propias comunidades. Para que esto ocurra, propone superar la perspectiva simplemente instrumental de la sociedad (Benedicto, 2005, p. 28). Taylor afirma que la participación ciudadana en el ámbito de la política es el procedimiento más adecuado para conseguir un autogobierno.

También toma de Aristóteles las ideas de lo que es el bien (humano), entendido como la “vida buena” entendida como asunción y desarrollo de diversos bienes combinadas en proporción adecuado (concepto de virtud). Aristóteles concibe la razón práctica como la aplicación de los problemas éticos y políticos, con atención prioritaria de lo concreto, lo particular y lo práctico, alejándose de los planteamientos abstractos. Este es el camino que Taylor sigue para sus escritos, a partir de las prácticas políticas de su tiempo.

#### **2.1.1.2. *Hegel***

Hegel se ocupa de la idea de libertad individual, pero lo hace en el marco de la estructura social e histórica. Por su parte, Taylor se refiere a la autonomía humana, tanto en lo individual como en la sociedad. Sin embargo, Taylor destaca la importancia del marco cultural y comunitario en la que se sitúa y se hace posible dicha libertad.

En lo que respecta a la atención a lo concreto, la idea de moral de Hegel influyen en Taylor para desarrollar la noción de “contraste cualitativo”, con la que busca resolver los problemas de la filosofía moderna, realizando comparaciones a partir de los hechos existentes, y no a partir de ideas teóricas universales que no vienen de ninguna parte (Taylor, 1996, p. 92).

Taylor se aleja del subjetivismo y procura no caer en el relativismo. Toma algunas ideas de Hegel para rechazar el individualismo como el instaurador del orden, y desarrolla una defensa de la ética y el derecho, como posibilitadoras de una ley que sostenga la existencia en común (Taylor, 1994, p. 49). De manera que no estaría de acuerdo con los discursos políticos que asumen y declaran que resolverán los problemas de los demás.

En relación al individuo y la comunidad, Hegel y Taylor coinciden en una concepción del individuo como un ser íntimamente social, relacional, y nunca como un átomo. En este sentido Taylor admira la idea de que el individuo esta armonizado con su comunidad. Tanto Hegel como Taylor, conciben al Estado como el elemento superior de la libertad y suprema consecución de la vida moral.

Para Hegel, el Estado es la última manifestación de la eticidad. El Estado es la representación del espíritu ético, guardián y posibilitador de la libertad, el fin último para alcanzar el derecho supremo, ya que los hombres son seres sociales y el Estado representa la acción racional existente en las costumbres y en la autoconciencia del individuo.

### **2.1.1.3. Entre Kant y Hegel**

El debate entre Hegel y Kant se traduce en una forma de comunitarismo defendida por Hegel y una forma de liberalismo defendida por Kant. Y con ello la confrontación conceptual entre “moralidad” y “eticidad”.

La moralidad se entiende como aquello que establece los procedimientos compuestos por una serie de normas que conducen a obrar lo correcto. Considerando el tipo de antropología política que realizan los hegelianos, la moralidad sería más descriptiva y buscaría la consecución de bienes; mientras que en el caso de los kantianos la eticidad sería normativa y basada en una noción de deberes.

Los liberales y los comunitaristas coinciden en referir a un tipo de razón práctica para resolver los diversos problemas, la metodología que utilizan para intentar resolverlos, y respecto a la comprensión sobre la libertad, la justicia, el respeto, la cultura, las instituciones y los derechos. Todo ello constituye la base para articular las argumentaciones de Taylor.

Podemos identificar diversas corrientes en el pensamiento liberal, se puede situar en una línea de liberalismo igualitario o social a los autores tales como Habermas, Rawls o Dworkin; otro liberalismo individual o libertario, proponen un pensamiento liberal radical, declarando la independencia del individuo defendidos por autores como Nozick o Hayek.

No obstante, Michael Walzer se declara “liberal” y califica también a Taylor como “liberal”.

En resumen, del liberalismo se tienen tres caracteres fundamentales: la idea del respeto mutuo que permite la convivencia pacífica de hombres con distintas concepciones de la vida buena; el principio de no interferencia en los planes de otros siempre y cuando estos otros tampoco interfieran en los de los demás; y una “composición diversificada y separada de las distintas esferas que componen la vida social” (Benedicto, 2005, p. 28).

### **2.1.1.4. El concepto de persona**

El concepto de persona alude a la idea de “individuo en relación”, entendiendo con ello individuo situado dentro de una comunidad, incluso dentro de varias comunidades al mismo tiempo, interrelacionado con otros individuos que también lo integran.

La concepción del liberalismo igualitario esta sintetizada en Rawls, quien sostiene que “el yo es anterior a sus fines” (Rawls, 1995, p. 419). Lo que quiere decir es que más allá de la pertenencia al grupo, categoría, entidad o comunidad, antes está la capacidad de cuestionar esta relación, incluso separase de ellas si así se quiere. Rawls hace del sujeto una unidad soberana de elección, los fines son elegidos antes que dados, por tanto, los actos volitivos, objetivos, propósitos y fines son “escogidos” antes que “descubiertos”, es decir el individuo es irreductiblemente antes que sus fines y valores, y nunca constituido por estos.

Sin embargo, la concepción comunitarista sobre la identidad del sujeto se encuentra marcada por la pertenencia al grupo. Desde que nacemos nos desarrollamos dentro de una práctica propia de la comunidad a la que pertenecemos y nos confiere nuestra identidad.

Para Taylor, la identidad se define desde el conocimiento de dónde se encuentra uno ubicado y de qué manera emanen nuestras relaciones y compromisos (Benedicto, 2005, p. 54).

Tanto Sandel (1982) como MacIntyre (1987) rechazan claramente el supuesto de Rawls según el cual las personas “escogen” sus fines en función de sus intereses o preferencias; mientras para estos autores es más adecuado afirmar que las personas los “descubren” en función de las prácticas y valoraciones propias de los grupos a los que pertenecen, apoyándose en el relato que construyen sobre su propia identidad.

“Sostiene Sandel que la perspectiva que adopta Rawls en Teoría de la Justicia es irreal porque “la Justicia como equidad concibe la unidad del yo como algo establecido previamente, diseñado con anterioridad a la elección que éste hace en el curso de su experiencia” (Sandel, 1982, p. 21). Por eso el yo rawlsiano, al ser un sujeto que “elige” sus fines en vez de experimentar su “descubrimiento”, preferirá crear las condiciones políticas que otorguen prioridad a la elección y no el autodescubrimiento (Sandel, 1982, p. 22).

#### ***2.1.1.5. Concepto de comunidad***

Los comunitaristas acusan a los liberales que defienden un individualismo asocial, puesto que la sociedad es considerada sólo un objetivo más de los individuos y no parte de su personalidad. Es decir los liberales consideran a los sujetos únicamente para tomar decisiones aisladas y la cooperación para lograr beneficios particulares aislados de todo vínculo social.

Para Rawls, la sociedad es entendida como un sistema de cooperación entre personas libres e iguales (Rawls, 2002, p. 28). El bien de la comunidad política consiste en participar en un sistema cooperativo para obtener beneficio mutuo, donde los individuos son ontológicamente anteriores a la sociedad.

Sandel (1982) critica lo que entiende Rawls sobre la comunidad política, que la comunidad en la que se desarrolla el individuo no es un componente importante de su identidad. Para Taylor, Sandel y MacIntyre, hay una serie de capacidades humanas que sólo se desarrollan gracias a la vida en comunidad. Es la sociedad la que permite al individuo desarrollar estas capacidades y es la sociedad la que lo define. Estas capacidades serían: la racionalidad, la moralidad del sujeto y su autonomía. Taylor agrega el lenguaje, que hace posible la adquisición, desarrollo y transformación de esas capacidades.

Para Taylor la comunidad es un espacio fundamental donde el sujeto construye su identidad. El liberalismo no le otorga mayor importancia a la comunidad porque no reconoce los fuertes vínculos que unen a los individuos con su comunidad. Los considera aislados unos de otros y de su comunidad.

#### **2.1.1.6. Subjetivismo**

Los teóricos políticos liberales insisten en la neutralidad del Estado, una imparcialidad que asumiría que la elección que tomara el sujeto respecto del bien, es válida en cualquier caso. Lo que implicaría que los juicios morales que desarrollan los individuos son sólo subjetivos. Entonces las elecciones de fines, valores y concepciones del bien, parecen no resolver la preferencia impuesta, y por lo tanto no tienen racionalidad.

Para Rawls las elecciones individuales son sólo preferencias personales. “Elegir una concepción del bien en lugar de otra no es algo que tenga importancia desde un punto de vista moral. Cuando lo elegimos, estamos influidos por el mismo tipo de contingencias que nos obliga a no tener en cuenta el sexo ni la clase social a la que pertenecemos” (Rawls, 1975, p. 537).

Contrariamente, los comunitaristas intentan restaurar la objetividad de los juicios morales. En el marco de la razón práctica se distinguen formas de vida valiosa y no valiosa, de los cuales no dicen nada los liberales.

#### **2.1.1.7. Neutralidad estatal**

El liberalismo centra su atención en el valor de la libertad de elección. Por tanto rechaza cualquier concepción sustantiva de lo que se considera bueno para el hombre. Por el contrario el comunitarismo sostiene que no se puede evitar la reflexión sobre la importancia de la vida humana y su relevancia política.

#### **2.1.1.8. Multiculturalismo**

El enfoque del multiculturalismo ha sido originado en gran parte por los problemas de los marcos globalizantes sobre las minorías culturales (grupos étnicos, lingüísticos, religiosos...). Este problema se evidencia en las decisiones políticas de los estados y la asignación de derechos y aspiraciones que son muchas veces radicalmente diferentes, que difícilmente puede satisfacer a los diferentes grupos (Gargarella (1999), citado por Benedicto, 2005, p. 67).

Algunos liberales han planteado que el estado sea estrictamente neutro y no debe favorecer a ninguna minoría. Este principio es criticado por ser vista como legitimador de la discriminación histórica y cultural a que se ha sometido a algunos grupos.

En resumen podemos señalar en coincidencia con Benedicto (2005) las posiciones comunitarista han presionado para un acercamiento entre las dos posiciones (comunitaristas y liberalistas), alcanzando hasta cierto punto coincidencias en algunas cuestiones como: la discusión de la concepción de persona, la importancia de la comunidad en la configuración de la identidad del individuo y los lazos que unen a comunidad; se ha pretendido una mayor conexión entre lo político y ético, entre lo individual y colectivo, lo privado y lo público; se ha materializado la abstracción metodológica y se ha posicionado la perspectiva histórica.

### **2.1.2. Ideas epistemológicas de Charles Taylor: metodología**

A continuación se revisa brevemente el enfoque epistemológico que caracteriza los trabajos de Taylor.

#### **2.1.2.1. La dialéctica de Taylor**

La metodología dialéctica que adopta Taylor, le permite enfocar diversas cuestiones antropológicas, sociales, morales y políticas, apoyándose en las

diferentes corrientes del pensamiento occidental. Principalmente con las aportaciones de Hegel, de las que se vale para interpretar la realidad.

En sus escritos se evidencia el estilo dialógico, donde trata de mostrar con claridad su tesis y la diferencia con otras posturas. También trata de aclarar lo que hay de coherente y aceptable en la tesis opuesta. En este sentido “la dialéctica expresa, por un lado, la contradicción del mundo existente y, por otro, la necesidad de superar esos límites dando lugar a un nuevo momento” (Benedicto, 2005, p. 99).

#### ***2.1.2.2. Holismo metodológico y el sujeto investigador***

El holismo es la forma específica en la que se apoya el método dialéctico, al momento de confeccionar la concepción de la sociedad. Para Taylor, en lugar de comprender a la sociedad como la mera interacción entre individuos, considerando a los individuos como entes independientes para luego estudiarlos en sociedad, el hombre es un ser social, resultado de la sociedad, no reductible a algún tipo de composición.

Esto quiere decir, que los seres humanos dependen de las relaciones sociales para poseer la facultad de pensar; para estudiar a los seres humanos se considera a la sociedad como un hecho global y con sus instituciones y representaciones específicas.

Para Taylor cualquier tipo de fenómeno estudiado, sea epistemológico, moral, político, económico, se encuentra en una malla o red social, y su distanciamiento del cientificismo o del naturalismo al momento de abordar las cuestiones humanas, le conducen a rechazar cualquier procedimiento metodológico que excluya al sujeto conocedor. El observador está incluido en el mismo proceso de la observación.

La distinción cualitativa es un elemento fundamental del método de investigación porque es el modo en que opera la racionalidad humana cuando se mueve entre interpretaciones de la realidad, que inevitablemente implican valoraciones de la realidad investigada (Taylor, 1996, p. 53).

La aceptación de la fenomenología hermenéutica como método implica el rechazo del cientificismo. Taylor se enfrenta a los modelos derivados de las ciencias naturales y biológicas en su intento de aplicación al campo de las ciencias sociales (Taylor, 1985).

### **2.1.3. Ideas antropológicas de Taylor: psicología, sociología y ontología**

La propuesta epistemológica de Taylor postula basarse por la racionalidad práctica que surge de la concepción del ser humano. Estas concepciones del hombre se pueden caracterizar en: a) vinculación existente entre la identidad de la persona y los bienes; b) la articulación de fuentes morales y la valoración de bienes por las personas; c) la concepción del hombre como un animal que se interpreta a sí mismo.

#### ***2.1.3.1. La dimensión lingüística y la persona***

En la comprensión de los seres humanos a través del lenguaje, Taylor (1985) distingue dos concepciones antagónicas que implican una visión distinta del hombre y del conocimiento:

Por una parte, una concepción en la que se entiende al lenguaje como un instrumento utilizado por el ser humano para construirse su imagen del mundo. Destaca la total libertad del hombre para construirse un mundo y ordenarlo en función de sus intereses a través de esta herramienta que es el lenguaje. Por otra parte, como contraposición a la concepción instrumental del lenguaje, se destaca la dimensión expresiva del idioma mostrando que la lengua es mucho más que una herramienta, es constitutiva de un modo de estar en el mundo (porta un sentido del humor, una concepción de lo real...) y, consiguientemente, transmite una identidad diferente.

#### ***2.1.3.2. El hombre como ser de significados***

La cuestión del significado es vital para entender la propuesta ética y política de la filosofía tayloriana, porque delimitará el concepto de autonomía individual y grupal. El lenguaje resulta una capacidad humana desarrollada a través de la comunidad y que es condición de posibilidad para la expresión del sujeto y para hacerse entender ante otros sujetos, así como factor constitutivo de su identidad. El ser humano vive en un mundo lingüísticamente poblado de significaciones: sus percepciones, emociones y acciones son el resultado de un mundo al que se accede a través del lenguaje. El lenguaje no se da monológicamente, se adquiere y desarrolla a través de la conversación con otros, de modo que el lenguaje no es una herramienta creada por el propio individuo sino fruto de la comunidad.



### **2.1.3.3. Identidad y reconocimiento**

Se intentará explorar la noción de identidad en los trabajos de Taylor.

Por una parte es un concepto psicológico, que se refiere a la conciencia de sí mismo, pero por otra parte también es un concepto de uso social y político, muchas veces en un contexto reivindicativo, utilizado tanto en el plano individual (mi identidad) como grupal (la identidad quechua, aymara, andina, amazónica, costera...).

El término identidad difiere ligeramente en cada contexto, pero tales variantes están ligadas entre sí. No hay una polisemia real. La identidad, desde la mirada de los psicólogos como Erik Erikson (citado por Taylor) (1996) es una definición de uno mismo, y a lo largo de la vida puede ir redefiniéndose. Lo que se interpreta como mi identidad define el horizonte de mi mundo moral. A partir de la propia identidad se puede decir lo más importante o menos importante para uno mismo.

La identidad de alguna forma -sitúa en el mundo moral. Mi identidad es “lo que yo soy”. Taylor afirma que esta concepción - sitúa en un campo social. Para comprenderse no basta la definición de sí mismo, sino que se necesita de la definición de la condición de todo ser humano, que se refiere a una concepción antropológica. Pero también se entiende a la identidad como algo personal e inventado por cada persona, potencialmente propia y original, por tanto inventada o asumida hasta cierto punto.

Mi identidad para que sea mía, tiene que ser aceptada, lo que hace necesario un ambiente de negociación con mi entorno, mi historia, mi destino. En principio el ser humano se puede convertir en lo que desee o en aquello que su capacidad le permita.

Además de la revolución igualitaria, es necesaria esta revolución expresivista, que reconoce en cada individuo su propio modo de ser humano, y por tanto se le otorga realizar ese modo de ser en toda originalidad, antes que ajustarse a un patrón impuesto desde el exterior. Esto da un nuevo giro a la idea de “identidad”. Este giro de la noción de identidad no sólo permite que cada individuo construya su propia identidad, sino que sobre todo le confiere a éste el papel ineludible de autodefinirse.

En síntesis, se ha señalado dos ejes del discurso sobre la identidad: el primero, la identidad como horizonte moral, que Erikson define como condición de salud y de integridad de la persona; el segundo, la identidad

como algo personal, asumido por el individuo como suyo, pero que no es decidido por él de modo arbitrario. Ello se denomina revolución expresiva, que desplaza el horizonte moral del registro del destino al de la negociación y la lucha por el reconocimiento.

También, para Taylor, la identidad del sujeto depende de su orientación y vinculación hacia concepciones del bien (Taylor, 1996, pp. 37-38). La relación entre el sujeto y el bien depende de la percepción que se tiene de la vida en general:

*Mi tesis subyacente es que existe una estrecha conexión entre las diferentes condiciones de la identidad, o de una vida con sentido, que he estado analizando. Se podría expresar de la siguiente manera: puesto que no cabe más que orientarnos al bien y, al hacerlo, determinar nuestro sitio en relación a ello y, por consiguiente, determinar la dirección de nuestras vidas, inevitablemente hemos de entender nuestras vidas en forma de narrativa, como una búsqueda.* (Taylor, 1996, p. 68)

Taylor defiende la tesis, “es absolutamente imposible deshacerse de los marcos referenciales”; es decir, los horizontes dentro de los cuales vivimos nuestras vidas y que les dan sentido, son incluidos las discriminaciones cualitativas (Taylor, 1996, p. 43).

El pensamiento moral se puede caracterizar bajo tres ejes; a) nuestro sentido de respeto y b) obligación hacia los demás, c) abanico de nociones pertenecientes a la dignidad (Taylor, 1996, p. 29). Por dignidad se entiende a las características con los que nos conceptuamos a nosotros mismos como seres merecedores (o no merecedores) de respeto de quienes nos rodean.

“El autoconocimiento es la llave indispensable para la autoaceptación” (Taylor, 1996, p. 195), cada uno de nosotros debe descubrir su propia forma.

¿Quién soy yo? es respondido por la identidad. “Mi identidad se define por los compromisos e identificaciones que proporcionan el marco o el horizonte dentro del cual yo intento determinar, caso a caso, lo que es bueno, valioso, lo que se debe hacer, lo que apruebo o a lo que me opongo” (Taylor, 1996, p. 43). Es decir, es el horizonte dentro del cual puedo adoptar una postura.

#### **2.1.3.4. Las identidades colectivas y la comunidad**

¿En qué consiste la identidad del grupo? Desde el principio que Taylor sitúa su relación con la concepción expresivista de la identidad, para ello Taylor (1996) cita a Herder que utilizaba a la par, sobre la originalidad de los individuos y otro sobre la diferencia de los pueblos. Desde hace mucho que se

habla de la identidad de los grupos de pueblos, de lo que surge lo que hoy se denomina nacionalismo.

Si la identidad constituye un horizonte moral, es de esperar que las personas asuman una definición por lealtades morales y universales (soy católico, comunista, liberal, quechua, así sucesivamente). Pero también se pueden alinear a su pertenencia histórica, una comunidad histórica presenta su propio horizonte cultural o de su modo de vida, donde ciertas cosas tienen mayor importancia que otras.

La mayoría de las personas tiene configurada una identidad compleja, constituida por estas dos vertientes, esto es, las lealtades universales y las formas de pertenencia históricas. Existe un juego recíproco de identidades entre los dos planos, en los sentidos del eriksoniano y herderiano tienden a disociarse.

“La pertenencia al grupo proporciona retazos importantes de la identidad de los individuos y, al mismo tiempo, cuando hay suficientes individuos que se identifican de modo muy sólido con un grupo, éste adquiere una identidad colectiva a la que subyace una acción común en la historia” (Taylor, 1996, p. 15).

Taylor sostiene una teoría del sujeto que considera a éste como un ser perteneciente a una tradición cultural, donde el marco de valoración está compuesto por las condiciones culturales, históricas y sociales de todo comportamiento. La relación entre el sujeto y su propia interpretación se debe entender en el marco de los vínculos entre el sujeto y la comunidad, porque las interpretaciones son las articulaciones que el sujeto emplea por medio de un lenguaje o vocabulario que la comunidad le otorga. El significado de los valores que el sujeto utiliza se construye a través de la experiencia común, en una interlocución con los otros sujetos que son esenciales para llegar a la autocomprensión y autodefición.

#### ***2.1.3.5. La identidad y el espacio público moderno***

Taylor menciona que las sociedades pre-modernas de Europa se constituyen en base a una concepción denominada “complementariedad jerárquica”, que estaban formados por diferentes estamentos o rangos, por ejemplo: por la nobleza, la burguesía o los campesinos. Estos estamentos eran complementarios porque eran necesarios los unos para los otros y eran aceptados como tales. Pero también eran jerárquicos, y no pretendían por

necesidad mutua ser iguales. Por el contrario, algunos tenían más dignidad que otros, que se solía denominar “honor”. Montesquieu, citado por Taylor (1996, p. 17), indicaba que “la naturaleza del honor consistía en exigir preferencias y distinciones”. En una sociedad de rangos, los criterios de honor están diferenciados, se ajustan a la posición social, e incluso pueden ser hasta inexistentes en los rangos considerados inferiores.

Afirma Taylor que la esfera del reconocimiento está limitado por dos razones, a) los criterios son fijos, se ajusta en la medida en que se cumplan o no esos criterios; b) los cualificados a juzgarme son miembros del rango al que pertenezco.

En la era de la dignidad igualitaria estas dos condiciones se quiebran. Primero la categoría de juez se extiende hasta el infinito; segundo, no hay restricciones en las sociedades estamentales. Los criterios de la verdadera dignidad no se dan por hecho, deben discutirse y negociarse permanentemente.

En el plano del reconocimiento se presenta la dignidad individual, pero también la grupal. Así pues, las naciones modernas deben construir una identidad común. Pero la dignidad no se define sólo entre miembros de un grupo o nación, sino que existe otro espacio externo o internacional constituido por otros grupos, pueblos o naciones, con el mismo rango y dignidad.

#### **2.1.4. Ideas morales de Taylor: autenticidad**

Son necesarias también evaluar las concepciones éticas en la teoría de Taylor, en su obra “Sources of the Self” presenta un desarrollo histórico sobre la reconstrucción de la identidad moderna. La obra comienza con el análisis de la relación entre el bien y la identidad del sujeto en una perspectiva antropológica que concibe la identidad personal en una concepción narrativa de exploración y orientación hacia el bien. En resumen aparecen tres discursos morales que priman tres bienes distintos: a) Una línea teísta basada en Dios y la naturaleza considerada como un orden universal creado; b) Una corriente liberal que prioriza la libertad y la autonomía del yo desvinculado que actúa sobre el mundo a través de la racionalidad instrumental y dominadora; c) una tradición expresivista que se centra en la originalidad y autenticidad del sujeto que vincula a lo que significa ser humano. En coincidencia con la opinión de Rodríguez (2005), estas tres

tradiciones conviven generando tensiones y conflictos en la sociedades actuales.

#### **2.1.4.1. El desarrollo tecnológico**

Taylor sostiene la importancia de la tecnología como el factor causante de la pérdida de lazos afectivos y comunicativos con nuestro entorno y también es en gran medida responsable de la invasión racional instrumental.

Taylor tiene una postura de mediación entre las otras extremas: la de los defensores a ultranza de la tecnología, que no tienen en cuenta sus consecuencias negativas, y de los críticos que se muestran una posición de desprecio a la tecnología.

*Hay personas que consideran el advenimiento de la sociedad tecnológica como una suerte de declive sin paliativos. Hemos perdido el contacto con la tierra y sus ritmos que nuestros antepasados sí tenían. Hemos perdido el contacto con nosotros mismos y nuestro propio ser natural, y nos vemos impulsados por un imperativo de dominación que nos condena a una incesante batalla contra la naturaleza tanto dentro de nosotros como a nuestro alrededor. Esta queja [...] la acompaña, por ejemplo, una admiración por la vida de los pueblos preindustriales, y a menudo también una postura política de defensa de las sociedades aborígenes contra la intrusión de la sociedad industrial (Taylor, 1994, pp. 121-122).*

#### **2.1.5. Ideas jurídicas de Taylor: derecho Justicia y política**

##### **2.1.5.1. Origen de los derechos**

Para definir la concepción de derecho, Taylor no se mueve en el discurso jurídico, sino en el plano antropológico y social, que implica una determinada concepción teórica de la sociedad y de la moral. Sostiene que la concreción de los derechos individuales y la existencia de los mismos se fundamentan, a partir de una determinada concepción moral, según la cual las capacidades humanas que son dignas de respeto, deban ser protegidas por el derecho; donde ser digno de respeto implica exigir respeto porque es un estatus moral.

Taylor rechaza la idea de derechos individuales sostenida por la posición atomista radical que tiene que ver con la autarquía del hombre aislado. Considera a los derechos individuales como la racionalidad del ser humano que sólo puede desarrollarse plenamente en la sociedad. Afirma que si las personas viviesen aisladamente no podrían llegar a desarrollar las capacidades que le convierten en una persona responsable y autónoma, es decir, en moral.

#### **2.1.5.2. Los derechos y la comunidad**

Taylor sostiene que los derechos tienen su origen en los valores que una comunidad percibe como tales. De allí se deduce que todo derecho se sustenta de un cierto bien o valor que se desea proteger; desde esta visión los conflictos entre derechos implican compromisos morales, que se originan de las diferentes consideraciones del bien, y para resolverlos se tiene que acudir a los sujetos (Taylor, 1996, p. 421).

#### **2.1.5.3. Crítica a la noción instrumental de lo social**

Para Taylor la pertenencia del individuo en la comunidad es fundamental, ya que es allí donde desarrollará la racionalidad, la noción de responsabilidad y finalmente podrá convertirse en persona autónoma.

La matriz social es el lugar donde se desarrolla la interpretación de lo que es importante para los seres humanos, y a la consideración de lo que son los bienes y valores que dan lugar al establecimiento de los derechos. Por consiguiente, es importante la comunidad política, y es por esta vía por la que las personas se convierten en personas autónomas. Aparece un nuevo entendimiento del lenguaje con Hobbes y Locke, donde la función del lenguaje es ayudar en la construcción de pensamiento. Se necesita del lenguaje para construir una imagen adecuada de las cosas (Taylor, 1996, p. 213)

#### **2.1.5.4. La Justicia y los diferentes tipos de bienes**

Para poder desarrollar una teoría de la Justicia entendida como la distribución de bienes sociales, debe entenderse con claridad a cuáles bienes nos referimos. Taylor ha propuesto una clasificación del bien y el modo de reparto en sus diversos trabajos, así como su concepción de estos.

De partida defenderá la multiplicidad de fines y metas de la vida, reivindicando la necesidad real de reconocimiento los bienes. Taylor critica el utilitarismo porque considera que subyace el pensamiento de la dominación económica, que se ha instalado como paradigma de nuestras sociedades, y considera que el utilitarismo es una corriente que configura la epistemología racionalista y naturalista (Taylor, 1997, p. 127). El modelo racionalista reduce el bien midiendo los hechos o estados de cosas por sus consecuencias, en lugar de preocuparse por la calidad moral intrínseca de los actos.

Para los consecuencialistas, lo que importa es el resultado que se obtiene, de esta forma se descuida la cualidad de las actividades humanas, que es la característica definitoria de su acción. El análisis utilitarista no considera en las actividades humanas, la existencia de sentimientos o estados de ánimo como las de compasión o admiración.

Taylor considera que este tipo de actividades no se pueden evaluar desde los métodos cuantitativos, que proceden de los modelos de ciencias naturales. Taylor explica que las teorías utilitaristas no diferencian entre los bienes públicos y bienes sociales.

Por “bienes públicos” se entiende al tipo de bien que beneficia a muchos o varios individuos. Este bien requiere ser sostenido por todos, como puede ser la defensa nacional, que no beneficia a un solo individuo. Este tipo de bienes son públicos e instrumentales: son públicos porque repercuten en los ciudadanos, son instrumentales porque tiene relación con ciertos efectos, y se supedita la consideración de su bondad a su eficacia. Desde esta visión, pues, la valoración de los bienes está dada por la satisfacción que ofrecen a los individuos. Por ello los utilitaristas no distinguen bien público y bien social.

Sin embargo Taylor establece una distinción, afirma que no todos los bienes que benefician a los individuales pueden descomponerse. Existen bienes comunes que no benefician a todos los individuos. Esta diferencia se explica con la idea de lo convergente y lo genuinamente común.

*Un asunto convergente es aquel que tiene el mismo significado para mucha gente, pero que no es reconocido entre ellos o en el espacio público. Algo es común cuando no sólo existe para mí y para ti, sino reconocido como tal por nosotros. Una buena parte de la vida humana es totalmente ininteligible si ignoramos esta distinción (Taylor, 1997, p. 139).*

Taylor defiende una pluralidad y diversidad cualitativa de los bienes que resultan importantes en la vida de las personas. Asimismo asume la existencia de una diversidad de bienes que en conjunto configuran lo que se entiende por vida buena, siguiendo a Aristóteles. Algunos de estos bienes son: la participación política, un hogar bien administrado y una familia (Taylor, 1996, pp. 76-77)

### **2.1.6. Multiculturalismo y reconocimiento político**

Taylor afirma sobre la política de dignidad igualitaria que surgió en las sociedades occidentales de dos formas, y considera que los que más abordaron estas temáticas fueron principalmente Rousseau y Kant. Además considera que uno de los que más trató el tema del reconocimiento fue Rousseau, quien comenzó a desarrollar teóricamente el respeto igualitario, y lo consideró esencial para la libertad. Rousseau contrapone las ideas de libertad igualitaria con otra que caracteriza la jerarquía y la dependencia de los otros, afirma que la persona que depende de otros es esclava de la opinión (Taylor, 1993).

Taylor (1993) también se refiere al “contrato social”, donde Rousseau presenta la polémica frase “los hombres nacen libres sin embargo se encuentran encadenados por doquier” (p. 70), luego agrega “amo y esclavo se corrompen mutuamente” (p. 71). En este sentido se origina el discurso del honor y la dignidad. Rousseau presentará una triada que será esencial para un Estado libre, a) libertad (no dominación), b) ausencia de roles diferenciados y c) un propósito común.

Con respecto a Kant y sus seguidores, Taylor considera que separan la libertad igualitaria de los otros dos elementos de la triada Rousseauiana, asimismo, no sólo no tienen que ver nada con la voluntad general, sino que se alejan del trato de diferencia de roles. Taylor concluye indicando que en efecto hay formas de derechos igualitarios de liberalismo kantiano, que sólo puede otorgar un reconocimiento limitado a las distintas identidades culturales.

Taylor critica a los liberales seguidores de Kant, que consideran que una política neutral posibilitaría la unión y coexistencia de personas de todas las culturas, y para ello afirman que es necesario distinguir lo que es público y lo que es privado. Sólo así podemos desterrar las diferencias polemistas. Sin embargo, sostiene que “el liberalismo no se puede ni se debe atribuir una completa neutralidad cultural. El liberalismo es también un credo combatiente” (1993, p. 93).

Por tanto, Taylor (1993) reconoce que en realidad las sociedades se tornan cada vez más multiculturales, y a su vez más “porosas”. Con ello quiere decir que las personas son más propensas a la migración multinacional, y varios de los miembros llevan una vida de “diáspora”, cuyo centro está en otro lugar.



En este multiculturalismo ocurre la imposición de algunas culturas sobre otras, a partir de una supuesta superioridad que posibilita la imposición (p. 94).

## **2.2. LA LUCHA POR EL RECONOCIMIENTO DE ALEX HONNETH**

### **2.2.1. El reconocimiento en Honneth**

Uno de los grupos más influyentes de la filosofía social y teoría crítica en el siglo XX, que continúa siéndolo en el siglo XXI, es la denominada “Escuela de Frankfurt”, referida a un grupo de intelectuales del Instituto de Investigación Social adjunto a la Universidad de Frankfurt, Alemania. Se considera que los intelectuales más destacados son Theodor W. Adorno, Max Horkheimer, Walter Benjamin, Herbert Marcuse, Erich Fromm, entre otros y, más recientemente, Jürgen Habermas y Axel Honneth.

Honneth (1997) en su obra más relevante “La lucha por el reconocimiento”, desarrolla fundamentalmente la teoría de la sociedad a partir de los modelos de Hegel, partiendo de la experiencia de menosprecio, la negación de reconocimiento a los individuos, que dañan la subjetividad del desarrollo histórico de las estructuras normativas morales, jurídicas y políticas. Con Justicia se le adjudica la teoría del reconocimiento a Alex Honneth, junto a Charles Taylor y Nancy Fraser, autores que en común recogen las ideas de Hegel y Habermas.

En el análisis realizado por Ana Fascioli (2013), el concepto de Reconocimiento, en la primera generación subyace la filosofía de la conciencia; afirma que ambos Honneth y Habermas renuevan el concepto Reconocimiento como “interacción entre sujetos”, consideraran a los sujetos interactuantes, que ejercen un “reconocimiento mutuo”. El concepto de reconocimiento es central para ambos autores. Para Habermas el reconocimiento se da en la experiencia del lenguaje compartido, mientras para Honneth se daría en espacio más amplio de la comunicación. El foco de atención de Habermas es el lenguaje discursivo, orientado al “entendimiento”; mientras para Honneth el foco se centra en la interacción de la comunicación. De ésta forma Honneth va más allá de Habermas en la interpretación del reconocimiento (p. 23).

Habermas (1982) desarrolla en su obra “Conocimiento e interés” el planteamiento de sus ideas en la construcción de su teoría social crítica

interdisciplinaria, en esta obra Habermas desarrolla una antropología del conocimiento, que constituye una teoría del interés constitutivo del conocimiento, vinculada a su historia sociocultural de la vida, y plantea que existen tres intereses cognoscitivos constitutivos de la especie humana (pp. 200-201). Estos intereses son:

- a) **Interés de tipo técnico**, que están referidos a los modos de investigación propios de las ciencias empíricas, especialmente de las ciencias naturales; este interés que es una forma de acercarse a la naturaleza y la sociedad como objetos de un conocimiento posible: se alcanzaría a través de una observación controlada y experimentación metódica. A este interés está sustentado en la racionalidad, Habermas considera que es parcial y requiere ser ampliado. Desde un análisis de ideas marxistas, propone que los conocimientos técnicos tenga un carácter social.
- b) **Interés de tipo de acción o praxis social**, que es necesaria para la reproducción social de la especie humana, a la que Habermas denomina “**acción comunicativa**”, que surge cómo una crítica al positivismo: que reduce la acción humana a una acción instrumental. Habermas entiende a este tipo de actividad interpretativa como, “una interacción simbólicamente mediada, esto quiere decir que se orienta de acuerdo con normas intersubjetivamente vigentes que definen expectativas recíprocas de comportamiento y que tienen que ser entendidas y reconocidas, por lo menos por dos sujetos agentes” Habermas (citado en Fascioli, 2013, p. 30).
- c) **Interés de tipo “emancipatorio”**, que orienta a las ciencias sociales críticas y que están en base de los otros dos intereses. Este interés está referida a la emancipación del hombre, que se realiza en el trabajo y la comunicación del hombre para ser libres de dominio. En palabras del Habermas este interés está referido a:

*En el ejercicio de las ciencias empírico-analíticas interviene un interés técnico del conocimiento; en el ejercicio de las ciencias histórico-hermenéuticas interviene un interés práctico del conocimiento, y en el ejercicio de las ciencias orientadas hacia la crítica interviene aquel interés emancipatorio del conocimiento que ya, como vimos, subyacía inconspicuamente en la ontología tradicional. (Habermas, 1984, p. 168).*

En la reflexión de Fascioli, este interés se expresa en los saberes de la reflexión particular de las ciencias sociales críticas y la filosofía, ideas

recogidas de los trabajos de la psicología freudiana y la crítica de la ideología marxista (2013, p. 32).

### **2.2.2. Críticas de Honneth a Habermas**

A este respecto Ana Fascioli considera que, Honneth construye su modelo de teoría crítica en base a las observaciones hechas a los trabajos de Habermas, sostiene que esta consiste en establecer conexiones entre su intención teórico-normativa y la moralidad históricamente dada, en su teoría se preocupa en demostrar la existencia de esta relación (2013, p. 74). La misma autora afirma que existen tres críticas básicas de Honneth a los trabajos de Habermas:

- a) Primera crítica: el alejamiento de la experiencia moral cotidiana, Honneth identifica una debilidad en la fundamentación teórico-comunicativa de Habermas, en la relación entre “ética del discurso” y la experiencia moral cotidiana de las personas. En los trabajos de Habermas se identifica una racionalidad del mundo de la vida, donde se equipara los aspectos normativos de la interacción social y las condiciones lingüísticas para alcanzar un entendimiento intersubjetivo sin dominación, a la que se denomina “discurso ético” de Habermas. Sobre esta racionalidad, Honneth reconoce la importancia en el proceso de la emancipación de la humanidad, sin embargo afirma que no se presenta como un estado moral en la experiencia de los sujetos (Fascioli, 2013, p. 78).
- b) Segunda crítica: reducción a visión puramente procedimental de la justicia, en esta crítica Honneth está enfocada a la visión procedimentalista de la Justicia de Habermas, identifica un problema en el “discurso de la ética”, al cual considera de excesivo formalismo o su neutralidad de contenido, que constituiría una falsa demanda. Esta visión procedimental explica las cuestiones de Justicia sin proporcionar un ideal de la vida, ni una concepción determinada de justicia, en lugar sólo, indica los procedimientos racionales de las cuestiones de justicia (Fascioli, 2013, p. 83).
- c) Tercera crítica: la ficticia dicotomía entre sistema y mundo de la vida, Honneth identifica el problema de la desconexión entre la noción de “conflicto social” en sus primeros trabajos de Habermas y las exigencias pragmático-formales de la teoría de acción comunicativa.

Honneth compara los trabajos de Adorno, Foucault y Habermas acerca de cómo interpretar las relaciones contemporáneas de dominación social, y qué concepciones están presentes en la integración social y el ejercicio del poder. En esta reflexión son discutidas las nociones de orden social, conflicto, ejercicio del poder y patología social. A las cuales Honneth dirige sus críticas, principalmente a partir del estudio de dos modelos de la teoría crítica, la teoría del poder de Foucault basada en sus investigaciones históricas y la teoría de la sociedad de Habermas basada en una teoría de la acción comunicativa. En estos trabajos denuncia los procesos de integración y orientación social y el conflicto cotidiano (Fascioli, 2013, pp. 97-98).

### **2.2.3. Concepto de reconocimiento en la Filosofía Moral**

Honneth (1997) trata de alejarse de la concepción de ética sostenido por Habermas, referido a experiencia moral cotidiana: carácter abstracto y formal de la teoría moral; y la invisibilidad de las experiencias del sufrimiento social. En consecuencia Honneth se preocupa en la búsqueda de la experiencia moral más básica para los seres humanos, inicia con tematizar la experiencia moral cotidiana, así surge el concepto de “lucha por el reconocimiento”, relacionada al reclamo de las clases oprimidas en la organización del trabajo europeo.

Revisemos los antecedentes teóricos para la noción de Reconocimiento desarrollada por Honneth.

#### **2.2.3.1. Inspiración en Ernst Bloch**

Ernst en su obra “Derecho natural y dignidad humana”, establece una conexión entre “integridad y defensa ante el menosprecio”, que inspira a Honneth la idea de reconocimiento intersubjetivo. Son dos las ideas principales que recoge de los trabajos de Bloch, la primera idea es la “dignidad humana”, que son determinadas entendida como la humillación, degradación o injuria personal, es decir aquellos que sufren y son víctimas del maltrato moral, utilizando términos negativos como “insultos” o “humillación” que expresan una negación del reconocimiento, que no sólo son injustas, sino, dañan a las personas en su autocomprensión positiva; esta concepción se formula de la tesis de la filosofía moral (Honneth, Integridad y desprecio. Motivos básicos de una concepción de la moral desde la teoría del reconocimiento, 1992, p. 79). La segunda idea corresponde a las

experiencias negativas de “desprecio y ofensa”, que representan la fijación de un fin normativo, de aseguramiento de la dignidad humana en el proceso histórico y también presenta un impulso práctico, en esta segunda idea se formula desde la tesis de la sociología moral (Honneth, Integridad y desprecio. Motivos básicos de una concepción de la moral desde la teoría del reconocimiento, 1992, p. 79).

### **2.2.3.2. Herencia de Hegel**

Hegel, en su obra “Fenomenología del Espíritu”, presenta la sistematización del reconocimiento intersubjetivo, es en esta obra que aborda la vinculación dialéctica de la independencia y la sujeción de la autoconciencia. Sin embargo, Honneth sostiene que Hegel presenta el modelo de “lucha por el reconocimiento” en trabajos anteriores del periodo de Jena, específicamente en el “El Sistema de la eticidad de 1802-1803”. Honneth explica que Habermas habría abandonado la intersubjetividad con la Fenomenología, por una filosofía del Espíritu (Honneth, 1997, p. 14). Por tanto, Honneth retoma esta idea inicial de Hegel, junto a la reformulación empírica que hizo Herbert Mead de las intuiciones de Hegel, para construir su modelo de la teoría del Reconocimiento.

Hegel buscaba una organización social basada en la eticidad, que otorgue un reconocimiento solidario de la libertad a todos los individuos (Honneth, 1997, p. 24). Así mismo Hegel entendió que el reconocimiento era el mediador entre la noción de libertad y la teoría de la autonomía.

El aporte de Hegel al modelo de Honneth se resume en tres resultados fundamentales (Honneth, 1997, pp. 87-88):

- a) *La formación del “yo” práctico está ligada al presupuesto del reconocimiento recíproco entre los sujetos, que configura la autonomía de forma dialógica.*
- b) *La existencia de diferentes formas de reconocimiento, que pueden ser diferenciadas según el grado de autonomía que se posibilita al sujeto, de forma que el desarrollo del yo, está asociada a una serie de formas de reconocimiento recíproco.*
- c) *La lógica de un proceso de formación de la eticidad que se mediatiza a través de una lucha moral, la carencia de algunas formas de reconocimiento, posiciona a los sujetos en la experiencia de menosprecio, lo que fuerza a las personas a una lucha por el reconocimiento.*

#### **2.2.3.4. Aporte de psicología social de George Herbert Mead**

El psicólogo social George Herbert Mead, en su obra “Self and Society” (1934), proporciona un aporte desde la concepción de identidad, establece que el yo “es esencialmente una estructura social, y surge en la experiencia social” (citado por Fascioli, 2013, p. 114). Es decir que se concretiza en el proceso social de la comunicación.

Honneth encuentra en los trabajos de Herbert Mead la relación genética entre “individuación personal y reconocimiento intersubjetivo”. Mead reconstruye empíricamente las intuiciones intersubjetivas de Hegel, liberando de sus supuestos metafísicos racional-idealistas (1997, p. 7). Mead en su trabajo mostró que la relación intersubjetiva es “un dato empírico del mundo social: los sujetos solo pueden acceder a una autorrelación práctica, si aprenden a concebirse a partir de la perspectiva normativa de sus compañeros de interacción” (Fascioli, 2013, p. 114).

Siguiendo los trabajos de Hegel, Mead concibe que la identidad del sujeto sólo se puede constituir en términos de reconocimiento, ya que el sujeto es capaz de autocomprenderse por medio de relaciones de reconocimiento recíproco con los demás, y el especial con otros que tienen un rol significativo para él (Honneth, 1997, p. 96).

Honneth toma principalmente los aportes de los trabajos de Hegel y Mead, que configuran los planteamientos en su obra “La lucha por el reconocimiento”, en la cual el ser humano se desarrolla como tal en relación con otros seres humanos a través de la interacción intersubjetiva.

#### **2.2.4. Tres niveles de reconocimiento intersubjetivo**

El núcleo teórico de la obra principal de Honneth “La lucha por el reconocimiento” consiste en la presentación de los tres niveles de reconocimiento intersubjetivo, establecida de forma similar a la tipología fenomenológica de menosprecio. Siguiendo los trabajos de Hegel y Mead, se sostiene que los sujetos se deben a una relación positiva de sí mismos, a la experiencia del reconocimiento recíproco: el amor, el reconocimiento jurídico y la adhesión solidaria, que se dan en tres esferas de la vida social: en la familia, la sociedad civil y en el Estado, para Hegel; las relaciones primarias del otro concreto, en las relaciones jurídicas y las relaciones en el trabajo, para Mead. Esta integración se produce por lazos emocionales, por

reconocimientos de derechos o por el común reconocimiento de los valores. En cada uno de los espacios, los sujetos son reconocidos de distinta forma en su autonomía e identidad personal. Estos tres niveles constituyen para Honneth la organización de la vida social para adquirir y preservar la integridad humana (Honneth, 1997, pp. 114-116).

#### **2.2.4.1. El amor**

Este es el primer estadio de reconocimiento recíproco, que involucra la integridad física del sujeto, cuya contraparte en forma de menosprecio es la agresión física.

El concepto de amor, en Hegel se presenta como el lazo emocional entre sujetos, en la que se reconocen como seres que aman, y son dependientes de los otros.

*Para Hegel, el amor representa el primer estadio de reconocimiento intersubjetivo, ya que en su culminación los sujetos recíprocamente se confirman en su naturaleza necesitada y se reconocen como entes de necesidad; en la experiencia recíproca de atención amorosa los dos sujetos se saben unificados, porque en su necesidad son dependientes del otro ocasional (Honneth, 1997, p. 118).*

Honneth, para ampliar la concepción de “amor” de Hegel, recurre a la teoría psicoanalítica de Donald Winnicott, quien interpretó el amor como una experiencia interactiva de reconocimiento recíproco. Para Winnicott la vida humana inicia con una fase de “subjetividad indiferenciada”, de unión simbiótica. Es decir madre e hijo dependen recíprocamente el uno del otro. Unidos por el sistema de integración física de sus cuerpos antes del nacimiento, y permanecen completamente destinados uno del otro por satisfacción de sus necesidades (Honneth, 1997, pp. 121-122).

En este sentido la esfera del amor se configura como particularista, porque se considera a las personas más cercanas al sujeto, como es la familia y amigos. Por ello, en esta esfera no se exigen el reconocimiento a todas las personas por igual. El reconocimiento en esta esfera se da por la mutua necesidad afectiva de los sujetos. Honneth, afirma que hay dos tipos de relaciones en la esfera del amor: la relación simétrica y la asimétrica. El tipo de relación simétrica corresponde al de hijos con padres, mientras que relación asimétrica pertenece a los amigos (1998, p. 34).

De esta forma el amor es la primera forma de reconocimiento de la autonomía individual, esta forma de manifestación emocional está vinculada

a la existencia corporal del otro en concreto. En consecuencia esta manifestación emocional depende de la existencia física de las personas en concreto, que se reconocen entre sí, con especial sentimientos de afecto.

#### **2.2.4.2. El derecho**

La segunda forma de reconocimiento está constituida en el derecho, que tiene su contrapartida positiva o segunda forma de menosprecio, en la exclusión social (Fraser & Honneth, 2006, pp. 114-115). Por el derecho, los integrantes de la sociedad se reconocen mutuamente como libres e iguales, prevaleciendo el carácter afectivo del amor.

A diferencia del amor, el derecho es racional y universal: debe estar desvinculado a las simpatías o antipatías personales, y valorar a cualquier persona en la misma medida, es decir todo ser humano debe valer por sí mismo y debe ser reconocido como tal (Fascioli, 2013, p. 129).

La esfera del derecho también forma parte del modelo de socialización. Honneth afirma que, sólo desde la perspectiva normativa del otro, nos podemos entender como personas del derecho, en una realización social de pretensiones mutuas. También Honneth afirma que Hegel ha delimitado de forma clara la relación del derecho como una forma de reconocimiento recíproco cuando señala que, “en el Estado el hombre es tratado y reconocido como ser racional, como libre, y en tanto como persona” (Honneth, 1997, p. 133).

Es en esta esfera del derecho, se realizan las luchas por el reconocimiento por parte de los movimientos sociales, donde se debaten aspectos del orden social, o el motor de la historia en términos de Hegel. Estas luchas conducirán el horizonte de los valores morales de la sociedad (Honneth, 1998).

#### **2.2.4.3. La solidaridad**

La solidaridad o la valoración social es otra esfera del reconocimiento, que se concibe como el grado de reconocimiento social que un sujeto merece por la forma de su autorrealización y por su identidad en particular, dentro de un horizonte de valores, que puede ser una comunidad, un estado o colectividad. Esta forma de reconocimiento fue denominada por Hegel como “eticidad”: una relación de valoración recíproca entre personas que se distinguen de los demás por sus cualidades particulares. Mientras que Mead en lugar de una concepción formal, asocia con el modelo de división del trabajo cooperativo (Honneth, 1997, p. 112).



Para Honneth la estima social está dada por la contribución que uno hace a las metas que son consideradas valiosas para la sociedad. Honneth afirma que “los sujetos humanos necesitan más allá de la dedicación afectiva y el reconocimiento jurídico, una valoración social que les permita referirse positivamente a sus cualidades y facultades concretas” (1997, p. 148). Es decir estas cualidades personales contribuyen a la realización de los objetivos de la sociedad.

*El autoentendimiento cultural de una sociedad proporciona los criterios según los que se orienta la valoración social de las personas, porque sus capacidades y actuaciones pueden ser intersubjetivamente estimadas en la medida que cooperan en la realización de valores socialmente definidos.* (Honneth, 1997, p. 150)

Lo que significa que se reconoce la contribución de las personas a la vida de otros, es decir a la consecución de objetivos comunes de vida buena.

Honneth (1997, 1998) hace corresponder a cada una de las esferas un tipo de daño: en la esfera del amor maltrato, violación, tortura y asesinato; en la del derecho, la desposesión de derechos, estafa y exclusión; y en la solidaridad, la indignación, injuria y estigmatización. Estos daños transgreden la autorrelación del individuo consigo mismo: la autoconfianza en la primera de las esferas, el autorrespeto en la segunda y la autoestima en la última.

TABLA 2.1. ESTRUCTURA DE LAS RELACIONES DE RECONOCIMIENTO SOCIAL

Modos de reconocimiento	Dedicación emocional	Atención cognitiva (respeto)	Valoración social
Dimensión de personalidad	Naturaleza de la necesidad y del afecto	Responsabilidad moral	Cualidades y capacidades
Formas de reconocimiento	Relaciones primarias (amor, amistad)	Relaciones de derecho (derechos)	Comunidad de valor (solidaridad)
Potencial de desarrollo	-	generalización, materialización	individualización, igualación
Autorrelación práctica	Autoconfianza	Autorrespeto	Autoestima
Forma de menosprecio	Asesinato, maltrato psíquico y físico, violación, tortura	Desposesión de derechos, exclusión estafa	Indignidad, injuria y estigmatización
Componente amenazado de la personalidad	Integridad física	Integridad social	“Honor”, dignidad

Fuente: Honneth (1997, p. 159) complementado con Honneth (1998).

Honneth presenta una tabla resumen sobre la estructura de las relaciones de reconocimiento social, como una forma de sistematización de una tipología de patrones y niveles de reconocimiento, esferas de la persona, y formas de injuria personal (1997, p. 159).

### **2.2.5. Justicia social desde el la lucha por el reconocimiento**

La Justicia social es entendida por Honneth como la garantía de las condiciones para un reconocimiento mutuo, donde las formación de la identidad personal y la autorrealización individual se desarrollen de manera plena (2006, p. 136).

Javier Murillo y Reyes Hernández-Castilla (2011), en la tarea de aproximar un concepto de Justicia Social aplicada a la educación, identifican a Honneth, como uno de los teóricos que aporta en la configuración actual concepción de Justicia Social, esencialmente de entre las tres dimensiones que componen (Redistribución, Reconocimiento y Participación) contribuye a las ideas de Reconocimiento y Participación. Estos académicos afirman, que las ideas de Reconocimiento son promovidas por Honneth junto a Collins (1991), Fraser y Honneth (2003), Fraser (2008), que está centrado en el reconocimiento y respeto de la cultura de las personas, en la existencia de una serie de relaciones justas dentro de la sociedad; y las ideas de Participación desarrolladas junto a Young (1990), Miller (1999), Fraser y Honneth (2003) y Fraser (2008), que se comprende a la participación de las personas en las decisiones que afectan sus propias vidas (Murillo & Hernández-Castilla, 2011, p. 12). Así mismo Murillo y Hernández-Castilla señalan que el aporte principal de Honneth es la configuración de la Justicia desde las formas de falta de respeto o minusvaloración de las personas, que están directamente relacionadas a la participación pública de las personas (2011, p. 18).

#### ***2.2.5.1. Lucha por el reconocimiento como exigencias en los ámbitos moral y político***

La situación sociopolítica de las sociedades peruanas y países de Latinoamérica experimenta cambios relacionados al reconocimiento de los grupos culturales. En el caso peruano estas luchas de reconocimiento se reflejan principalmente en la falta de respeto a los pueblos originarios: por ejemplo, muchas comunidades son afectadas por las actividades extractivas de la minería, que contaminan sus tierras, lagunas, ríos; mientras los gobiernos pretenden justificar estas actividades por el dinero que genera la minería, desmereciendo las concepciones simbólicas, costumbres y tradiciones agrarias de los campesinos de las comunidades afectadas. Al respecto, Honneth (2006) sostiene que la falta de respeto entre las personas es considerada como un tipo de degradación, que constituye la base de lo que se denomina sufrimiento e injusticia (p. 127).

Desde el situación sociopolítica, en las sociedades peruanas, los derechos están reconocidos teóricamente de acuerdo a la idea normativa como “personas jurídicas” con los “mismos derechos”, como todos los demás integrantes de la sociedad peruana, pero en la práctica se demuestra que esto no es así, las personas de las comunidades andinas, amazónicas y costeras principalmente originarias aun no disfrutan de la estima social y su cultura no es considerada ni reconocida según los patrones del reconocimiento y aceptación que goza la cultura occidental peruana. Según Honneth (1997), toda persona necesita de una realización humana, en la que se considere el reconocimiento desde la perspectiva del amor, el derecho y la solidaridad (p. 116). Estos aspectos de reconocimiento son válidos en toda persona, indistintamente de su contexto cultural, ya que permiten recuperar la dignidad, el derecho a la autorrealización para desarrollar su particular identidad y autonomía.

Honneth (1997), en su planteamiento de lucha por el reconocimiento, da cuenta de la problemática moral. Para la autorrealización humana existe la necesidad de una relación dialógica entre las diferentes concepciones culturales y formas de vida. Honneth (2006) plantea que la autonomía y el reconocimiento están estrechamente relacionados a las experiencias de autoestima y autoconfianza. Su realización conduce a los principios de la Justicia, con la cual Honneth hace crítica al individualismo de las concepciones liberales de autonomía, que maximizan la libertad negativa.

Estas posiciones liberales defienden que las la personas son autosuficientes y no necesitan de la solidaridad de los demás. De forma contraria Honneth (1997) afirma que las personas tienen una interdependencia mutua, que se manifiesta en la amistad, el amor y la solidaridad. Su realización permite el desarrollar la autoconfianza en cada individuo en comunidad.

Desde esta visión, las personas necesitan ser reconocidas por los demás integrantes de la comunidad, y ello va más allá de las libertades legales y de los bienes materiales. Por tanto, la autonomía y el reconocimiento requieren de una base psicológica y moral, que no se resuelve con la distribución clásica de Justicia jurídica.

#### ***2.2.5.2. El reconocimiento en la conformación de la integridad y la autoestima***

Alex Honneth afirma, que uno de los reconocimientos se da a través del vínculo entre personas que se reconocen unas a otras, como diferentes e iguales en dignidad, a la que denomina “amor”. El término “amor” se debe entender como relación primarias de fuertes lazos afectivos, y no sólo la concepción limitada de la valorización romántica de las relaciones sexuales (1997, pp. 117-118). Esta afirmación se refiere al aspecto emocional de las personas, en cuya esfera se fijan las lesiones morales, estas lesiones se concretizan en formas de menosprecio, expresadas en la tortura, la violación, el maltrato psicológico, etc. (Araya, 2013, p. 295).

La segunda forma de reconocimiento es el derecho, que está vinculado a la subjetividad y se requiere de una praxis en la estructura social o comunitaria, para que las personas puedan vivir de forma adecuada y con seguridad, al ser aplicadas las normas de manera justa. Este reconocimiento tiene la condición de autorregularse moral y jurídicamente por los integrantes de la sociedad, en este sentido es posible la construcción normativa de la subjetividad y la autonomía (Araya, 2013, p. 205). En esta esfera del reconocimiento también se considera el modo cognitivo, que considera a todas las personas portadoras de los mismos derechos, y que tiene carácter universal (Fraser & Honneth, 2006, p. 113).

La tercera forma del reconocimiento está referido a la solidaridad como estima social, que está vinculada al estilo de vida cultural de los demás, lo que permite desarrollar una aceptación y una empatía hacia los otros, lo que constituye como la tercera demanda de los grupos sociales, en relación al bienestar común del grupo cultural, al que se denomina reconocimiento de las diferencias culturales (Fraser & Honneth, 2006, p. 130).

#### ***2.2.5.3. El reconocimiento en el contexto de conflicto valores***

Las prácticas constitutivas de los modos de vida y la orientación de valores de la comunidad cultural requieren una forma de trato particular de apreciación que no puede surgir de la igualdad de trato (Honneth, 2006). Debemos entender que una cultura debe gozar de una estima social, que no le deje supeditada frente a otra cultura.

Honneth distingue el reconocimiento de la distribución: a pesar que ambos son categorías morales fundamentales, afirma que la segunda deriva del

primero, puesto que la Justicia Social se entiende como la creación de relaciones sociales donde se considera a las personas como miembros plenos, sin tener obstáculo alguno para manifestar sus formas de vida (Fraser & Honneth, 2006, p. 119). De la afirmación anterior se asume que la sociedad se entiende como una red de relaciones de reconocimiento (Araya, 2013, p. 299).

Jorge Araya, en la reflexión del contexto mapuche de la sociedad chilena, afirma que la relación jurídica de reconocimiento que surge de la ciudadanía clásica es insuficiente, porque siempre será necesario sentirse reconocidos por las cualidades valiosas que los hacen distintos de los demás, de esta forma surge la identidad cultural (2013, p. 300).

En tal sentido la causa fundamental por la que los pueblos originarios andinos, amazónicos o costeros cuestionan el orden social prevaleciente, es la injusticia y el no reconocimiento, que son expresados en luchas y movilizaciones; las reglas o medidas aplicadas violan intrínsecamente a sus reivindicaciones y demandas de reconocimiento social, que son el origen de las desigualdades. La identidad y el reconocimiento cultural pasa por el desarrollo de la ciudadanía, que está estrechamente ligada al respeto a la cultura y a sus formas de organización social, política y económica (Honneth, 2006).

Los pueblos originarios mantienen aún su propia organización social, basada en la relación de pertenencia a la comunidad denominada “ayllu”, su organización política basada en la participación y representación confederada, y su economía basada en la agricultura y respeto a la naturaleza.

Para superar la situación de no reconocimiento, Honneth propone tres formas que se encuentran en las esferas de la vida social: a) la dedicación emocional, b) el reconocimiento jurídico, c) la adhesión solidaria. Estos constituyen aspectos esenciales para que las personas sean reconocidas en su autonomía e identidad personal (Araya, 2013, p.302).

## **2.3. CONCEPCIÓN DE JUSTICIA SOCIAL EN EL PENSAMIENTO DE JOHN RAWLS**

### **2.3.1. Introducción**

John Rawls (1921-2002), filósofo político estadounidense, publica su principal obra en el año 1971, “Teoría de la Justicia”. En ella propone su

teoría sobre la Justicia a partir de la crítica a la filosofía moral moderna, dominada por entonces por el utilitarismo. Su trabajo se centra principalmente en la concepción de contrato social, temática bastante abordada por destacados pensadores occidentales como Locke, Rousseau y Kant. Con el aporte de estos pensadores construye una teoría de la Justicia que constituye la base moral más apropiada para una sociedad democrática.

En respuesta a las críticas recibidas en “Teoría de la justicia”, el año 2002 Rawls publica “La Justicia como equidad”, en la que propone cambios de tres tipos respecto de la primera obra: en primer lugar, cambios en la formulación y en el contenido; en segundo lugar, respecto al modo de organizar la argumentación de los principios de la Justicia desde la posición original; y en tercer lugar, formula una nueva forma de entendimiento de la Justicia como equidad. Así mismo afirma el cambio del modo de entenderse a la Justicia cómo equidad: “cómo una concepción política de la Justicia en vez de como parte de una doctrina moral comprehensiva” (Rawls, 2002, p. 18).

Iniciaremos presentando las principales ideas de Rawls que componen la concepción de “Justicia como equidad”, que formarán parte fundamental de nuestra concepción de Justicia Social y de nuestra orientación de la práctica educativa en una sociedad democrática y multicultural.

### **2.3.2. Ideas fundamentales sobre Justicia como equidad**

John Rawls en su obra “La Justicia como equidad” comienza distinguiendo cuatro papeles de la filosofía política; a) papel práctico que se origina en el conflicto político, b) el papel de orientación, referido al modo de comprender a las instituciones políticas y sociales, sus objetivos y propósitos importantes; c) el papel de la reconciliación en la sociedad a la que pertenecemos, lo que conlleva a aceptar y afirmar nuestro mundo social positivamente; d) el papel del pluralismo razonable, relacionado al estudio de los límites de la posibilidad política práctica, lo que nos permite pensar en un mundo social con al menos un orden político decente (Rawls, 2002, pp. 24-27).

Para el entendimiento de las ideas de “la Justicia como equidad”, consideramos importante mencionar lo que Rawls entiende sobre algunas categorías tales como: sociedad, institución, persona, entre otras, las presentamos a continuación.

### **2.3.2.1. Sociedad**

Una de las formas de entender la sociedad es como “unión social de uniones sociales, y la prioridad de la libertad” (Rawls, 1995, p. 11). Se considera a la agrupación de personas como una unidad por una serie de intereses sociales.

En este sentido Rawls (1995), para concebir el papel de Justicia como virtud, asume la concepción de sociedad como “una asociación más o menos autosuficiente de personas que en sus relaciones reconocen ciertas reglas de conducta como obligatorias y que en su mayoría actúan de acuerdo con ellas” (p. 18). Además agrega que estas reglas proporcionan un sistema de cooperación planeado para promover el bien. En este sentido, la sociedad es entendida como una empresa cooperativa, en la que las personas están juntas para obtener ventajas comunes, y caracterizada por tener conflictos e intereses comunes.

Entre los miembros de una sociedad, existen una identidad de interés porque la cooperación social hace posible para todos una vida mejor, mientras, si cada uno viviera únicamente de sus propios intereses, las dificultades aumentarían (Rawls, 1995, p. 126).

También existen conflictos de intereses porque las personas no siempre están de acuerdo con la forma de distribución de los bienes logrados por la sociedad con su colaboración. Se requiere entonces un conjunto de principios para la distribución correcta. Estos principios son los principios de la Justicia social, que proporcionan un modo de asignar los derechos y deberes de las instituciones básicas de la sociedad y asimismo definen la distribución apropiada de los beneficios y cargas de la cooperación social.

### **2.3.2.2. Instituciones**

Otra de las categorías importantes es la concepción de institución, como uno de los elementos que constituyen y configuran la sociedad.

Rawls (1995) entiende por institución aquella constituida por:

*Un conjunto de reglas que definen cargos y posiciones con sus derechos y deberes, poderes e inmunidades, etc. Estas reglas especifican ciertas formas de acción como permisibles, otras como prohibidas; y establecen ciertas sanciones y garantías para cuando ocurren violaciones a las reglas. (p. 62)*

Se señalan como ejemplos de instituciones o prácticas sociales a los ritos, juegos, procesos judiciales y parlamentos, los mercados, etc. Rawls afirma también que una institución puede entenderse de dos formas. Primero, como

un objeto abstracto, que comprenden a las distintas formas de conducta, expresadas a través de un sistema de reglas; y segundo, como la realización de acciones indicadas por estas reglas.

Desde la filosofía política Rawls diferencia la concepción de sociedad democrática de la comunidad cuando afirma, “Yo creo que la sociedad democrática no es una comunidad, ni debe serlo, entendido a la comunidad un cuerpo de personas unidas en la defensa de la misma doctrina comprensiva o parcialmente como comprensiva” (2002, p. 25). Así mismo afirma que tampoco la sociedad política una asociación, a lude a que nos encontramos en un cierto momento del tiempo histórico (Rawls, 2002, p. 26).

### **2.3.2.3. Personas**

Rawls prefiere la denominación de ciudadanos en lugar de personas, en todo caso asume la noción de ciudadanos desde la concepción de la sociedad democrática, en ésta se entiende a los ciudadanos como los sujetos que participan en la cooperación social como personas libres e iguales, y como miembros cooperativos normales de la sociedad durante toda su vida (Rawls, 2002, p. 26).

En “La Justicia como equidad” los ciudadanos son considerados como personas que participan en una cooperación social, que desarrollan lo que se denomina “las dos facultades morales”: la primera referida a la capacidad de poseer un sentido de la justicia, que es la capacidad de entender, aplicar y obrar según los principios de la justicia; la segunda referida a la capacidad de poseer la concepción de bien, que consiste en una serie de fines y objetivos de la idea del valor de la vida humana [revisar esta parte??] (Rawls, 2002, p. 43).

Otra de las concepciones de persona en “La Justicia como equidad” se da a partir de la concepción política de la Justicia. En este sentido la persona se concibe no desde la moral o la psicología, sino desde la normativa y política. La concepción de la persona tiene su origen a partir del modo cómo la cultura política pública constituida democráticamente concibe a los ciudadanos (Rawls, 2002, p.44).

Se entiende a los ciudadanos como personas iguales, en el sentido de poseer de facultades morales necesarias para participar en la cooperación social a lo largo del tiempo y formar parte de la sociedad como ciudadanos iguales.



Mientras que ciudadanos como personas libres se entiende en dos sentidos: primero, en el sentido que se conciben a sí mismos, y unos a otros, con la facultad moral de poseer, revisar y cambiar las concepciones del bien; en segundo sentido, en tanto que las personas se ven con la facultad de exigir a sus instituciones promover sus concepciones del bien, según estas concepciones del bien se fundan los deberes y obligaciones para con la sociedad (Rawls, 2002, pp. 44-46).

### **2.3.3. Principios de la Justicia**

Rawls (2002) analiza en la segunda parte de su obra “La Justicia como equidad” el contenido de los dos principios de la Justicia que se aplican a la “estructura básica”, además de abordar la serie de críticas realizadas mayormente por la corriente de los comunitaristas.

Así pues, inicia exponiendo tres cuestiones básicas. La primera cuestión está referida a reafirmar que la Justicia como equidad está pensada para una sociedad democrática, entendida ésta última como “un sistema equitativo de cooperación social, entre ciudadanos concebidos como libres e iguales” (Rawls, 1995, p. 69). A continuación plantea la pregunta: ¿qué principios son los más apropiados para una sociedad democrática?, pregunta que le permitirá dilucidar la preferencia de un régimen constitucional y una democracia mayoritaria. La segunda cuestión está referida a que la Justicia como equidad, hace que el objeto primordial de la Justicia política esté centrado en la estructura básica de la sociedad, esto quiere decir que el conjunto de las instituciones políticas y sociales se interrelacionan unas con otras en un sistema unificado de cooperación (Rawls, 1995, p. 69).

Se asume que los ciudadanos nacen en una sociedad y normalmente pasarán toda su vida en sus instituciones básicas. Esto permite a Rawls afirmar que la naturaleza de la estructura básica y el papel que cumplen determinan en mayor medida las desigualdades sociales y económicas. Estas desigualdades son tomadas en cuenta para decidir qué principios de Justicia son los más apropiados (Rawls, 2002, p. 70).

La tercera cuestión, es que la Justicia como equidad es una forma de liberalismo político. Para ello es necesario articular una serie de valores morales que se aplican en las instituciones políticas y sociales de la estructura básica. Estas relaciones políticas son de dos tipos (Rawls, 2002, p. 70):

*Una relación personal, referida a la estructura en la que nos mantenemos toda la vida desde que nacemos hasta que morimos.*

*Una relación de poder político, considerada como coercitiva, utilizada por el Estado y su aparato ejecutivo, en un marco de régimen constitucional, donde el poder político se entiende como el poder de los ciudadanos libres e iguales que forma un cuerpo colectivo.*

Rawls sostiene, que la idea del liberalismo político se origina de dos formas: primero, del hecho del “pluralismo razonable”, que quiere decir que nace de la diversidad de doctrinas que caracteriza a una sociedad democrática; segundo, del hecho de que el régimen democrático del poder político es entendida como el poder de los ciudadanos libres e iguales asociados en un colectivo (2002, p. 70).

Dadas estas tres cuestiones, Rawls se plantea la pregunta: ¿Qué principios de la Justicia son los más apropiados para definir los derechos y libertades básicos, y para regular las desigualdades sociales y económicas en perspectiva de los ciudadanos a lo largo de toda su vida? Esta pregunta conduce a la presentación de los dos principios de la Justicia.

#### **2.3.3.1. Formulación de los principios de la Justicia**

Autores como Hobbes, Locke y Rousseau centran su atención en la estructuración de las sociedades en base a un contrato social. La pregunta es cómo llegar a ese acuerdo. Rawls (2002) plantea que para llegar a un acuerdo inicial de manera justa, debe hacerse bajo un “velo de la ignorancia”. El “velo de la ignorancia” se entiende como un acuerdo entre las partes que no conocen su posición social, no conocen el grupo étnico al que pertenecen, ni su sexo, ni sus dotaciones naturales.

Bajo este punto de vista, corresponde preguntarse ¿Qué educación querríamos para nuestra sociedad, si estuviéramos bajo las condiciones de posición original, bajo el “velo de la ignorancia”?, de hecho, no es posible poner a las personas en situación de el “velo de la Ignorancia” real, Rawls apoya su argumentación en la teoría de la elección racional, asumida como aquellas personas con capacidades morales y racionales, que llegarían fundamentalmente a dos principios].

Rawls reformula los principios de la Justicia de la forma que sigue:

*“Cada persona tiene el mismo derecho irrevocable a un esquema plenamente adecuado de libertades básicas iguales que sea compatible con un esquema similar de libertades para todos; y*

*Las desigualdades sociales y económicas tienen que satisfacer dos condiciones: en primer lugar, tienen que estar vinculados a cargos y posiciones abiertos a todos en condiciones de igualdad equitativa de oportunidades; y, en segundo lugar, las desigualdades deben redundar en un mayor beneficio de los miembros menos aventajados de la sociedad (el principio de la diferencia)” (Rawls, La justicia como equidad, 2002, p. 73).*

Rawls (2002) indica que el primer principio es previo al segundo, y en el segundo principio, la igualdad equitativa de oportunidades es previa al principio de diferencia. Con esto se busca un principio de distribución correcta en las instituciones, que aseguren las libertades básicas iguales, así como la igualdad equitativa de oportunidades (2002, p. 73).

En el segundo principio destacamos la igualdad equitativa de oportunidades, que no sólo exige que los cargos públicos y las posiciones sociales estén abiertos en sentido formal, sino que todos tengan la oportunidad de llegar a ocuparlos (Rawls, 2002, p. 74). Todas las personas deberían tener las mismas perspectivas de éxito independiente de su clase social de origen.

Agrega que la igualdad equitativa de oportunidades es lo mismo que la igualdad liberal. Para alcanzar sus objetivos, deben imponerse ciertos requisitos a la estructura básica, estos requisitos deben ser más exigentes que el sistema liberal natural (Rawls, 2002, p. 74). En este punto, también se debe establecer la igualdad de oportunidades de educación para todos, independiente de la posición económica familiar.

En el primer principio se alude a las libertades básicas iguales que serían los siguientes:

- Libertad de pensamiento y libertad de conciencia.
- Libertades políticas (derecho al voto y derecho a participar en política).
- Libertad de asociación.
- Los derechos y libertades determinados por la libertad e integridad (física y psicológica) de la persona.
- Los derechos y libertades amparados por el imperio de la ley.

Rawls presenta una lista de libertades básicas y afirma que se pueden seleccionar de dos formas: la primera forma es histórica, que se obtiene al revisar las diversas constituciones de regímenes democráticos, del que se escogería los derechos y libertades básicos, y estas estén protegidas- por los que históricamente han sido los regímenes más exitosos; la segunda forma es

analítica: considera el ejercicio pleno de dos facultades morales de la personas, uno referente a juzgar la Justicia de las instituciones básicas y las políticas sociales, y otro referente a buscar la concepción del bien (2002, pp. 75-76).

En esta lista de bienes primarios no está considerada la educación en forma explícita, pero de manera implícita se la considera como un derecho humano fundamental para que las personas puedan desenvolverse como seres libres e iguales (Bolívar, 2012; Murillo y Hernández-Castilla, 2011, 2014).

### **2.3.3.2. Justicia distributiva**

Rawls aborda de dos formas el problema de distribución. El primer problema consiste en la regulación de las instituciones de la estructura básica como un esquema unificado para que perdure en el tiempo, de una generación a otra, un sistema equitativo, eficiente y productivo de cooperación social; éste sería el problema que ocupa la Justicia distributiva en la Justicia como equidad (2002, p. 81).

El segundo problema se compara con la distribución de un paquete de mercancías entre diversos individuos, de los cuales no se conocen sus necesidades, deseos y preferencias particulares y que no han cooperado en la producción de estas mercancías. En este caso se trataría de una Justicia asignativa. Rawls afirma también que la idea de la Justicia asignativa es compatible con la idea fundamental que sirve para organizar la Justicia como equidad (2002, p. 81) [¿?].

Murillo y Hernández (2011) sostienen que la noción de Justicia Distributiva de Rawls está referida al modo de reparto de los bienes primarios en la sociedad, y consideran que los principios son de tres modos y agrega que debería complementarse con un cuarto (p. 13):

- a) Justicia igualitaria: a cada persona una parte igual, afirman que resulta complejo materializar esta idea, porque cada persona comienza con diferentes beneficios o desventajas sociales, de modo que la distribución igualitaria generaría asignación inmerecida, esta situación podría evitarse mediante la redistribución.
- b) Justicia según la necesidad: a cada persona de acuerdo a sus necesidades, de esta forma los que tienen mayores necesidades reciben mayores asignaciones, este principio también requiere una

redistribución, para evitar desventajas por causas ajenas a su voluntad.

- c) Justicia según el mérito: a cada persona según su mérito, las personas que contribuyen mayores beneficios a la sociedad, les corresponde también recibir mayores beneficios. La diferencia entre los individuos es la contribución al bienestar social, con la que ameritan un beneficio diferenciado por esta contribución.
- d) El principio de diferencia: las desigualdades sólo se pueden aceptar si benefician a los menos aventajados, en caso contrario se rechaza, de tal forma que las desventajas naturales o de nacimiento sean compensadas.

#### **2.3.3.3. La estructura básica**

La estructura básica es considerada como el principal objetivo de la concepción política de la Justicia como equidad, por dos razones: la primera hace referencia al funcionamiento de las instituciones y la naturaleza de los principios exigidos para la regulación durante el tiempo (Rawls, 2002, p. 84); la segunda se origina de la influencia en las personas que viven al amparo de sus instituciones; Rawls afirma que toda sociedad moderna, incluso una bien ordenada, debe permitir algunas desigualdades para estar bien diseñada y eficazmente organizada. Entonces cabe la pregunta ¿qué clase de desigualdades se permitiría una sociedad bien ordenada y cuales definitivamente evitaría? (Rawls, 2002, p. 87).

De forma que las perspectivas de la vida de los ciudadanos son afectadas por tres contingentes: su clase social de origen, sus dotaciones innatas y su buena o mala fortuna (Rawls, 2002, p. 88).

#### **2.3.4. Los menos aventajados**

Los menos aventajados son aquellas personas o grupos que pertenecen a la clase de ingresos con expectativas más bajas (Rawls, 2002, p. 92). ¿Cómo identificamos a estos “menos aventajados”? Para responder a ello es necesario considerar los denominados “bienes primarios”, que son las diversas condiciones sociales y medios de uso universal, necesarios para que las personas se desarrollen adecuadamente y ejerzan plenamente sus facultades morales. Se distinguen cinco clases de bienes primarios (Rawls, 2002, p. 91):

- a) Los derechos y libertades fundamentales, de las que se puede proponer una lista;
- b) La libertad de circulación y la libertad de elección del empleo entre posibilidades diversas;
- c) Los poderes y las prerrogativas relativas a ciertos cargos y puestos de autoridad y responsabilidad;
- d) Los ingresos y la riqueza; y,
- e) Las bases sociales del autorespeto.

Rawls afirma que esta lista de bienes primarios puede ampliarse "siempre y cuando se respete el límite de la Justicia como imparcialidad y el límite de la simplicidad y disponibilidad de información" (2004, p. 178).

#### ***2.3.4.1. Principio de la diferencia (mérito)***

Rawls sostiene que el principio de diferencia como un principio de Justicia distributiva está sujeto al primer principio de la Justicia (garantizar las libertades básicas iguales), y al segundo principio (igualdad equitativa de oportunidades), ambos aplicados en las instituciones sociales (2002, pp. 94-95).

Rawls, explica el principio de la diferencia través de eficiencia para las instituciones, afirma para que exista una distribución, se asume que la cooperación social es siempre productiva. Se distinguen en consecuencia dos tipos de grupos de producción: los grupos más aventajados (GMA) y los grupos menos aventajados (GmA), los que servirán para analizar los tipos de esquemas de cooperación productiva. Esta distribución es explicada a través de una relación matemática, por la gráfica de una curva, que representa a la producción, esta curva describe un ascenso y luego un descenso (2002, p. 95).

Un esquema de cooperación se refiere "al modo en que las reglas públicas organizan la actividad productiva, especifican la división del trabajo y asignan diversos papeles a los que participan en ella". Estos esquemas establecen programas de sueldos y salarios que se pagan a sus miembros en función de la cantidad producida. La producción de estos grupos servirá también para cubrir los gastos en salud y educación, para marcar las posiciones de responsabilidad, motivando a que, y para actuar como incentivos (2002, p. 95).

Es interesante analizar la explicación del caso de sueldos y salarios, en la representación de una gráfica cartesiana donde el origen de la curva representaría el reparto por igual: todos reciben la misma remuneración. El eje de las ordenadas representa las remuneraciones del grupo de los más aventajados, y el eje de las abscisas las remuneraciones de los menos aventajados. Se tiene entonces diferentes puntos de la curva, que explican esquemas más eficientes que otros, con estas condiciones se asume que un esquema es más eficaz que otro, si la curva descrita da como resultado mayor rendimiento al grupo de los menos aventajados, para cualquier rendimiento de grupo de los más aventajados (Rawls, 2002, pp. 95-97).

Rawls agrega, respecto al principio de diferencia, que “no se requiere del crecimiento económico continuo a través de las generaciones para maximizar de forma indefinidamente creciente las expectativas de los menos aventajados” (2002, p. 97). En consecuencia serían éstas las condiciones para aceptar las diferencias en una estructura básica justa.

El principio de la diferencia requiere que, en cualquier caso de desigualdad de riqueza o ingresos, la existencia de tales desigualdades se deben permitir, sólo si contribuyen efectivamente a los menos aventajados; de lo contrario, las desigualdades no son permisibles (2002, p. 98).

### **2.3.5. Posición original**

La posición original es un estado inicial apropiado para establecer en ella acuerdos imparciales, a la elección de estos acuerdos Rawls denomina “justicia como imparcialidad”. Para establecer si una concepción de Justicia es más razonable que otra, las personas puestas en situación inicial escogen unos principios en lugar de otros. Se trata entonces de un problema de elección racional, que tiene lugar cuando se conoce las creencias e intereses de los participantes, las relaciones que tienen en común, las alternativas por elegir, etc. Rawls propone establecer ciertas condiciones para una situación inicial, que sean comunes y compartidas. En este sentido Rawls parte asumiendo que es aceptable y razonable, que nadie tenga una posición ventajosa o desventajosa por la riqueza económica que posee o condición social de las personas que elegirán estos principios. Para aceptar las condiciones deseadas, se imagina una situación en la que los participantes estén desprovistos de todo tipo de información, a esta situación se denomina el “velo de la ignorancia” (Rawls, 1995, p. 29).

Por el “velo de la ignorancia”, las personas no conocen su posición dentro de la estructura de la sociedad, no conocen su posición, su clase social, tampoco conocen sobre las ventajas y capacidades naturales, su fortaleza, etc. En este sentido Rawls, propone elegir los principios de Justicia tras un velo de ignorancia (1995, p. 25).

Por una parte, la posición original posibilita el procedimiento para que todos los grupos puedan escoger los principios de la justicia; el propósito de estas condiciones es representar la igualdad entre los seres humanos.

*Estas condiciones, junto con el velo de la ignorancia, definen los principios de Justicia como aquellos que aceptarían en tanto que seres iguales, en tanto que personas racionales preocupadas por promover sus intereses, siempre y cuando supieran que ninguno de ellos estaba en ventaja o desventaja por virtud de contingencias sociales y naturales. (Rawls, 1995, p. 31).*

La aplicación de estos principios también nos conduce a hacer los mismos juicios para la estructura básica de la sociedad.

Rawls replantea la configuración de la posición original y el argumento en favor de los dos principios de Justicia. Afirma que el mecanismo de representación en la posición original modela dos cosas: primero, los representantes de los ciudadanos que son concebidos como libres e iguales, deben acordar los términos equitativos de cooperación social, con estos acuerdos o reglas se regularían la estructura básica; segundo, los representantes de los ciudadanos, deberán presentar ciertos principios de Justicia y rechazar otros, bajo las restricciones aceptables sobre las razones (2002, p. 119).

#### **2.3.5.1. Estructura del argumento y la regla maximin**

La regla maximin consiste en identificar el peor resultado de las alternativas que se tiene, y que se adopte la alternativa cuyo peor resultado es el mejor que los demás peores resultados. Para aplicar esta regla en la estructura básica, se debe fijar en las peores posiciones sociales, que son regulados bajo ciertos principios, adoptados en determinadas circunstancias. Se describe el argumento del siguiente modo: (Rawls, 2002, p. 138):

- I. *Si existen ciertas condiciones para guiarse con la regla maximin, en el momento que se acuerdan los principios de Justicia para la estructura básica, entonces, se elegiría los dos principios de Justicia en lugar de la utilidad media.*
- II. *Existen tres condiciones que, de cumplirse, implican que es razonable guiarse por la regla maximin.*



- III. *Las tres condiciones se cumplen en la posición original.*
- IV. *En consecuencia, los dos principios son elegidos por las partes en lugar del principio de la utilidad media.*

Las tres condiciones se explican de la forma siguiente:

- I. *La regla maximin excluye las probabilidades, las partes no tienen ningún modo de estimar o conocer sobre las posibles circunstancias sociales que afecten su elección de principios de justicia. El velo de la ignorancia evitaría tal hecho, ya que desconoce su posición social.*
- II. *La regla maximin obliga a las partes a examinar sólo los peores resultados posibles, y la elección del peor resultado que es mejor que los otros peores resultados. El mejor peor resultado es denominado nivel garantizable.*
- III. *La regla maximin obliga a las partes a rechazar las alternativas cuyos peores resultado estén por debajo del “nivel garantizable”.*

Por tanto, la aplicación de la regla maximin para la elección de los principios de la justicia, en posición original, permite a las partes jerarquizar las alternativas disponibles, en base a los peores resultados. Es razonable entonces aceptar la elección, de entre los peores, el menos malo, de tal forma que las partes contratantes aceptasen para sí mismas las peores posiciones si tuvieran que estar en situación desventajosa, tras el levantamiento del velo de la ignorancia.

## **2.4. JUSTICIA COMO REDISTRIBUCIÓN, RECONOCIMIENTO Y REPRESENTACIÓN**

Nancy Fraser propondrá el entramado conceptual de la Justicia valiéndose de sus dos obras: “Redistribución o reconocimiento” (2006) y “Esferas de la justicia” (2008), con la que Fraser postula el modelo multidisciplinar para la concepción de Justicia: reconocimiento, redistribución y participación, representando así los tres ámbitos sociales: cultura, economía y política.

### **2.4.1. Primera aproximación de la Justicia: redistribución y reconocimiento**

En el debate que sostienen con Honneth (2006), según Fraser, la postura monista de Honneth pretende reducir el problema de distribución en el campo del reconocimiento. Mientras Fraser postularía una posición bidimensional, con ellos Fraser trata de justificar la no reducción a ninguno de los campos. En las primeras etapas la reflexión de Justicia social estuvo concentrada en la equidad y la redistribución económica, posteriormente se

da un giro a los aspectos culturales y la política de la identidad. La principal preocupación de Fraser a lo largo de su obra es el hecho de poner en manifiesto las injusticias sociales. En particular la de reivindicar las luchas sociales de movimientos feministas.

Fraser critica a Habermas (1997), porque cómo muchos otros no considera el problema de género en su estudio del marco. En las sociedades capitalistas avanzadas y en el mundo globalizado, se ha reflexionado sobre los aspectos de género, no sólo como una categoría que depende de las relaciones de producción y, de la estructura económica, sino de un marco cívico-político en el que interactúan distintas identidades y movimientos civiles basados en la “raza”, la pertenencia étnica, cultural y la orientación sexual (Postigo, 2012).

Al respecto de la aproximación de las dos ideas de la concepción de la justicia, redistribución y reconocimiento, Oscar Pérez de la Fuente (2010) afirma que el paradigma de la redistribución, se concibe como la dicotomía igualdad/desigualdad, que se centra en la economía. En este paradigma surgen corrientes contrapuestas: en un extremo los *libertarios* con la defensa del estado mínimo y los derechos individuales (Nozick, 1998; Hayek, 1978, 1991; Friedman, 1987); los *liberales igualitarios*, adoptan una posición moderada, defendiendo la redistribución de los recursos con prioridad de la libertad; y en el otro extremo están los *marxistas analíticos*, que abogan por la redistribución de recursos. Por otro lado el paradigma del reconocimiento se concibe como la tricotomía igualdad/ identidad/ diferencia, que se centra en la cultura. Donde los *liberales igualitarios* defienden claramente los derechos individuales y la prioridad de la igualdad, los *nacionalistas liberales* afirman derechos en función de grupos, siempre que no vaya en contra de la autonomía individual de los miembros; y los *multiculturalistas* (Taylor, 1997; Parekh, 2000), abogan por los derechos colectivos en contraposición de los derechos individuales (Pérez de la Fuente, 2010, p. 379).

Nancy Fraser (2006) sostiene que “la Justicia exige tanto la distribución como el reconocimiento. Por separado, ninguno de los dos es suficiente” y sugiere combinar ambos aspectos en un solo marco global desde el punto de vista teórico (p. 19), con esta concepción bidimensional la autora desea atender las demandas de igualdad social como las de reconocimiento de las diferencias.

Así mismo, Fraser reconoce que los términos redistribución y reconocimiento tienen orígenes divergentes. La redistribución procede de la tradición liberal, en especial de corte angloamericana del siglo XX,

enriquecidas luego por las teorizaciones de John Rawls (1971, 2002) y Ronald Dworkin (1990) con la Justicia redistributiva. Por otra parte, el término “reconocimiento” proviene de la filosofía Hegeliana, a través de la fenomenología de la conciencia. A diferencia de la redistribución se suele relacionar al reconocimiento con la ética y la moral. Lo que quiere decir, que el reconocimiento promueve los fines fundamentales de la autorregulación y la buena vida, en contra posición de la distribución que se relaciona con el derecho de la Justicia procedimental (2006, p. 20). En la actualidad las teorías del reconocimiento son representadas por filósofos como Chales Taylor (1993) y Alex Honneth (1997). Sin embargo Fraser propone que ambas posiciones pueden ir de la mano, a pesar de sus procedencias filosóficas opuestas.

Consecuentemente, Fraser (2006) reconoce los dos aspectos fundamentales para la Justicia social, la redistribución y el reconocimiento. La primera está dirigida a la distribución más justa de los recursos y la riqueza. En cambio el segundo plantea la aceptación de la diferencia, sin que esto signifique la integración a la mayoría o la asimilación de las normas culturales dominantes. Para sostener esta relación argumenta presentando cuatro aspectos que asumen ambos paradigmas:

- a) Los dos paradigmas asumen concepciones diferentes de injusticias. La redistribución se centra en las injusticias socioeconómicas, y supone su base en la estructura económica de la sociedad; mientras el reconocimiento se enfrenta a las injusticias culturales, que se basa en patrones sociales de representación, interpretación y comunicación.
- b) Los dos paradigmas proponen soluciones distintas a la injusticia. Para la redistribución la solución es la reestructuración económica de algún tipo. En cambio para el reconocimiento, la solución es el cambio cultural o simbólico.
- c) Los dos paradigmas asumen concepciones diferentes de las colectividades que padecen injusticia. Para la redistribución son las clases sociales que se definen económicamente con una relación característica con el mercado o los medios de producción. Para el paradigma del marxismo las víctimas de las injusticias son la clase trabajadora explotada, cuyos miembros deben vender su fuerza de trabajo con el fin de recibir los medios de subsistencia. Se incluyen también los grupos de minorías étnicas o inmigrantes, que desde la posición económica, son considerados como trabajadores de categoría y salarios bajos, o como una “subclase”, excluida del trabajo asalariado regular.

En cambio para el paradigma del reconocimiento, las víctimas de las injusticias se parecen más a los grupos de status weberianos que a las clases marxistas. Estos grupos están definidos por la relaciones de reconocimiento y no por la producción del trabajo, se distinguen por el respeto, estima y prestigio que disfrutan en relación a distintos grupos de la sociedad.

d) Los dos paradigmas asumen ideas distintas de grupo. Para la redistribución se trata como diferenciales de la injusticia, producidos socialmente por la estructura de la económica política injusta. Desde éste punto de vista se deben extinguir las diferencias de grupos, no para reconocerlas. Mientras para el reconocimiento, se tratan a los grupos de dos posibles formas. Una primera considera la variación de culturas benignas y preexistentes a las que un esquema interpretativo injusto ha transformado de forma perversa a una jerarquía de valores. La segunda forma considera que las variaciones culturales no existen antes de su transvaloración jerárquica, sino que su elaboración es contemporánea de la misma. En la primera forma se debe reevaluar los rasgos depreciados, para luego celebrar la diferencia de grupo, y no suprimirla u homogenizarla.

#### **2.4.2. Segunda aproximación de la Justicia: redistribución, reconocimiento y participación**

En la obra de “Escalas de justicia” Fraser (2008) introduce las ideas del “mapa” para proponer el problema del enmarque, con ello la autora presenta el término “participación” en su empleo polisémico, lo que le permite diferenciar dos niveles: primero se entiende cómo participación directa cómo voz política, y segundo, como el cuestionamiento del mismo marco. Fraser defiende el modelo multidisciplinar, adicionando un tercer aspecto que es la “representación” con lo que su teoría resulta solvente. En consecuencia su modelo de Justicia social está formada por la relación triple de reconocimiento, redistribución y participación, representando así los tres ámbitos sociales: cultura, economía y política. La dimensión política se tomaba como incluida en las otras dos anteriores (redistribución y reconocimiento), por la que no había la necesidad de plantearse una tercera.

Fraser en su obra “Escalas de justicia” (2008), presenta dos ideas fundamentales: la primera es la “balanza”, que transmite el equilibrio moral de los pro y contra de las reivindicaciones en conflicto; la segunda es el “mapa”, que está referido al recurso métrico para representar las relaciones

espaciales. La autora afirma que estos últimos años se ha teorizado sobre las luchas por la globalización, ya que diversos movimientos sociales transnacionales rechazan el marco nacional e “intentan redibujar los límites de la Justicia a una escala más amplia” (p. 15).

Fraser sostiene que la “balanza” representa la imparcialidad, aunque reconoce que existe una asimetría de poder, cuando las personas desfavorecidas reclaman justicia. Agrega que el problema de la imparcialidad es cada vez más desafiante debido a los cambios en la cultura política y los movimientos actuales que no tienen una comprensión compartida de la “sustancia” de la justicia. Estos últimos años muchos movimientos sociales han formulado sus demandas de una forma bastante diversa, por ejemplo los movimientos en favor de la redistribución económica se enfrentan sistemáticamente con los grupos minoritarios en favor del reconocimiento, mientras los movimientos feministas a menudo se enfrentan con los tradicionales de la Justicia religiosa o comunitaria. Esta discusión se ha presentado con mayor frecuencia en estos últimos años en los países latinoamericanos, principalmente en el debate de la esfera de política y normativa. Pero también es preciso indicar que este debate se centra principalmente en las instituciones de poder del estado, en el congreso y los poderes del estado. En lo que concierne a las comunidades campesinas distribuidas en 24 regiones del país, estas discusiones no se han visualizado, o los problemas son de mayores niveles de injusticia, y no se tienen aún planteada estas discusiones. Ya que, desde las normativas del estado se tienen postergadas las demandas de la Justicia cultural de las comunidades campesinas. Esto quiere decir que sus actividades principales: la agraria, ganadera, pesquera y otras son consideradas por el estado como bienes y recursos mercantiles, cuando desde la concepción epistémica de los campesinos (andinos), sus actividades, sus costumbres y sus prácticas religiosas son parte de la convivencia relacional con todos y todo, incomprendida por el sistema político desde hace muchos años en Perú y Latinoamérica. El conflicto entre los representantes del estado y los comuneros campesinos está centrado principalmente en la otorgación de los terrenos, quebradas, lagunas y ríos a las empresas transnacionales, que explotan principalmente los recursos minerales y energéticos. Estas decisiones políticas han afectado seriamente la vida de los campesinos.

La idea del mapa, en cambio representa la problemática del “emarque”, ¿cómo se da esto en la realidad de hoy?, Fraser afirma que en contraste con la problemática de la imparcialidad, la problemática del “mapa” puede darse por hecho si se otorga como forma natural del marco hegemónico. Antes se compartía la idea que las obligaciones de Justicia distributiva se aplicaban sólo entre ciudadanos dentro de un país. Hoy esta discusión ha traspasado estas fronteras. Estas ideas son fuertemente defendidas hoy en día por los activistas de los derechos humanos y las feministas internacionales, que se unen a los críticos de la Organización Mundial del Comercio (OMC) poniendo en debate las injusticias que superan las fronteras.

Por otra parte, Fraser presenta la sustancia de la Justicia indicando que los conflictos de hoy sobrepasan el dualismo entre la redistribución y reconocimiento, por ejemplo los movimientos que piden redistribución económica con frecuencia se enfrentan no sólo con el statu quo económico, sino también a los movimientos que buscan reconocimiento específico del grupo, y a los que buscan nuevos esquemas de representación política. Entonces la cuestión es ¿redistribución, reconocimiento o representación?

En general ambas ideas la “balanza” y el “mapa” presentan los desafíos actuales que son necesarios de ser debatidos. El problema de la “balanza” representa el “qué” de la justicia: ¿redistribución, reconocimiento o representación?, mientras al “mapa” toca los conflictos del “quién”: ¿ciudadanías territorializadas, humanidad global, o comunidades de riesgo transnacionales? Es decir, la idea central de la balanza es *qué* hay que considerar la sustancia de la justicia, es decir ¿qué debemos entender por la justicia? Mientras que en el “mapa”, es *quién* cuenta como autentico sujeto de justicia (Fraser, Escalas de justicia, 2008, p. 21). Para responder a qué se entiende por justicia, Fraser sostiene como ya se mencionó la interpretación tridimensional que comprende: redistribución, reconocimiento y representación. Para responder al quién de la justicia, propone una teoría crítica del enmarque, que resume un conjunto de reflexiones sobre quién debería contar (2008, p. 22).

## **2.5. LUCHA POR EL RECONOCIMIENTO DE LA JUSTICIA CULTURAL EN PERÚ**

La lucha por el reconocimiento y la Justicia social en la sociedad peruana y en Latinoamérica se presenta con la denominación del “indigenismo<sup>1</sup>” (en este estudio se considera término no exacto) para referirse a la población autóctona del Perú y América Latina. En lugar de “indigenismo” se sugiere, por ejemplo, originario andino, amazónico y costero.

Se atribuye a Gonzales Prada (1924) los inicios de la lucha por la Justicia cultural y la Justicia política en el Perú. Continuaron esta línea pensadores como José Carlos Mariátegui (1928), Dora Mayer (1907), Pedro Zulen (1924), Hildebrando Castro Pozo (1936) y Luis E. Valcárcel (1927). Esta línea se inicia en una época posterior a la guerra del pacífico (1879-1883), tras la cual la problemática social principal, como consecuencia de la guerra, era el problema agrario, actividad principal de la población originaria andina, amazónica y costera del Perú. El debate de ideas estaba nutrido principalmente por las corrientes ideológicas contemporáneas como el positivismo, el liberalismo, el anarquismo y el marxismo.

### **2.5.1. Corrientes ideológicas peruanas: Gonzales Prada**

Manuel Gonzales Prada (1844-1918), es uno de los intelectuales más destacados del pensamiento “nacionalista<sup>2</sup>” peruano, considerado como el precursor de las ideas de Justicia cultural. Sus ideas estuvieron influenciadas por el positivismo, sus obras expresan un profundo sentimiento nacional; en letras de Víctor Andrés Belaunde, “representa la expresión más profunda y bella del sentimiento nacional, desgarrado y sangrante, después de la derrota y de la mutilación territorial” (Gómez-Müller, 2008, p. 56).

Entre sus acciones más relevantes se destaca la fundación del Círculo Literario junto a Clorinda Mato de Turner, que en lo posterior le conduciría a crear su partido “Unión Nacional”. Su preocupación por el nacionalismo y la lucha por la Justicia cultural a favor de los peruanos originarios se evidencia principalmente en su obra “horas de lucha”. Sobre los andinos refiere:

---

<sup>1</sup> El término “indigenismos” es empleado por Gómez-Müller (2008) para designar a los movimientos en favor de los pueblos autóctonos del Perú.

<sup>2</sup> “Nacionalismo”, en palabras de Víctor Andrés Belaunde (1987), una expresión de sentimiento nacional, especialmente a la población autóctona del Perú.

*No forman el verdadero Perú las agrupaciones de criollos y extranjeros que habitan la faja de tierra situada entre el Pacífico y los Andes; la nación está formada por las muchedumbres de indios diseminadas en la banda oriental de la cordillera. Trescientos años que el indio rastrea en las capas inferiores de la civilización, siendo un híbrido con los vicios del bárbaro y sin las virtudes del europeo: enseñadle siquiera a leer y escribir, y veréis si en un cuarto de siglo levanta o no a la dignidad del hombre. A vosotros, maestros de escuela, toca galvanizar una raza que se adormece bajo la tiranía embrutecedora del indio (Citado por Jancsó, 2009, p. 57).*

Gonzales Prada defendió la necesidad de cultivar para que los propios grupos culturales defendieran sus intereses, así poder hacer una revolución; algunos de sus críticos como Jorge Basadre, sostenían:

*Entre Prada y José Carlos Mariátegui hay una diferencia radical. Prada encarna el pensamiento burgués en rebeldía, en crisis y Mariátegui la anunciación del escritor proletariado. Prada fue un hombre de preguntas y de problemas; Mariátegui, hombre de respuestas y soluciones. (citado por Jancsó, 2009, p. 59)*

Mariátegui (2007) afirma que González Prada representa las primeras luces de conciencia en el Perú.

### **2.5.2. Movimientos por la lucha del reconocimiento de la Justicia cultural: Asociación Pro-Indígena**

La Asociación Pro-Indígena fue una institución creada para la lucha por el reconocimiento de la dignidad y Justicia cultural hacia los grupos originarios, centrado principalmente en lo andino. Fue creada por Dora Mayer y Pedro Zulen, un 18 de octubre de 1909. Esta Asociación tuvo presencia en la mayoría de los departamentos del territorio peruano, con el apoyo inicial del Centro Universitario de San Marcos en Lima, y luego apoyado por otros centros universitarios de Cusco, Arequipa y Trujillo. La Asociación publicaba la revista “El indio”, y la Asociación Universitaria del Cusco las revistas, “La Sierra” y “EL Sol” (Jancsó, 2009, pp. 73-74).

Según afirma Katalin Jancsó (2009), en los debates participaron destacados académicos y no académicos como: Juan Bautista Lavalle, Víctor Andrés Belaúnde, Julia Delaway, Federico Ortiz, Pedro Zulen, Dora Mayer y Teodomiro Gutiérrez Cuevas (Rumi Maqui), tratando no sólo temas de educación, sino los problemas sociales en el país. En el año 1910, se registraban 153 socios activos (Jancsó, 2009, p. 74).



Los miembros de la asociación pretendían lograr una democracia social, por medio de leyes protectoras del derecho de los peruanos originarios, defender sus intereses sociales y ofrecer apoyo en los temas jurídicos.

Las críticas de Mariátegui hacia la acción de la Asociación estaban dirigidas a la poca eficacia que mostraban las vías de emancipación propuestas por el movimiento indigenista, considerando a éstas básicamente en el llamado a la conciencia moral de la “civilización”, fundado en el humanismo liberal de los derechos del hombre (Gómez-Müller, 2008). Se añade a esta crítica, el hecho de la no participación directa en este debate a los que padecían directamente la opresión.

### **2.5.3. Justicia cultural y Justicia Social en José Carlos Mariátegui**

Uno de los precursores más célebres que ha tratado sobre las exigencias de la justicia, sin duda es José Carlos Mariátegui (1895-1930), quien presenta sus ideas desde la perspectiva socialista marxista; su principal obra, “7 Ensayos de la interpretación de la realidad peruana”, ha sido un referente para los asuntos del debate político y social.

Alfredo Gómez-Müller afirma que ya en el siglo XIX los temas de Justicia social y Justicia cultural fueron abordados y desarrollados en América latina, especialmente en los aspectos políticos y sociales; presenta como uno de los primeros y más importantes precursores a José Carlos Mariátegui, que aborda la problemática de la Justicia a partir de la realidad social de su país, Perú (Gómez-Müller, 2008).

Cabe aclarar desde el principio que el término “comunismo Incario” usado por Mariátegui no tiene una concepción similar o parecido al “comunismo” occidental y europeo desarrollado ampliamente por la tradición académica; el primero tiene sus propias características culturales, su propia estructura social organizativa, y por tanto, diferente orden de valores y principios a las otras concepciones culturales. Todo ello ha sido aclarado por el propio autor, sin embargo es necesaria su reflexión y análisis desde un enfoque intercultural.

#### **2.5.3.1. El problema de los andinos en Mariátegui**

Mariátegui trata el problema de la Justicia social a partir de la realidad peruana, principalmente del siglo XIX, realidad que es similar a la de otras sociedades latinoamericanas. Las sociedades peruanas se encuentran en

profundas desigualdades sociales y culturales a consecuencia del periodo colonial (Gómez-Müller, 2008, p. 94). Este mismo autor señala que una élite social minúscula, que se pretende descendiente de los españoles, se apodera del poder económico y político del país, mientras la mayor parte de la población vive en extremas condiciones de pobreza (2008, p. 94).

Esta mayoría estaba compuesta por personas originarias andinas, amazónicas y costeras de los antiguos “ayllus<sup>3</sup>” del “tawantinsuyu<sup>4</sup>”, que en términos de estructura organizativa equivale a comunidades cooperativas en lugar de sociedades; “la cuarta parte [de la población del país es originaria] y campesina” afirma Mariátegui (2007, p. 20), desalojados de sus tierras, sometidos a condiciones de trabajo de explotación y servidumbre.

Los grupos culturales andinos, amazónicos y costeros han sido reducidos a “un grado extremo de depresión e ignorancia”, la República instaurada después del periodo colonial, ha continuado con la postergación, exclusión y abandono, por esta élite que se mantuvo en el poder político y económico del país (Mariátegui, 2007). Mariátegui manifiesta que “a la República le tocaba elevar la condición del [originario]. Y contrariando este deber, la República ha pauperizado al [originario], ha agravado su depresión y ha exasperado su miseria” (2007, pp. 34-38).

En Perú la opresión socioeconómica está asociada a un aspecto cultural en particular: la pertenencia a una cultura autóctona, no europea, se ha identificado con frecuencia con pertenecer al grupo de los más pobres. Paralelamente se ha desatendido a estos grupos en cuestiones de salud, educación, medios de comunicación, infraestructura, además del no reconocimiento a sus instituciones y costumbres propias. Tales costumbres se desvalorizaban, por ejemplo, no reconociendo su lengua, sus conocimientos en diferentes campos, como medicina, artes, matemática, etc.

Mariátegui en su obra más importante “7 ensayos de la interpretación de la realidad peruana” realiza un análisis crítico de la época, en la que presenta como principal cuestión “el problema del originario peruano”, entendiendo

---

<sup>3</sup> Ayllu, es empleado por Mariátegui (2007) el equivalente a comunidad, quién recoge la idea de Castro Pozo (1936) y Luis E. Valcárcel (1927).

<sup>4</sup> Tawantinsuyu, término de dos vocales quechuas, tawa (cuatro) y suyu (parcialidad o región), que en unión significa las cuatro regiones, que fue la denominación utilizada para la civilización de la antigua cultura desarrolla en América del Sur. Que fue la unión confederado de varios grupos étnicos, Inca, Qolla, Kana, Chanka, etc. Nos apoyamos concepción en Ricardo Cerrón Palomino (2013), González Holguín (1989).

como “originario peruano” al sujeto que pertenece al grupo cultural andino, amazónico y costero peruano.

La cuestión principal que plantea Mariátegui es la emancipación del originario peruano. ¿Bajo qué condiciones se libera de la opresión a las “cuatro quintas partes” de la población del país? Esta interrogante no era nueva en el Perú; en el periodo colonial hubo intentos de liberación, una de las más importantes fue la gesta libertaria dirigida por José Gabriel Tupac Amaru II en el 1780. En el periodo de La República también hubo intentos de liberación, y la más representativa es la protagonizada por la Asociación “Pro-Indígena” organizada, como ya se dijo, por Dora Mayer y Pedro Zulen, cuyo principal objetivo era la organización de las bases de lucha en las comunidades campesinas. Estas intenciones eventualmente no han prosperado.

Mariátegui considera que el origen del problema tendría una concepción moral, de tendencia liberal y humanista, que constituye la raíz de la opresión de los peruanos originarios: la estructura socioeconómica del estado peruano, (2007, p. 30).

#### ***2.5.3.2. El contexto de la economía y cultura***

Mariátegui hace un análisis crítico, desde su postura socialista (marxista), al problema de la opresión de la población originaria peruana, y lo relaciona con el “problema de la tierra”.

Mariátegui sostiene que el problema de la opresión del campesinado tiene sus raíces en el régimen de propiedad de la tierra. Pero no es únicamente el problema a resolver, el autor integra el significado simbólico de la tierra para los peruanos originarios, refiriéndose a la civilización Inca, que considera era una “civilización agraria”. Lo que quiere decir que el trabajo de la tierra tenía un significado simbólico de celebración de la vida.

*El [originario] ha desposado la tierra. Siente que “la vida viene de la tierra” y vuelve a la tierra. Por ende, el [originario] puede ser indiferente a todo, menos a la posesión de la tierra que sus manos y su aliento labran y fecundan religiosamente (Mariátegui, 2007, p.36)*

En la cultura Inca, así como en las ayllus Collas, Canas o Chancas, la tierra no es un mero objeto o recurso material, menos es una mercancía, sino es un principio de vida. Es por esta razón que el trabajo comprende un aspecto espiritual. Afirma Mariátegui que los peruanos originarios son de “alma” y “costumbres” agrarios, en este sentido se equipara el alma con el espíritu y

las costumbres con la cultura. En consecuencia el despojo de sus tierras significa el despojo de su alma y de sus costumbres, o en otras palabras se denominaría robarle su espíritu y su cultura (2007, p. 36).

Por tanto, la opresión socioeconómica impuesta por el colonialismo europeo, perpetuada en la República por los terratenientes, es una opresión cultural, en este sentido la exigencia de la Justicia Cultural es la exigencia de la Justicia social (Gómez-Müller, 2008).

La importancia del tratado de Mariátegui radica en la articulación de forma inédita de las demandas de la Justicia redistributiva en el plano económico y el reconocimiento de la cultura en lo político. La primera consiste en el otorgamiento del derecho de sus tierras a los campesinos, y segundo en el reconocimiento de la organización tradicional del trabajo de la tierra. Estas tradiciones están fundadas en la estructura socioeconómica de las civilizaciones antiguas del Perú, Inca, Colla, Kana, Chanca: el ayllu o comunidad.

#### **2.5.3.3. Cultura comunitaria e ideología individualista**

El filósofo Colombiano Alfredo Gómez identifica algunos elementos de la estructura del Ayllu en referencia a los ensayos de Mariátegui:

*El Ayllu, o comunidad rural constituida por un grupo de familias unidas por vínculos de parentesco o de alianza, es el propietario colectivo de la tierra, que está dividida en parcelas familiares inajenables; los pastos, bosques y ríos son indivisos; el trabajo se basa en la cooperación de todos.* (2008, p. 96)

En efecto, Mariátegui acoge las ideas del historiador Cesar Antonio Ugarte (1926) y Luis Valcárcel (1927). El primero identifica la concepción de Ayllu como comunidad, como un modo original de organización social, y el carácter de institución casi familiar, que ha sobrevivido en la historia; mientras el segundo concibe el ayllu como una civilización agraria, que intenta reivindicar la estructura organizativa original incaria, y la propone como alternativa para la liberación de la opresión (Mariátegui, 2007, p. 168).

Para Valcárcel, la tierra es la “madre común”: de sus entrañas no sólo emergen los alimentos, sino el hombre mismo. La tierra proporciona todos

los bienes necesarios, por ello la dedicación especial al culto a la Pachamama<sup>5</sup> (Mariátegui, 2007, p. 42).

Los rasgos característicos del ayllu para César Antonio Ugarte son:

*Propiedad colectiva de la tierra cultivable por el ayllu o conjunto de familias emparentadas, aunque dividida en lotes individuales intransferibles; propiedad colectiva de las aguas, tierras de pasto y bosques por la marca o tribu, o sea la federación de ayllus establecidos alrededor de una misma aldea; cooperación común en el trabajo; apropiación individual de las cosechas y frutos Justicia social y Justicia cultural* (Mariátegui, 2007, p. 43).

Mariátegui, con base en las ideas proporcionadas por Ugarte y Valcárcel, afirma que el ayllu puede convertirse en cooperativas de producción, consumo y crédito. En la perspectiva de Mariátegui, la realización de esta posibilidad se daría en el encuentro de dos tradiciones culturales, la del “comunitario incario” y la del europeo socialista surgida de los movimientos obreros europeos.

Esta idea de encuentro entre “comunitario incario” y el socialismo europeo ya había sido sostenida por Valcárcel en su obra “Tempestad en los Andes” (1927). Mariátegui no está del todo de acuerdo con el enfoque restaurativo del Estado Incario como la mejor alternativa.

Mariátegui sostiene que la sociedad peruana originaria, se encuentra estructurada frente a dos contradicciones centrales: por una parte el conflicto cultural generado por el individualismo moderno y el comunitario Incario, y por otra parte, por la contradicción económica del régimen del gamonalismo<sup>6</sup> y el “agrario comunitario” (Gómez-Müller, 2008, p. 97).

El originario de los Andes, “a pesar de las leyes de cien años de régimen republicano, no se ha hecho “individualista”, el sistema comunitario ha constituido “su única defensa” (Mariátegui, 2007, p. 67).

Gómez-Müller identifica en el trabajo de Mariátegui dos razones para este hecho, primero, un componente de “orden económico”, externo a la cultura Inca. El “régimen feudal” o “semifeudal” europeo, “entendido como el sistema del gamonalismo, basado en el latifundio y la mano de obra servil o

---

<sup>5</sup> Pachamama, considerado “Madre Tierra”. Es “Dios totémico de los inkas representado por el planeta Tierra, al que se le ofrecían ofrendas. El brindis era con ella en las ceremonias agrícolas y ganaderas, y que aún superviven en la actualidad en el mundo andino” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 375).

<sup>6</sup> Término que hace referencia al sistema de poder terrateniente en Perú (Mariátegui, 2007, p. XXIII).

semiservil", era contrario al sistema comunitario del Ayllu Incario, que se sostiene por el trabajo cooperativo de sus miembros (2008, p. 97).

*El individualismo no puede prosperar, y ni siquiera existe efectivamente, sino dentro de un régimen de libre concurrencia, en las aldeas [campesinas] donde se agrupan familias entre las cuales se han extinguido los vínculos del patrimonio y del trabajo comunitario, subsisten aún, robustos y tenaces, hábitos de cooperación y solidaridad que son la expresión empírica de un espíritu comunista. (Mariátegui, 1981, p. 67)*

Se agrega un segundo componente de orden interno, la tradición del Ayllu Incario es comunitaria, por esta razón no era apropiado disolver la "comunidad" o ayllu y crear en su lugar sistemas de propiedad privada.

*En un pueblo de tradición comunista, disolver la comunidad no servía a crear la pequeña propiedad. No se transforma artificialmente a una sociedad. Menos aún a una sociedad campesina, profundamente adherida a su tradición y a sus instituciones jurídicas (Mariátegui, 2007, p.60).*

Mariátegui hace alusión a otra concepción propia del Ayllu, la "tradición Inca" o al "espíritu Inca", con ella concibe la cultura Inca, una forma particular de actuar frente al universo, una forma de sentir la vida, de vivir las costumbres, de percibir el mundo. Más adelante se presenta con más detenimiento esta idea.

#### **2.5.3.4. Justicia social y Justicia cultural**

Gómez-Müller (2008) encuentra en los ensayos de Mariátegui una articulación entre Justicia social y Justicia Cultural, entendida como un encuentro entre dos posturas. En lo cultural se tiene por una parte el espíritu liberal individualista y por otra el espíritu "comunitario Inca"; y desde una postura económica, se tiene el régimen del gamonalismo, y por otro el agrario comunitario.

Este autor afirma que el conflicto cultural entre el individualismo moderno y el espíritu comunitario Inca se desarrolla en un contexto de opresión cultural, que se atribuye a una concepción ética y política de Justicia cultural. Desde esta definición se implica una lucha por el reconocimiento de los derechos socio-económicos de los grupos originarios andinos, amazónicos y costeros del Perú.

Mientras la oposición económica surge en un contexto de retraso económico generado por el sistema del latifundismo, sometido a la doble exigencia: el crecimiento de la productividad agropastoral por un lado, y el desarrollo de la economía Nacional, por el otro. Lo que conduce a la integración social de

las poblaciones autóctonas y el reconocimiento de sus derechos culturales (p. 98).

En opinión de Gómez-Müller (2008), para este problema Mariátegui propone de forma inédita en la historia de las teorías y prácticas políticas, los lineamientos de una política que asocia la Justicia cultural y la Justicia socioeconómica en un contexto de pluralidad cultural (p. 99).

En este proyecto de Justicia política Mariátegui propone:

- a) A nivel económico, no sólo la supresión del sistema del gamonalismo, que se traduce en la redistribución de tierras, sino también la construcción de una alternativa a la política liberal, desde la concepción de la “ideología individualista”, la creación de pequeñas propiedades. Este reordenamiento supone el reconocimiento de los elementos y prácticas culturales de la población originaria, así como los elementos constitutivos del “espíritu comunitario” Inca; considerando para tal hecho las exigencias de la modernidad industrial y las teorías modernas de Justicia Social.
- b) A nivel cultural, la Justicia política requiere el reconocimiento del valor propio de la cultura Inca, en cuanto a las formas de relación social, basada en la cooperación y la solidaridad, que forman la base de la estructura del ayllu. En términos de Honneth (1997) correspondería a la tercera esfera de Justicia social (la solidaridad).

La reunión entre el sistema comunitario agrario subsistente y el capitalismo moderno supone una transformación de estas dos formas históricas de Justicia distributiva. En esta tarea Mariátegui tiene su principal aporte al conjugar la tradición socialista, por una parte desde la perspectiva recíproca de la tradición del Ayllu autóctono y por otra del socialismo obrero occidental-europeo.

Estas ideas socialistas estarían basadas en las relaciones sociales: de cooperación, de solidaridad, y la gratuidad desde la concepción histórica del Ayllu. Mariátegui sostiene que “el modelo de relaciones de cooperación inspirado del ayllu constituye un valor ético, que el socialismo obrero ha de integrar” (Gómez-Müller, 2008, p. 100).

En referencia a la unidad del Estado, Mariátegui sostiene que el problema de la sociedad peruana no se reduce a aspectos sociales y económicos, sino que

es principalmente cultural y étnico-cultural. Así surge la idea del Nacionalismo (Mariátegui, 1981, p. 88).

A manera de cierre Mariátegui afirma que mientras subsista esta desigualdad entre la mayoría miserable y una reducida minoría que se apropia para sí de las riquezas producidas socialmente, no hay condiciones para construir una sociedad justa.

## **2.6. LA FILOSOFÍA Y LA RACIONALIDAD ANDINA**

En relación a la diversidad cultural que caracteriza la población objeto de estudio o el contexto en la que se halla el presente estudio, presenta por una parte la racionalidad Occidental con mayor presencia en la enseñanza escolar formal y por otra parte la racionalidad andina (de la cultura autóctona), en la actualidad es vivenciada aún en las comunidades andinas del Perú y Latinoamérica. En este sub apartado se dedicará como parte de la configuración de la concepción de Justicia y pensamiento del runa/jaqi<sup>7</sup> (hombre) desde la racionalidad andina, considerando que en sub apartados anteriores se ha desarrollado sobre la racionalidad Occidental.

El filósofo peruano Antonio Peña Cabrera (2005), afirma que pensar en la racionalidad no implica remitirnos necesariamente a la “razón” como su única fuente; sino esta puede ser estudiada en las acciones y las prácticas humanas, en los resultados de las actividades comunitarias, sin la necesidad de recurrir a la coherencia de medios y fines (2005, p. 29). El autor afirma que la racionalidad de los medios y fines es la racionalidad de la ciencia y la tecnología, que es la racionalidad occidental. Sin embargo, sostiene que la racionalidad puede ser guiada también por valores y sentimientos diferentes, el cual por su misma estructura será distinta (2005, p. 31). Peña Cabrera afirma que el pensamiento andino no opera con la lógica de medios y fines, sino que se afirma en creencias, efectos, mitos rituales de producción (Ibíd), éste planteamiento es constatable en las prácticas actuales en las comunidades campesinas del Perú.

Por otra parte el Filósofo Suizo Josef Estermann (2006) en su trabajo “Filosofía andina”, sostiene que cada filosofía parte de unos “presupuestos” que a su vez ya no son objeto o tema de la investigación filosófica misma.

---

<sup>7</sup> Runa es un término quechua que significa “persona, hombre, o mujer y el varón” (González Holguín, 1952 [1608], p. 212). Mientras Jaqi es término aimara atribuido a “varón o mujer, nombre común de dos” (Bertonio, 2011 [1612], p. 356)



Estos “presupuestos” de cada filosofía son sus puntos ciegos que sólo pueden ser explicitados desde fuera. Es en este sentido dedica su trabajo en explicar el pensamiento de las personas del mundo andino. El autor parte afirmando que toda filosofía surge de una experiencia colectiva, de una realidad que es el primer nivel hermenéutico, es decir la primera interpretación (2006, p. 97). Estermann argumenta que “es ingenuo pensar que la “filosofía” fuera el resultado de la superación absoluta del “mythos”. Justamente en la filosofía occidental, el logos sea tal vez el “mito fundacional” más poderoso que ya no se deja cuestionar dentro del mismo paradigma ‘lógico’, por lo que “la explicitación de los mitos fundacionales sólo es posible a través del diálogo intercultural” (2006, p. 99).

Con respecto a la “razón” Estermann (2006) afirma que no es una invariable cultural, menos una esencia supra-cultural, sino una invención exclusivamente occidental. Sin embargo existen ciertas equivalentes “homeomórficos” en muchas otras culturas: cit, buddhi (índico), rūah (hebreo), ka (egipcio), yuyay, unanchay (quechua), aru (aimara), en la mayoría de los casos las traducciones tienen acepciones distintas a la de occidente.

Para el autor, la “racionalidad” no es simplemente “el modo racional de pensar, actuar e imaginar”; no se reduce al análisis del pensar, ni es siquiera a la actividad de la razón. La “racionalidad” es una concepción más abstracta que los conceptos protogenéticos. La “racionalidad” andina sólo se da en el plural: racionalidades (2006, p. 100). Sin embargo se puede estar de acuerdo que la “racionalidad” es el producto o resultado de un esfuerzo integral (intelectivo, sensitivo, emocional, vivencial) del ser humano para “ubicarse” y orientarse en el mundo que le rodea (2006, p. 101).

En la actualidad, se usa mucho el concepto de “paradigma” que es una forma de entender lo que es la “racionalidad”, en este sentido la racionalidad es un paradigma o modelo característico de un cierto grupo, dentro del cual las múltiples expresiones de la vida tienen una explicación coherente y significativa (2006, p. 102), para comprenderlo es necesario vivirlo.

Es trascendental considerar las racionalidades Occidental y Andina, presentes de algún modo en la sociedad como la peruana, para construir y orientar una educación matemática adecuada con una visión intercultural. A continuación se presentan los presupuestos de la filosofía andina, su

funcionamiento de su logicidad, además de los valores rectores, procedimientos y actitudes de los runas/jaqi andinos.

### **2.6.1. Racionalidades: occidental y andina**

Antonio Peña Cabrera (2005) sostiene que existen varias racionalidades en Occidente, sin embargo se reconoce que hay una racionalidad predominante denominado "racionalidad instrumental" como afirmará Horkheimer corrigiendo a Max Weber (p. 6).

Peña Cabrera sostiene que es falso afirmar que la racionalidad occidental tiene su origen en la racionalidad griega, apenas es un elemento que ha ayudado, es se sustenta por dos razones: a) la racionalidad griega está vinculada por formas permanentes, por tanto no tiene sentido de la historia; b) para el griego el valor más alto y el fin de la vida racional es mirar, contemplar, teorizar (teoría en griego viene de mirar). Mientras en el mundo moderno, en el mundo gobernado por la razón instrumental todo es medio, nada es fin en sí mismo, salvo de modo transitorio (Ibíd).

La racionalidad en el occidente comienza a cambiar cuando se va teniendo conciencia de un Dios que "crea de la nada", frente a Dios nada es permanente por necesidad.

Zilzel distinguió tres tipos de actividades intelectuales en la antigua Europa en el período 1300 a 1600: la universitaria (racionalidad escolástica), la humanista (racionalidad cualitativa) y la artesanal (racionalidad operativa). La modernidad es en verdad la integración de las tres racionalidades (citado en Peña, 1992, p. 8). Esto ocurre por un cambio de actitud frente a la naturaleza, este cambio se da cuando se introduce la máquina como medio de producción (se produce en la edad media). El campesino ya no produce para el autoabastecimiento y para el sustento directo, sino para la comercialización (Ibid).

Entonces se crean las ciudades que sirve no sólo para el comercio y las transacciones, sino también para la actividad artesanal, la educación y la diversión nocturna en las tabernas. Allí nace las profesiones, el banquero, el profesor universitario, el ingeniero (engine: máquina) (Peña, 1992, p. 9). Peña Cabrera agrega que "si antes el hombre se sintió parte de la naturaleza, ahora por medio de la máquina se distancia de ella, se vuelve su explotador"

(1992, p. 10). La máquina es el origen de la división social del trabajo, el medio de cambio es el dinero.

El proceso descrito, señalan tres condiciones que hacen posible la modernidad: 1) La naturaleza se torna objeto de explotación y manipulación. 2) Lo cualitativo y esencial se resuelve en dimensiones cuantificables y en cantidades en general. 3) Hay un sujeto que va oponiéndose a la naturaleza y diferenciándose de ella como algo esencialmente distinto (Ibíd). Corroborar esta afirmación Kant (1952) cuando dice en su *Ética* el “hombre no es medio sino fin de todas nuestras acciones” pero todo lo demás (tierra, aire, animales, en suma la naturaleza) es medio para la acción del hombre (citado en Peña, 1992, p. 11).

### **2.6.2. Configuración geográfica de los Andes**

La configuración de los Andes es todo opuesto a la de Europa Central y de Europa en general.

En los Andes las extensiones planas son breves, con excepción en algunas zonas del Altiplano; el control simultáneo de muchos pisos ecológicos responde a una estrategia de cultivar plantas diferentes y complementarias en términos de alimentación; la función del centro administrativo es fundamentalmente la de acopio y de redistribución de vituallas y de otras necesidades; pero no era suficiente cultivar los terrenos encontrados sino que había que adecuar otros para aumentar el área agrícola y diversificar la producción; la ausencia de la máquina o de instrumentos que reemplazaran la fuerza humana no ha de tomarse como defecto, sino como una manera diferente de comunicarse con el medio.

El hombre andino tiene preferencia por lo concreto antes que por el modelo universal y el proyecto, por la variedad antes que por la uniformidad. Una de las cosas que no deben pasarse por alto cuando se averigua por la peculiaridad de la racionalidad andina son los procedimientos de predicción y previsión.

El andino prehispánico tenía una conciencia ecológica, sin duda, pero esta conciencia era la luz de un sentimiento de responsabilidad colectiva y de percepción de un orden cósmico.

### **2.6.3. Los procedimientos y actitudes de las racionalidades: Occidental y Andina**

A continuación se contrastan a modo de síntesis, los procedimientos y actitudes mentales descritos, para poner de relieve las diferencias radicales de las dos racionalidades:

- a) El hombre occidental parte de lo universal hacia lo particular e individual; procede deductivamente. El andino en cambio, conoce lo concreto y el detalle, y sólo por asociación, no por inducción generalizadora, traslada conocimientos de un campo al otro: es fundamentalmente intuitivo.
- b) El hombre occidental tiene conocimientos generales y totalizantes, que le permiten seleccionar las especies propicias para el monocultivo y la producción masiva, pero al precio de la extinción de las especies restantes. La tendencia es a homogenizar la naturaleza. El andino por el contrario tiende a la diversificación y la variedad, no solo respetando la pluralidad existente sino enriqueciéndola.
- c) El occidental prefiere lo general porque eso lo acerca al conocimiento de leyes o regularidades universales que le permiten el control y el dominio de la realidad. El andino busca más bien la convivencia con la naturaleza y la inmersión en su seno como fuente de vida y renovación. El respeto al uqhu-pacha, la realidad invisible pero latente, es símbolo de esta actitud.
- d) El hombre occidental introduce desde temprano la máquina como medio de producción. Eso lo ha llevado a la concepción de la realidad como una máquina. El andino nunca interpuso instrumento alguno entre él y la naturaleza. Su relación con ella es vital, casi mágica.
- e) El pensamiento occidental es causalista al paso que el andino es seminal, esto es sigue el curso de la vida. El andino está atento a cómo las cosas nacen, crecen y se reproducen siguiendo su propio curso.
- f) En la concepción moderna de la naturaleza basta la causa eficiente para explicarse los fenómenos naturales. No siempre ha sido así en la tradición europea, Aristóteles tenía una idea de la naturaleza

como algo vivo. Con el cristianismo las cosas cambian radicalmente.

Para el occidental el futuro está abierto, es pura posibilidad, el pasado es algo cerrado, clausurado. Para el andino en cambio el pasado está adelante con toda la riqueza de experiencias concretas.

La racionalidad occidental no ha desarrollado técnicas terrestres de altura concernientes al agro. No ha habido ni hay agricultura significativa en ninguna parte del globo sobre los 3000 metros, salvo en los Andes.

Todos los intentos de modernizar los Andes al modo europeo han estado condenados al fracaso. El reto del Perú actual está en los Andes.

#### **2.6.4. Presupuestos de la filosofía andina**

Según Josef Estermann (2006), los presupuestos de la racionalidad andina están regidas por una presencia simbólica, la relacionalidad de todo, una racionalidad no racionalista y la concepción de la ciencia. Su explicación y análisis está enfocada desde la hermenéutica diatópica, es decir realizada mediante el diálogo entre las culturas andina y occidental, o más exactamente entre las racionalidades: andina y occidental.

##### **2.6.4.1. Presencia simbólica**

La forma privilegiada de la representación cognoscitiva en Occidente es el “concepto” que reemplaza en el caso ideal a la realidad. La predominancia es la base “mítica” de la “diástasis” (bifurcación), omnipresente en el pensamiento filosófico, el modo de vivir y la racionalidad occidental en general: entre sujeto y objeto, realidad y apariencia, verdad y falsedad, exterior e interior, temporalidad y eternidad (Estermann, 2006, p. 104) d. En la práctica a partir del “giro antropológico” de Sócrates, el mundo empieza a dividirse en un sujeto libre, autónomo y soberano, y un objeto opaco, determinado y manipulable (Ibíd).

Para la filosofía andina, la “realidad” se presenta en forma simbólica, y no tanto como representativa o conceptual. La primera intención del hombre andino no es la adquisición de un conocimiento teórico y abstracto del mundo circundante, sino la inserción “mítica” y la representación del culto, a través de ceremonias simbólicas (Ibíd). Desde la visión occidental, esta forma de concebir la realidad con frecuencia es calificada como “mágica”, “numinosa”, “fetichista” y “pre-conceptual”.

Para la filosofía andina la realidad en sí ni es “lógica” ni “lingüística”, sino simbólicamente es el presente. Es decir el “símbolo” privilegiado no es la palabra, ni el concepto, sino la realidad misma en su complejidad celebrativa semántica (p. 106). Por lo tanto la realidad no está presente como un “material” crudo que se requiere procesar mediante la “forma” de la cognición; la realidad está presente como “símbolo”, es decir: como un complejo de signos concretos y materiales que se refieren mutuamente, unos a otros.

La relación privilegiada del hombre andino de la realidad no es entonces la relación cognoscitiva, ni la relación instrumental (tecnológica, productiva), sino la relación ritual y ceremonial expresada frecuentemente en la danza, canto, rito, como acto simbólico (Estermann, 2006, p. 107).

#### **2.6.4.2. Relacionalidad del todo**

La filosofía occidental está buscando el “origen” de lo que existe desde Tales de Mileto, el fundamento y principio irreducible de la “realidad”. Estermann (2006) a este respecto indica que hasta en la época contemporánea, este origen es un “ente”, concebido como “sustancia”, sea finita o infinita. La concepción de la “sustancialidad” es otro de los “mitos fundacionales” de la filosofía occidental (Estermann, 2006, p. 107).

En la filosofía andina, el “origen” no es un “ente” sustancial, sino la relación, que en el fondo se remonta a la dualidad entre “sujeto” y “objeto”. En la filosofía andina, se da el caso paradójico y hasta contradictorio para la racionalidad occidental, se da la “relación sin relato”, la relación sustancial, la “relación como origen”. En otras palabras, todo es relación y relato a la vez. La relacionalidad le es esencial e inherente al relato, y no algo que sucede accidental o en forma casual (p. 108). Por ejemplo se tiene los relatos de Huarochirí (Arguedas, 1975), que comunica la relacionalidad como “mito fundacional” de la filosofía andina se manifiesta sobre todo, y de manera explícita, en el plano antropológico.

En la tradición occidental, la individualidad y la autonomía del ser humano son rasgos eminentemente importantes, aunque el ser humano antiguo y medieval del occidente todavía se sentía insertado en un cosmos ordenado, sin embargo pronto se produce una desnaturalización del ser humano y una deshumanización de la naturaleza, que llegan a su punto culminante o de quebré con el dualismo cartesiano (Estermann, 2006, p. 110).

Para la filosofía andina:

*El individuo como tal es un “nada” (un “no ente”), es algo totalmente perdido, si no se halla insertado en una red de múltiples relaciones. Si una persona ya no pertenece a la comunidad local (ayllu), porque fue expulsada o porque se ha excluido por su propio actuar, es como si ya no existiera; una persona aislada y des-relacionada es un ente (socialmente) muerto. Desconectarse de los vínculos naturales y cósmicos, significaría para el runa/jaqi de los Andes firmar su propia sentencia de muerte (Ibíd).*

Desde esta visión, el “origen” para la filosofía andina es justamente la relacionalidad de todo, la red de nexos y vínculos que es la fuerza vital de todo lo que existe (Estermann, 2006, p. 111).

#### **2.6.4.3. Una racionalidad no-racionalista**

Estermann (2006) afirma que el hombre andino “escucha” la tierra, el paisaje y el cielo; “siente” la realidad mediante su corazón (p. 114).

Se puede constatar que el acceso del ser humano andino a la “realidad” no es la razón, sino una serie de capacidades no-rationales (que no son “irracionales”), se accede desde los sentidos clásicos, los sentimientos y las emociones, hasta las relaciones cognoscitivas “para-psicológicas” (presentimientos, afectaciones psicosomáticas, comunicación “telepática”), el hombre andino “siente” la realidad más que la “conoce” o “piensa” (Ibíd). La razón es una ayudante o un complemento que sólo tiene sentido cuando es corroborado por las capacidades no racionales. Se puede citar como un ejemplo el valor de una mercadería no tiene siempre y para todos y todas el mismo precio.

#### **2.6.4.4. Ciencia andina**

La racionalidad occidental ha creado la llamada “ciencia” (episteme, scientia). En sus etapas iniciales, todavía era una sabiduría integral, en armonía con el saber mítico, la práctica religiosa y el orden ético. Pero, poco a poco se dividido o se desintegra, tanto de la experiencia vivida, como también de las creencias religiosas. En la modernidad, la “ciencia” se convertía cada vez más en un saber instrumental, pragmático y autosuficiente (Estermann, 2006, p. 116).

Por otra parte Estermann (2006) afirma que otro de los “mitos fundacionales” de Occidente es la concepción de la ciencia como el acceso más adecuado y veraz a la “realidad”, hasta tal punto que para muchas y

muchos viene reemplazando a la religión (el credo del positivismo), la ética y estética (Ibíd).

*La ciencia [entendida] como un saber abstracto, universal y necesario, un conocimiento poderoso y transformador de la naturaleza, es un fruto eminentemente occidental y tiene raíces culturales bien determinables. No se trata de un fenómeno supracultural, ni supercultural, aunque en realidad se ha convertido (desde la monoculturalidad) en el paradigma dominante y dominador en el mundo (Estermann, 2006, p. 117)*

La racionalidad andina no tiene una concepción racionalista o empirista de las ciencias en el sentido de la episteme, sino que considera la “ciencia” (el “saber”) como el conjunto de la sabiduría colectiva acumulada y transmitida a través de las generaciones (Estermann, 2006, p. 119). En el mundo andino existe un “saber” denominado “yachay” en quechua y “yatiña” en aimara, en el subconsciente colectivo, transmitido por una generación a otra en forma oral y actitudinal (“saber hacer”), mediante narraciones, cuentos, rituales, actos rituales y costumbres (Ibíd). Este “saber” no es el producto de un esfuerzo intelectual, sino el resultado de una experiencia vivida amplia y meta-sensitiva.

Entre los filósofos andinos los “yayaqkuna”, tienen la “creencia” que en los primeros días de agosto se reproducen los temporales de todos los meses del año, no es un dato “científico” en sentido occidental, pero sí un “saber” (o “sabiduría”) como experiencia acumulada por las generaciones.

La “ciencia andina” no está desligada de las concepciones religiosas, éticas: y mitológicas, sino las toma en cuenta como fuentes valiosas del saber humano. Por esto resulta inadecuado y hasta absurdo tratar de acercarse a la cultura y filosofía andina desde la ideología de una “ciencia materialista”; el reduccionismo occidental no es capaz de “entender” la riqueza sapiencial y “científica” del ser humano andino (p. 120). En este sentido el concepto de la “modernidad” está enraizado fuertemente en la cultura occidental y presupone una racionalidad progresista o “desarrollista” (Ibíd).



TABLA 2.2. PRESUPUESTOS DE LA RACIONALIDAD ANDINA

Racionalidad andina	Acceso al conocimiento de la realidad (acceso a la verdad)
<b>Presencia simbólica</b>	En Occidente es el “concepto” reemplaza a la realidad. La predominancia de la bifurcación: sujeto y objeto, realidad y apariencia, verdad y falsedad, exterior e interior, temporalidad y eternidad. Para la filosofía andina, la realidad en sí ni es “lógica” ni “lingüística”, sino simbólicamente presente. Es relación ritual y ceremonial a través de la danza, canto, rito, etc.
<b>Relacionalidad del todo</b>	En la filosofía occidental consiste en búsqueda de la “sustancia”, basada en la individualidad y la autonomía del ser humano. En la filosofía andina es la búsqueda de la relación, que remonta a la dualidad “sujeto” – “objeto”. Todo es relación y relato a la vez, no es accidental o casual. La red de nexos y vínculos otorga la fuerza vital de todo lo que existe.
<b>Una racionalidad no-racionalista</b>	El acceso a la “realidad” no es la razón. Sino una serie de capacidades no-racionales (no son “irracionales”): sentidos clásicos, sentimientos y emociones, hasta relaciones cognoscitivas “para-psicológicas” (presentimientos, afectaciones psico-somáticas, comunicación “telepática”)
<b>Ciencia andina</b>	En la racionalidad de Occidente la “ciencia” (episteme, scientia) era una sabiduría integral, en armonía con el saber mítico, la práctica religiosa y el orden ético. En la modernidad la ciencia se ha convertido en saber instrumental, pragmático y autosuficiente. La racionalidad andina considera la “ciencia” (el “saber”) como el conjunto de la sabiduría colectiva acumulada y transmitida a través de las generaciones.

Fuente: Elaboración propia.

### 2.6.5. Relacionalidad del todo: la lógica andina

Estermans (2006) sostiene que la racionalidad andina se expresa en una serie de “principios” o “axiomas” fundamentales, que su vez son la base para las manifestaciones “materiales” como son la cosmología (“pachasofía”), antropología (“runasofía” o “jaqisofía”), ética (“ruwanasofía” o “lurañsofía”) y teología (“apusofía” o “tatasofía”) andinas.

Las lógicas en sentido estricto se agrupan de acuerdo al objeto (lógica formal, lógica material), al tipo de “valoridad” (lógica bivalorada, trivalorada, polivalorada), a la dimensionalidad (lógica clásica, lógica dialéctica) y a la modalidad (lógica proposicional, modal, dóxica, deóntica) (Estermann, 2006, p. 123). En sentido más general las “lógicas” se pueden distinguir de acuerdo a diferentes efectos “lingüísticos”. La filosofía intercultural plantea la idea de una pluralidad de la lógica con respecto a su culturalidad, en base a una pluralidad de “racionalidades” como pueden ser “lógica occidental”, “lógica índica”, “lógica andina”, etc. (Ibíd).

En todo caso, es justificado hablar de una “lógica andina”, toda vez que no se tome el término “lógica” en un sentido técnico y greco-céntrico, sino como un vocablo que indica la estructura básica de un cierto pensamiento, en este caso de la cultura andina (Estermann, 2006, p. 125). Sin embargo en cuanto a sus principios básicos “lógicos”, cada pensamiento, cosmovisión, y hasta mito y fe tienen su “lógica”, una cierta forma intelectual regulativa o normatividad racional.

#### ***2.6.5.1. Principio de la relacionalidad***

El principio de relacionalidad afirma que todo está de una u otra manera relacionado (vinculado, conectado) con todo, sin embargo, hay algunas diferencias. En primer lugar, el principio de relacionalidad andino no implica la consecuencia de un monismo filosófico. En la filosofía andina los “entes” son “concretos” en la medida en que realmente son interrelacionados (Estermann, 2006, p. 127). En segundo lugar, el tipo de relacionalidad andina no sólo es “lógico”, “inferencial” u “onto-lógico”, sino se trata de una relacionalidad excepcional, que implica una gran variedad de formas no-lógicas como: reciprocidad, complementariedad y correspondencia en los aspectos afectivos, ecológicos, éticos, estéticos y productivos (Ibíd).

En tercer lugar, los “equivalentes homeomórficos” occidentales entienden la relacionalidad dentro de la categoría de la “sustancialidad”. Es decir la distinción entre “accidentalidad” y “sustancialidad” no es aplicable a la diferencia andina entre “relacionalidad” y “lo que se relaciona” (Ibíd).

El “principio de relacionalidad” se puede formular de manera negativa y positiva. En forma negativa se tendría que no puede haber ningún “ente” completamente falto de relaciones; lo que quiere decir que para el pensamiento andino no hay “entes absolutos” (absolvere: soltar, desconectar) en sentido estricto. En este sentido para el andino, hasta Dios es un “ente” relacionado, y no solamente por decisión propia, sino esencialmente (Estermann, 2006, pp. 127-128).

En forma positiva, el “principio de relacionalidad” se entiende que cada “ente”, acontecimiento, estado de conciencia, sentimiento, hecho y posibilidad se encuentra inmerso en variadas relaciones con otros “entes”, acontecimientos, estados de conciencia, sentimientos, hechos y posibilidades. En quechua el verbo *kay* significa “ser” y “existir”, pero también es usado para expresar la relación de posesión o pertenencia: “tengo un hermano” en

quechua se expresa como “de mí es mi hermano” (wawqiy kanmi). Asimismo, el vocablo kay también se usa como adjetivo y pronombre demostrativo con el significado de “este”, “esta” o “esto” (kay Yupana: “esta Yupana”; imán kay?; ¿qué es esto?) (Estermann, 2006, p. 128).

#### **2.6.5.2. El principio de correspondencia**

El principio de correspondencia es un principio derivativo o secundario de la relacionalidad del todo, que viene a ser el principio básico (axioma) de la filosofía andina. Este principio expresa de forma general, que los distintos aspectos, regiones o campos de la “realidad” se corresponden de una manera armoniosa (Estermann, 2006, p. 136).

Los paradigmas occidentales son la “relación de participación entre las cosas y las ideas” platónica, la verdad (correspondencia entre la realidad y el intelecto) tomasiana, la “identidad en la diferencia” hegeliana y la disyunción exclusiva kierkegaardiana (Estermann, 2006, p. 136).

En la filosofía andina, el principio de correspondencia incluye nexos relacionales de tipo cualitativo, simbólico, celebrativo, ritual y afectivo (Estermann, 2006, p. 138). No se trata, sin embargo, de una correlación análogo-proporcional, tal como la postula la Tomas de Aquino (analogía entis medieval), sino de una correlación simbólico-representativa (Ibíd).

El principio de correspondencia se manifiesta en la filosofía andina a todo nivel y en todas las categorías. En primer lugar, describe el tipo de relación que existe entre macro- y micro-cosmos: grande o pequeño. En segundo lugar, la “realidad” cósmica de las esferas celestes (hanaq o alaxpacha) corresponde a la “realidad” terrenal (kay o aka pacha). Y en tercer lugar en los espacios infra-terrenales (ukhu o manqha pacha). Pero además hay correspondencia entre lo cósmico y humano, lo humano y no-humano, lo orgánico e inorgánico, la vida y muerte, lo bueno y malo, lo divino y humano, etc. El principio de correspondencia es de validez universal, tanto en la gnoseología, la cosmología, la antropología, como en la política y ética (Ibíd).

#### **2.6.5.3. El principio de complementariedad**

El principio de complementariedad es la descripción de los principios de correspondencia y relacionalidad. De manera que ningún “ente” y ninguna acción existe por sí sola, sino siempre en coexistencia con su complemento específico. Es decir, el “complemento” es el elemento que recién “hace pleno” o “completo” al elemento correspondiente (Estermann, 2006, p. 139).

Reiteradamente se verifica que, para el hombre andino, el individuo autónomo y separado de su ayllu, en el fondo, es vano e incompleto.

Estermann (2006) explica que el principio de no-contradicción occidental tiene dos derivados: el principio de identidad<sup>8</sup> y el principio del tercer excluido (pp. 140-142). Por una parte el principio de identidad destaca la coincidencia de un ente consigo mismo, y su diferencia con cualquier ente distinto; traducida en forma lógica, la identidad proposicional de un solo valor lógico. Y por otra parte el principio del tercer excluido afirma la exclusividad mutua de los valores lógicos (verdad y falsedad): una proposición es o bien verdadera o bien falsa, pero no existe una tercera posibilidad (tanto verdadera como falsa; ni verdadera ni falsa).

En el mundo andino existe cierta familiaridad con el paradigma oriental, principalmente con la complementariedad de Ying y Yan: el “símbolo” del círculo con sus dos partes complementarias y correlativas de Ying (oscuro, pasivo, femenino) y Yan (claro, activo, masculino) se constituye de tal manera que cada una de las partes a la vez “contiene” su “contraparte” u “opuesto”.

Para la filosofía andina, se concretiza a través de la “mediación celebrativa”, donde las posiciones complementarias llegan realmente a complementarse (integrarse) en y medio del acto ritual celebrativo, a través un proceso “pragmático” (acción) de integración simbólica. Desde esta perspectiva el cielo y tierra, sol y luna, claro y oscuro, verdad y falsedad, día y noche, bien y mal, masculino y femenino para el hombre andino no son contraposiciones excluyentes, sino complementos necesarios para la aseveración de una entidad “superior” e integral. Además el autor agrega que el principio de complementariedad se manifiesta a todo nivel y en todos los ámbitos de la vida, tanto en las dimensiones cósmicas, antropológicas, como éticas y sociales.

#### ***2.6.5.4. El principio de reciprocidad***

El “principio de reciprocidad” es entendido como “a cada acto corresponde como contribución complementaria un acto recíproco” (Estermann, 2006, p. 145). Es necesario precisar que este principio no sólo rige en las interrelaciones humanas (entre personas o grupos), sino en cada tipo de interacción, sea esta intra-humana, entre ser humano y naturaleza, o sea

---

<sup>8</sup> Se refiere al “principio individualista” planteado por Leibniz, que afirma que ningún ente individual es idéntico a otro (Leibniz citado en Estermann 2006, p. 40).

entre ser humano y lo divino. En consecuencia el principio de reciprocidad es universalmente válido y transmite un rasgo muy significativo de la filosofía andina: la ética no exclusiva al ser humano y su actuar, sino que tiene dimensiones cósmicas (Ibíd).

Por este principio de reciprocidad diferentes actos se condicionan mutuamente, de manera que el esfuerzo o la “inversión” en una acción por un actor será “recompensado” por un esfuerzo o una “inversión” de la misma magnitud por el receptor. En el fondo, se trata de una “justicia” (meta-ética) del “intercambio” de bienes, sentimientos, personas y hasta de valores religiosos (Ibíd). Por ejemplo el poblador de la región alto andina puna intercambia su ch'arki (charqui) con el ch 'uñu (chuño) del poblador de la región suní, con sara (maíz) del residente de la región qhiswa o hasta con las frutas y productos del poblador de la región yunka. La acción económica (chhala) no es una simple expresión de una “justicia económica” (para cierta cantidad de papa corresponde cierta cantidad de ch'arki), sino de una “justicia cósmica”<sup>9</sup> (Estermann, 2006, p. 146).

En la entrevista realizada a los pobladores de Jilayhua (en Canas), expresan que en sus actividades agropecuarias mantienen vivas estas prácticas de reciprocidad con el denominado “ayni”, prescindiendo del trabajo remunerado, o visión mercantil o ganancias económicas, por el contrario es una forma de expresión de vida y convivencia con su entorno en una organización en comunidad.

Existen múltiples formas de reciprocidad: económica de trabajo e intercambio comercial, familiar de parentesco, compadrazgo y ayuda mutua; ecológica de restitución recíproca a la pachamama y los apus/achachilas; ética de un comportamiento de conformidad con el orden cósmico; y religiosa de la interrelación recíproca entre lo divino y lo humano.

#### **2.6.6. Principios fundamentales de la racionalidad andina**

La racionalidad andina se expresa en una serie de “principios” o “axiomas” fundamentales: la relacionalidad, correspondencia, la complementariedad y la reciprocidad.

---

<sup>9</sup> La concepción de ‘justicia cósmica’ tiene implicancias para la concepción de “Dios”. Para el andino, Dios no es el gobernador soberano, arbitrario y autosuficiente que actúa sin tomar en cuenta la actitud de las contrapartes. Por lo tanto. Dios está sujeto a la “justicia cósmica”, a los principios de complementariedad, correspondencia y reciprocidad (Estermann, 2006, p. 303).

TABLA 2.3. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE RACIONALIDAD ANDINA

Principios o axiomas	Características o concepciones
<b>Relacionalidad u holístico (Principio básico)</b>	Todo está de una u otra manera relacionado (vinculado, conectado) con todo. Las diferencias son: a) no implica un monismo filosófico; b) no sólo es 'lógico', 'inferencial' u 'ontológico', sino implica una gran variedad de relaciones no-lógicas: correspondencia, complementariedad y reciprocidad en los aspectos afectivos, ecológicos, éticos, estéticos y productivos; y c) Los occidentales entienden la relacionalidad dentro de la categoría de la "sustancialidad".
<b>Correspondencia (principio derivado)</b>	Los distintos aspectos, regiones o campos de la "realidad" se corresponden de una manera armoniosa. En paradigmas occidentales (platónica, hegeliana y kierkegaardiana), en el plano físico, la heterogeneidad relacional se expresa predominantemente en la causalidad. En la filosofía andina, el principio de correspondencia incluye nexos relacionales de tipo cualitativo, simbólico, celebrativo, ritual y afectivo. Se manifiesta por ejemplo la 'realidad' cósmica (hanaq, kay, ukhu pacha).
<b>Complementariedad (principio derivado)</b>	Es la especificación de los principios de correspondencia y relacionalidad. Para el hombre andino, el 'individuo' autónomo y separado, en el fondo, es "vano" e "incompleto" (un ente a medias). Para la filosofía andina, más se trata de una "mediación celebrativa", es decir: las posiciones complementarias llegan realmente a complementarse (integrarse) en y a través del acto ritual celebrativo, mediante un proceso "pragmático" (acción) de integración simbólica.
<b>Reciprocidad (principio derivado)</b>	Entendido como, a cada acto corresponde como contribución complementaria un acto recíproco. Este principio no sólo rige en las interrelaciones humanas (entre personas o grupos), sino en cada tipo de interacción, sea esta intra-humana, entre ser humano y naturaleza, o sea entre ser humano y lo divino. Se trata de una "justicia" (meta-ética) del intercambio de bienes, sentimientos, personas y hasta de valores religiosos.

Fuente: Elaboración propia.

### 2.6.7. Aproximación de la concepción de Justicia social desde el paradigma de la racionalidad andina

Josef Esterman (2006) define la "justicia social" como una sub-forma de la "justicia cósmica". Para la filosofía andina, las relaciones sociales no son principalmente distintas de las relaciones cósmicas (pachasóficas). Estermann llama "justicia" al equilibrio social, es decir la "justicia social contribuye al equilibrio cósmico (Estermann, 2006, p. 260).

La "justicia cósmica" es decir el equilibrio cósmico del pacha, que se manifiesta a nivel antropológico, social y económico, como ciclos de producción y consumo autorregulados, en donde la entrada equivale a la salida, es decir la suma de las energías producidas y reproducidas llegan a cero, se logra el equilibrio perfecto (Estermann, 2013). Así mismo la "justicia

cósmica” se rige por medio de los principios de complementariedad, correspondencia y reciprocidad (Estermann, 2006, p. 303).

#### **2.6.7.1. Sumaq kawsay, suma qamaña**

Otra concepción que relaciona la concepción de Justicia desde el componente ético de la filosofía andina es el “Vivir Bien” se trata de la traducción castellana un tanto deficiente de las expresiones originales en quechua, aimara, guaraní y mapuche: del quechua *sumaq kawsay*, del aimara *suma qamaña*<sup>10</sup>, del guaraní *teko kavi* y del mapuche *küme mogen* (Estermann, 2013, p. 9).

##### *a) Concepción filosófico lingüístico andino los términos sumaq y kawsay*

El término “sumaq” significa “bello, bueno, agradable, exquisito, simpático” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 584). Por ejemplo “sumaq t'anta”, pan agradable; “sumaq sipas”, muchacha bella. Mientras que, “kawsay” significa “vida”, también “víveres para la alimentación”, por ejemplo “wiñay kawsay” significa, vida eterna (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 201).

Por lo tanto, la acepción de “sumaq kawsay” quiere decir vida buena, vivir bien, vivir en plenitud.

##### *b) Concepción filosófico lingüístico andino los términos suma y qamaña.*

El termino aimara “suma” significa “cosa o persona hermosa” (Bertonio, 2011 [1612], p. 473) ; así mismo, “bonito, hermoso, agradable, bueno, amable”; pero también “precioso, excelente, acabado, perfecto” (De Lucca 1987, Layme 1994).

Mientras “qamaña” también equivalente a “uthaña” significa “morar por poco tiempo o descansar del camino”, también es “vivir en paz” según el diccionario de Bertonio (2011 [1612]). Por otra parte, “qamaña” es también “el nombre de un lugar abrigado y protegido de los vientos, construido con un semicírculo de piedras para que, desde allí, los pastores cuiden a sus rebaños mientras descansan” (Alvó, 2011, p. 143). Según Xavier Alvo, un segundo empleo del término “qamaña” se sugiere la convivencia con la

---

<sup>10</sup> Al término aimara “suma” significa “cosa o persona hermosa” (Bertonio, 2011 [1612], p. 473). Mientras el término “qamaña” o “utkaña” es “vivir en paz” (Bertonio, 2011 [1612], p. 298).

naturaleza, con la Madre Tierra o Pacha Mama. Se puede recurrir a los principios de relacionalidad del todo que presenta Josef Estermann.

Por tanto, desde un componente ético, “suma qamaña” es la “valoración y aprecio del otro distinto, y una espiritualidad. De allí que lo central del desarrollo para Vivir y Convivir bien ya no es ni puede ser sólo lo económico” (Alvó, 2011, p. 137).



## **Capítulo 3.**

### **CAMBIO EDUCATIVO Y JUSTICIA SOCIAL**

---

El tercer capítulo de esta tesis se dirige a profundizar cómo traducimos el concepto de Justicia Social en el ámbito educativo. Dependiendo de la forma en que conceptualicemos la Justicia Social, la educación para la Justicia Social será de una forma u otra. En nuestra investigación, la entendemos como una educación equitativa, democrática u crítica, fundamentos esenciales para lograr el cambio educativo y por ende, social.



### **3.1. CAMBIO EDUCATIVO Y EDUCACIÓN PARA LA JUSTICIA SOCIAL**

Para un proceso de cambio educativo es necesario comprender el funcionamiento de las escuelas actuales, comprendidas en un contexto económico, político y cultural asumidas por las sociedades (comunidades) y el estado. En estos tiempos se agudiza cada vez más las injusticias y con ellas una crisis económica, social y democrática, que afectan los proceso educativos.

Éstas posturas han sido sostenidas por autores como: Encinas (1932), Freire (1972), Apple (1997), Giroux (2001, 2016), McLaren (1997). Otro grupo de académicos han señalado que la escuela es legitimadora de las desigualdades sociales, un instrumento que garantiza el orden establecido en clases sociales (Coleman 1966; Plowden, 1969; Bourdieu y Passeron, 1972); así mismo Connell (1997) sostiene que la escuela es el instrumento que utiliza la sociedad para legitimar las injusticias, a través de la facultad administrativa de otorgar y denegar títulos. Pero también constituye una de las herramientas poderosas para construir una sociedad más justa (Murillo & Hernández-Castilla, 2014). Sin embargo esto sucederá sólo cuando los miembros de la educación se planteen explícitamente, en el sistema educativo, en las escuelas y en las aulas.

Desde esta última perspectiva, un cambio educativo es necesario y estará referido principalmente a los siguientes aspectos: trabajar por el cambio cultural de la escuela, potenciar el desarrollo de todos los miembros de la comunidad escolar, favorecer procesos de enseñanza y aprendizaje justos y en Justicia Social, potenciar la creación de comunidades profesionales de aprendizaje, promover la colaboración entre la escuela y la familia, y expandir el capital social de los estudiantes (Murillo & Hernández-Castilla, Liderando Escuelas Justas para la Justicia Social, 2014).

#### **3.1.1. El concepto de Justicia social en educación**

Trabajar por una educación para la Justicia Social y apostar por un cambio educativo requiere, entre varias tareas, enfrentarse a su definición para su accionar educativo, asumiendo la complejidad de su significado. Se puede partir de los planteamientos teóricos y filosóficos de justicia, cultura y comunidad que se han presentado en el capítulo anterior, que formarán parte de esta concepción de Justicia Social. Así mismo se considera que los esfuerzos de concepción de Justicia en educación forman parte del camino

hacia un paradigma de “vivir bien”. Paradigma impulsado desde el pensamiento filosófico andino apoyada por investigadores como Josef Estermann (2013), Antonio Peña Cabrera (1996).

Para este propósito, se considera las aportaciones de Charles Taylor (1993) principalmente en las concepciones de identidad, comunidad y libertad en un marco de reconocimiento cultural; de John Rawls (1971), que nos aporta los principios de la Justicia como equidad para una sociedad democrática; de Alex Honneth (1997), que desarrolla las tres esferas de la justicia: el amor, el derecho y la solidaridad desde el plano del reconocimiento ético moral; y a manera de síntesis consideramos los planteamientos de Nancy Fraser (2008), entendida la Justicia social en tres dimensiones: Redistribución, Reconocimiento y Participación. Asimismo asumimos los planteamientos de José Carlos Mariátegui (1929), que propone otra forma de concepción de comunidad, organización social, principios y valores ético-morales en el marco de una “justicia cultural”, postura recogida desde un esquema cosmogónico de percepción, originario del continente suramericano.

No obstante, se comparte el trabajo de Griffiths (2003) que propone pensar la “Justicia Social como verbo” (p. 55); es decir, un proyecto dinámico, nunca completo, acabado o alcanzado “una vez y para todos”, siempre sujeto a reflexión y mejora (Murillo & Hernández-Castilla, 2011).

En la tarea de aproximar una concepción de la Justicia Social en educación, Javier Murillo y Reyes Hernández-Castilla (2014) proporcionan una concepción por contraposición a lo que no es Justicia Social: No es Derechos Humanos, No es Igualdad de Oportunidades. No es sólo distribución equitativa de bienes; y No existe sólo dentro de un Estado-Nación:

1. No es sólo derechos Humanos, se considera un punto de partida necesario pero no un fin, puesto que una sociedad justa abarca más aspectos.
2. No es igualdad de oportunidades, no es suficiente el hecho de tener las mismas oportunidades de riqueza o pobreza, que no han resuelto los riesgos de pobreza.
3. No es sólo distribución equitativa de bienes, ya que la realidad nos ha demostrado que otros aspectos como el género, el origen étnico, la capacidad, clases sociales, la cultura generan discriminación. Es indispensable considerar en sociedades justas aspectos de reconocimiento y participación.

4. No existe sólo dentro de un Estado-Nación, la Justicia también debe ser válida para todos a nivel global.

En concordancia con la filósofa norteamericana Nancy Fraser (2008) y los aportes de Javier Murillo y Reyes Hernández-Castilla (2011, 2014) se entiende la Justicia Social desde una perspectiva multidimensional conformada por: Redistribución, Reconocimiento y Participación, concepción que es asumido en el presente trabajo:

- **Justicia Social como Redistribución**, o Justicia económica, entendida como distribución -o redistribución- equitativa de bienes primarios, desde las aportaciones de Justicia de Rawls (1971, 2001). El planteamiento de Rawls apuesta por una meta igualitaria desde un procedimiento de desigualdad, es decir, dar más a quien por sus condiciones o su situación de partida más lo necesita. Desde esta dimensión, se asume que las instituciones deben tratar de forma diferente a las personas para compensar las desigualdades creadas por razón de género, clase social, capacidad, cultura, origen, elección sexual, etc.
- **Justicia social como Reconocimiento**, o Justicia cultural, entendida como el reconocimiento, respeto y valoración de las diferencias culturales, comunidades y personas; consideramos las aportaciones de Taylor (1993), Honneth (1997), Fraser (2008), Mariátegui (2007). Taylor (1993), aporta con sus trabajos las concepciones de identidad, comunidad y libertad como elementos interactuantes en una sociedad multicultural justa; Honneth (1997) por su parte proporciona los fundamentos de las esferas del reconocimiento: el amor, el derecho y la solidaridad como los componentes de una sociedad justa; Fraser (2008) desde la idea de una relación recíproca de personas; y Mariátegui (2007) contribuye la noción de comunidad, principios y valores ético- morales, desde un paradigma dialógico de los pueblos originarios sudamericanos.
- **Justicia social como Participación y Representación**, Justicia política, entendida como creación de las condiciones adecuadas para la plena participación en la vida social de todos, especialmente para aquellos que han sido tradicionalmente excluidos (Fraser, 2008; Young, 2011).

Si se plantea una educación que contribuya a la construcción de una sociedad más justa, es necesario abordar las tres dimensiones de la Justicia tanto en el diseño de las políticas educativas, como en el funcionamiento y organización de las escuelas y en el currículo implementado en las aulas. Como sostendría Mariateguá (2007), los temas de educación, la cultura y política, junto con la filosofía moral académica son los debates para constituir una comunidad social justa.

### **3.1.2. Educación para la Justicia Social**

Javier Murillo y Reyes Hernández-Castilla (2014), presentan una definición condicional de una escuela que trabaja para la Justicia Social: sostienen que las escuelas trabajan PARA la Justicia social si previamente estas escuelas trabajan EN Justicia social y DESDE la Justicia social. Esta definición es explicada partiendo desde las siguientes premisas:

1. **Escuelas distintas**, no todas las escuelas son iguales, algunas son legitimadoras de las desigualdades y otros hacen contribuciones significativas a la causa de la Justicia social. Lo que quiere decir, que el papel de la escuela determina el mantenimiento o reducción de las desigualdades y no es únicamente estructural.
2. **Necesidad de una declaración explícita por la Justicia Social**, Si una escuela no se plantea explícitamente la consecución de una sociedad más justa, favorecerá a la reproducción de las injusticias sociales. Desde esta premisa se proponen la exigencia de una lucha contra las desigualdades y en favor de la Justicia social.
3. **Consecución de una cultura compartida**, una escuela trabajará por la Justicia Social en la medida que se consigue una cultura compartida por la comunidad escolar, reproducida en su visión de la escuela y en sus acciones y comportamientos cotidianos, su lucha contra las desigualdades y por el reconocimiento.

Murillo y Hernández-Castilla (2014) afirman que para construir una sociedad más justa es necesario que los alumnos accedan y experimenten estos elementos y tengan competencias y capacidades para modificar la situación, principalmente a través de una escuela justa.

En este sentido, un estudiante educado EN y DESDE la Justicia social, será ese agente de cambio que sugiere Freire cuando hacía referencia a la educación como transformadora de personas que a su vez transformarán la sociedad.

### **3.1.2.1. Una Educación EN Justicia social**

Otro de los elementos que constituye la Educación para la Justicia Social es trabajar EN Justicia Social, en este sentido, si se busca que la educación sea capaz de contribuir a una sociedad más justa, es necesario generar un cambio en las personas, hacer que los estudiantes sean agentes de cambio como sostenía Freire, donde se aborden contenidos explícitos sobre Justicia Social en el currículum, la creación de espacios de reflexión conjunta entre profesores, estudiantes y padres de manera crítica, dentro de un ambiente escolar justo, desarrollando habilidades y actitudes hacia la construcción de un mundo mejor.

### **3.1.2.2. Elementos para una Educación EN Justicia social**

Partiendo de las ideas de Bree Picower (2012), se plantea un proceso en seis fases para abordar la enseñanza de la Justicia Social en el currículum escolar:

1. **Autoconocimiento y autoestima**, considera importante la construcción de la identidad, que los estudiantes aprendan quiénes son y de dónde vienen, conozcan su historia, su cultura, sus orígenes. Que se cultive en los estudiantes un sentimiento de orgullo por su cultura, sus orígenes y su familia.
2. **Respeto por los otros**, el objetivo de esta fase es contribuir en la generación de un clima de respeto por la diversidad. Los estudiantes aprenden a escucharse, a compartir sus experiencias con interés, respeto y amabilidad con sus compañeros. De esta manera se construye la empatía intercultural en base al conocimiento histórico y los elementos positivos de los diversos grupos culturales. Así mismo los estudiantes reconocen las diferentes formas de lucha contra la opresión, contribuyendo a eliminar los conflictos culturales.
3. **Abordar aspectos sobre la injusticia social**, en esta fase se tematiza las diversas formas de opresión a determinados grupos sociales, la comprensión de cómo la diversidad ahora aceptada antes fue rechazada; conlleva a analizar y reflexionar diversos hechos históricos. Los estudiantes abordan temas como el racismo, el sexismo, el clasismo, la homofobia, la intolerancia religiosa, etc., analizando cómo estas formas de opresión han afectado a diferentes grupos sociales.
4. **Movimientos sociales y cambio social**, promocionar acciones colectivas para enfrentar los problemas sociales, enseñar al alumnado

que trabajando juntos se puede generar cambios y combatir las ideas de desánimo y pasividad.

5. **Sensibilizar a la comunidad**, proporciona oportunidades para que los estudiantes enseñen a otros lo aprendido sobre las injusticias, esto permite a los estudiantes apasionarse por los temas tratados y convertirse en defensores de la Justicia a través de sensibilización de otros estudiantes, profesores, familiares y demás miembros de la comunidad, así se convierten en agentes de cambio. La difusión de lo aprendido se puede hacer a través de diversos medios como: boletines, periódicos murales, carteles, redes sociales, etc.
6. **Pasar a la Acción Social**, de la teoría a la acción, la generación de espacios para que los estudiantes formen parte de las acciones sobre aquellas cuestiones que afectan a ellos y sus comunidades.

### ***3.1.2.3. Una Educación DESDE la Justicia social***

Para construir una propuesta de Educación DESDE la Justicia Social, se sugiere partir del concepto tridimensional de la Justicia Social antes definida; uno de los elementos que se ha indicado es el funcionamiento y organización de la escuela, que se concretizan en procesos justos. Así, es necesario recordar lo anunciado por Rawls (1971, p. 17) cuando afirmaba que no es suficiente que las instituciones de la sociedad sean ordenadas y eficientes, es necesario que sean justas. Y si no lo son, deben ser "reformadas o abolidas".

### ***3.1.2.4. Elementos de una Educación DESDE la Justicia social***

Los elementos a considerar en las escuelas que trabajan desde la Justicia Social, en coherencia con las concepciones de Justicia Social, son:

#### ***a) Desde el concepto de Justicia social como Redistribución***

Desde esta idea los elementos de las escuelas justas se definen en tres grupos: desarrollo de una cultura común, compromiso de un aprendizaje permanente y el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje juntos:

- *El desarrollo de una cultura común para la Justicia social*, conlleva: poseer objetivos concretos, conocidos y compartidos; compartir los valores, actitudes y normas que fomenten la inclusión; fomentar una cultura de cooperación; proyectar altas expectativas en miembros de la comunidad educativa; promover una cultura de trabajo en equipo; generar un sentido de pertenencia al grupo.



- *El compromiso de un aprendizaje permanente por toda la comunidad*, se consigue con: apoyo entre los docentes y los miembros de la comunidad educativa; el aprendizaje de todos entre todos; una actitud positiva en declaraciones y hechos.
- *El desarrollo de procesos de enseñanza justos*, implican: el desarrollo integral de los estudiantes; el cuidado del desarrollo de la creatividad y la innovación estética de los alumnos; la dedicación especial a la autoestima y del bienestar de los estudiantes; donde la atención a la diversidad sea una realidad, a través de la enseñanza y la evaluación; así como un currículo adecuado orientado a formar personas como integrante de la comunidad.

***b) Desde el concepto de Justicia social como Reconocimiento***

Desde la idea del reconocimiento, la escuela busca un cambio cultural en la sociedad, un cambio de valores que respete los aspectos culturales; de esta forma, se reconocen, valoran y respetan las diferencias de género, cultura, etnia, orientación sexual, etc. Algunas características son:

- Los docentes son conscientes de las diferencias por clase social, cultura, género y sexualidad, la complejidad de su representación y las luchas por el reconocimiento que estos implican.
- Apuesta por un currículo no sólo multicultural en el sentido tradicional, sino de las distintas culturas que interactúen y formen parte de la escuela.
- Se fomenta el pensamiento crítico y la denuncia de las situaciones actuales.
- Se aprecian los aspectos culturales, lingüísticos, y las experiencias de los estudiantes, como un contenido para trabajar en aula.
- El fomento de la colaboración de la escuela y el hogar, para conseguir que se compartan una misma cultura educativa, evitando la imposición de una cultura sobre otra.

***c) Desde el concepto de Justicia social como Participación y Representación***

Desde esta dimensión se pretende fomentar el compromiso y la participación de todos los miembros de la comunidad escolar, tanto en aspectos curriculares, en la organización del centro y como en el funcionamiento de la escuela en su conjunto. Se pueden señalar algunas características como:

- Una cultura de respeto entre todos los miembros de la escuela y participación activa en su formación.
- Una escuela abierta al barrio, que trabaje con asociaciones locales, asociaciones culturales, deportivos, que potencie el desarrollo de su localidad y entorno.
- El liderazgo se caracterizará por ser distribuido, donde las decisiones y responsabilidades se reparten y comparten.
- Las aulas se organizan democráticamente, con asambleas, donde se discuten las decisiones que afectan a su aprendizaje como: la forma de organizarse, los contenidos a tratar, las estrategias didácticas, la forma de evaluar, etc.
- Se fomenta la representación y la implicación, especialmente de colectivos tradicionalmente excluidos y marginados.

### **3.1.3. Escuelas justas para la Justicia social**

Una escuela con un funcionamiento socialmente justo, se puede considerar desde la perspectiva de una educación equitativa, crítica y democrática:

#### ***3.1.3.1. Educación Equitativa***

Desde la educación equitativa se garantiza el acceso, la permanencia, el aprendizaje, y la participación de todos los estudiantes. Esto se logra a través de una redistribución de los bienes esenciales educativos como: recursos, atención, oferta educativa, contenido, entre otros, desde un marco de atención diferenciada de las necesidades buscando la compensación de las desigualdades.

Desde la educación equitativa se comparten dos paradigmas diferenciados, por una parte, el paradigma de la igualdad, donde se concibe el mismo tratamiento para todos los individuos, y por otra el paradigma de la equidad, donde se concibe a los individuos como diferentes entre sí, mereciendo, por tanto, un tratamiento diferenciado.

Desde el marco del paradigma de la igualdad, se basan por ejemplo en la universalización ante la ley, donde se asigna a las personas los mismos derechos y recursos; pero en otros aspectos como el educativo es difícil su aplicación. Mientras en el marco de la equidad, el tratamiento desigual es aceptado, toda vez que favorece a los más desaventajados.

Varias teorías distributivas apoyan el paradigma de la equidad. Así se tiene la regla conocida de Marx “a cada cual según sus necesidades, de cada cual según sus capacidades”, o el “principio de diferencia” de Rawls, que consiste en que las desigualdades sólo pueden ser justificadas si benefician a los más desaventajados, de lo contrario no se toleran (2002, p. 97). En el ámbito educativo estos aportes se expresan en la compensación de recursos, atención, tiempo, entre otros.

En educación, la igualdad de políticas se han implementado de diversas formas como: la igualdad de oportunidades, la igualdad de enseñanza, la igualdad de conocimiento y éxito escolar, la igualdad de resultados, etc. (Bolívar, 2012), que son parte de la reducción de las desigualdades sociales.

### **3.1.3.2. Educación Crítica**

Desde la perspectiva de Freire (1972) la educación permite empoderar a las personas para poder participar en la vida económica, cultural, social y educativa de su comunidad. En este sentido la educación se centra en el desarrollo de la autonomía, la independencia y el criterio propio de todos y cada uno de los estudiantes (Giroux, 2008).

La educación crítica presenta esencialmente tres elementos característicos: primero, promueve la conciencia crítica en los estudiantes mediante el estudio de los procesos históricos del pasado y de la actualidad; segundo, educa desde un ambiente crítico en el que el profesor es ejemplo y no autoridad; y tercero, aborda situaciones hacia la comprensión de la relación entre el poder y el conocimiento (McLaren, 1984). Se trata de hacer a los estudiantes agentes de cambio, con docentes como intelectuales críticos y comunidades comprometidas y conectadas. Estas ideas son sustentadas en el reconocimiento de la teoría crítica de Honneth (1997). Así como los planteamientos de multiculturalidad y reconocimiento de Chales Taylor, entendida como el reconocimiento de los grupos minoritarios o subalternos frente a un sector que tiene mayor poder y beneficios (1997, p. 53).

### **3.1.3.3. Educación Democrática**

Desde los planteamientos de la educación vista como espacio político, de lucha contras las injusticias sociales, desde esta visión las escuelas de ningún modo son neutras, postulados defendidos por Freire (1972), Giroux, (1990, 2001); Giroux y McLaren (1986). Desde esta visión una educación democrática se constituye en formas de integración de la diversidad. La

educación tiene el papel importante de orientar formas de pensar, desear, actuar y trabajar por un bien colectivo (Giroux, 2016).

Giroux señala que la educación debería defenderse como un lugar que ofrece a los estudiantes la oportunidad de participar en los problemas de la sociedad, de adquirir los conocimientos, las herramientas y el vocabulario ético necesario para participar en la vida pública (2001, p. 61).

Apple advierte que la excesiva búsqueda de la eficacia, la autoridad experta, la racionalización y el aumento de la disciplina pueden deteriorar la esencia de la democracia. Asimismo, afirma que “en un momento en que el capital y el Estado no pueden “proporcionar” democracia sustancial, debemos hacernos de nuevo con la democracia como teoría y conjunto de prácticas enfrentados a la derecha” (1997, p. 184). Esta afirmación se refiere a la práctica basada en el control de las decisiones de la producción, distribución y consumo de la mayoría de las personas.

## **3.2. UNA APROXIMACIÓN AL ANÁLISIS DE LA CRISIS EDUCATIVA**

### **3.2.1. La influencia del poder en educación**

Desde una mirada a la realidad económica, política y social que atraviesan las sociedades actuales, se describe la crisis que se vive en educación y la influencia del poder, en coherencia con las críticas de Encinas (1932), Freire (1972), Apple (1997), Giroux (2001, 2015) y McLaren (1997), quienes describen fundamentalmente las estructuras y las relaciones entre educación, economía, gobierno y cultura que configuran el funcionamiento de una actividad democrática.

En esta dinámica se describen aspectos de desigualdad, de los niveles de pobreza, de una crisis emergente, entre otros. En esa misma línea Apple sostiene en su obra “Educación y poder” que hay muchas formas de actuar de un modo progresista y plantear una alternativa; queremos recuperar estas ideas y posibilitar su funcionamiento en una educación para la Justicia Social (1997, p.10). En una sociedad capitalista caracterizada por la crisis económica, social y democrática, la educación tiene el poder de luchar contra el racismo, la globalización y las injusticias sociales imperantes en sociedades actuales (Giroux, 2016).

Trasladando este planteamiento a la realidad de la educación peruana y latinoamericana, se pueden citar algunos hechos que caracterizan la

situación actual: la agricultura, que es la actividad principal de la mayoría de las comunidades andinas, está críticamente abandonada, las tierras, los ríos y las lagunas contaminadas por la actividad minera (Pinto, 2014, p. 202), la educación en las áreas rurales (comunidades campesinas) en el año 2003 tienen un déficit de cobertura del 27% en los niveles de inicial, primaria y secundaria (Vexler, 2004, p. 3). Los valores y tradiciones culturales propios de los pueblos originarios no son tomados en cuenta en su dimensión real por el sistema político, ni educativo; las actividades de los campesinos no son valoradas, esto se evidencia en las orientaciones y contenidos propuestos en el Currículo Nacional peruano (Ministerio de Educación del Perú, 2016).

Para estos grupos culturales, la pretensión educativa del país es contraria a sus prácticas culturales, cuando la educación es orientada a una “sociedad de la acumulación” en palabras de Apple. La política del estado peruano no reconoce las prácticas de salud y medicamentos tradicionales, culturalmente desarrollados desde tiempos milenarios. Por el contrario, se desestima su existencia y valor, a través de programas y acciones de introducción de prácticas foráneas y consumo de medicamentos químicos. Estas acciones de por sí son muestras de violencia, discriminación, dominación y sometimiento de una cultura sobre otra. Una de las instituciones legitimadoras e impulsoras son los medios de comunicación, pues muchas veces en forma involuntaria proyectan imágenes que atropellan la dignidad de las personas y pauperizan la diversidad cultural existente en el país.

Apple parte para su análisis de la educación y el currículo, considerando la crisis que se vive en Estados Unidos, que afecta a las ideas sobre la escuela, el trabajo, el tiempo libre, los roles sexuales, los derechos políticos, la participación, etc. Estas ideas generan el cambio de las estructuras económicas y culturales que influyen a la vida de las personas (1997, p. 17).

Las instituciones educativas pierden legitimidad, cuando el estado es incapaz de responder adecuadamente a la situación ideológica y económica, lo que se ha llamado la “crisis fiscal del Estado”. Esto surge cuando no es posible mantener los empleos, los programas sociales y los servicios que el pueblo ha conseguido a través de años de reivindicación de derechos (Apple, 1997, p. 18). En el caso del Estado peruano, los gobernantes han tomado como referente otros modelos ideológicos y económicos, prioritariamente occidentales y de corte europeo, para cubrir estos aspectos. Con ello históricamente no se han tenido en cuenta las estructuras sociales y la

organización económica de los pobladores originarios, ni se han considerado sus valores y tradiciones.

Desde la visión de la crisis económica y cultural, Apple explica la crisis educativa, indicando que en las últimas décadas las instituciones educativas se hacían menos útiles para los procesos de democratización. Considera que las escuelas desempeñan un papel en la reproducción de un orden social estratificado, que se justifica sorprendentemente en la desigualdad por razones de sexo, clase o raza (1997, p. 25).

#### ***3.2.1.1. Dominio del conocimiento técnico***

Apple analiza los planteamientos de algunos grupos de reformadores de planes de estudio e investigadores educativos, considerando que las escuelas son los motores de una democracia meritocrática, y otro grupo más pequeño interpreta la escuela como una forma estructural. Apple coincide con la idea de que las escuelas son simplemente un mecanismo para la reproducción de la división del trabajo. El autor agrega que el primer grupo está equivocado y el segundo grupo comete el error de centrarse en una “visión monolítica” (1997, p. 53). Por consiguiente es preciso plantearse que es preciso comprender el funcionamiento de las escuelas, sin reducirlas a la función de reproducción de clases sociales.

Apple sostiene que los estudios etnológicos y etnometodológicos han permitido comprender las formas internas de “negociar” entre los profesores y estudiantes sus respectivas realidades en sus aulas. Este hecho también ha permitido esclarecer distintos aspectos de discriminación que utilizan los profesores para seleccionar los estudiantes en la escuela (1997, p. 54).

#### **3.2.2. Los profesores como intelectuales transformativos**

Los planteamientos de reforma educativa que propone Henry Giroux (1997), pasan por asumir la tarea del profesor como intelectual transformativo. Sin embargo existen una serie de reformas educativas que amenazan la habilidad de los profesores, especialmente de la escuela pública para ejercer el liderazgo intelectual y moral en la formación de los escolares. Por ejemplo en la elaboración de planes nacionales, diseños curriculares, elaboración de materiales, hay una escasa participación de la experiencia docente. Estas reformas educativas reducen la tarea del profesor a la categoría de técnicos, encargados de llevar adelante dictámenes y objetivos decididos por expertos ajenos a la realidad cotidiana de la vida del aula (Giroux H. A., 1997, p. 171).

Aquí se muestra de forma implícita que la opinión de los profesores no cuenta en las reformas educativas.

Autores como Freire (1975), Giroux (1997), Apple (1997), McLaren (1997) y otros, sugieren realizar una autocrítica con respecto a la naturaleza y la finalidad de la preparación del profesorado, los programas o centros de perfeccionamiento del profesorado y las formas dominantes de la enseñanza en aula.

En este debate es necesario definir la naturaleza de la crisis educativa, y de forma paralela proporcionar una visión alternativa sobre la formación y el trabajo de los profesores. En esta discusión Giroux (1997) aporta la examinación de dos problemas que requieren de un análisis para mejorar la calidad del “trabajo de profesor”, este aporte incluye tanto tareas administrativas y algunos compromisos opcionales como la enseñanza en el aula.

En primer lugar sugiere la necesidad de examinar las fuentes ideológicas y materiales que han contribuido a la denominada “proletarización del trabajo del profesor”, es decir, a los mecanismos de reducción a la categoría de técnicos especializados dentro de la burocracia escolar, con la delegación de funciones de gestionar y cumplimentar programas curriculares. En su lugar es necesario asumir de forma crítica su actuación pedagógica.

En segundo lugar plantea la necesidad de defender las escuelas como instituciones esenciales de conservación y desarrollo de una democracia crítica, asimismo defender a los profesores como intelectuales trasformativos que conjugan entre la práctica y la reflexión académica.

### ***3.2.2.1. Devaluación y deshabilitación de trabajo del profesor***

Giroux afirma que una de las amenazas más importantes a las que se enfrentan los actuales profesores de la escuela pública es el creciente desarrollo de las ideologías instrumentales que priorizan el enfoque tecnocrático, tanto en la formación del profesor como en la pedagogía del aula (1997, p. 173). Estas amenazas son promovidas por las orientaciones de separar la concepción de la ejecución, es decir, a través de la estandarización del conocimiento escolar con el pretexto de una mejor gestión y control. Lo que ocasiona es una devaluación del trabajo intelectual y crítico de los profesores y estudiantes.

Este tipo de racionalidad instrumental está fuertemente enraizado en la formación de los futuros profesores. La mayoría de los programas han apostado por una orientación conductista y el dominio de asignaturas y métodos de enseñanza (Ibíd). En su lugar conviene plantear cuestiones acerca de los principios subyacentes en los diferentes métodos pedagógicos, de las técnicas de investigación y de las teorías educativas. A menudo los estudiantes se concentran sólo en el “cómo enseñar” y “con qué libro” hacerlo.

De esta forma la racionalidad tecnocrática e instrumental está presente dentro de las escuelas, en las mismas acciones de la enseñanza. Son una amenaza cada vez más creciente que reduce la autonomía del profesor con respecto al desarrollo y planificación de los currículos, en la emisión de juicios y la aplicación de la enseñanza escolar. Esta amenaza se evidencia en los materiales curriculares como las “rutas de aprendizaje”, el modelo de la “Jornada Escolar Completa<sup>11</sup>” donde se han diseñado las programaciones de unidades, las sesiones de aprendizaje, que son programas de prueba en el Estado peruano ha implementado. La base racional de estos materiales reserva a los profesores el papel de simples ejecutores de procedimientos de contenidos predeterminados e instruccionales. Según Giroux el método y objetivos de materiales similares es legitimar la “pedagogía basada en la gestión”. Esta gestión se entiende como los fraccionamientos del conocimiento en partes discontinuas, la estandarización para facilitar la gestión y consumo, y la medición a través de evaluaciones predefinidas.

Esta forma de organizar la vida escolar se fundamenta en torno a expertos en currículos, en instrucción y en evaluación, a los cuales se asigna la tarea de pensar, mientras que los profesores son reducidos a simples ejecutores de esos pensamientos. La consecuencia es que no sólo se descalifica a los profesores, sino y sobre todo se afecta a la naturaleza del aprendizaje y la pedagogía del aula se convierte en rutinaria.

### ***3.2.2.2. Los profesores como intelectuales transformativos***

El planteamiento propositivo de Giroux (1997) se sostiene por una manera de repensar y reestructurar la naturaleza del trabajo docente, que es la de contemplar a profesores como intelectuales transformativos. Su categoría de “profesor intelectual” se define desde distintos puntos de vista. En primer

---

<sup>11</sup> Propuesta educativa que inicia su implementación en marzo del 2015. <http://jec.perueduca.pe/>



lugar muestra una base teórica para examinar el trabajo de los docentes como una forma de trabajo intelectual, que es opuesta a la opción puramente instrumental. En segundo lugar, distingue los tipos de condiciones ideológicas y prácticas necesarias para que los profesores actúen como intelectuales. En tercer lugar, se afana en aclarar el papel que cumplen los profesores en la producción y legitimación de diversos intereses políticos, económicos y sociales, por medio de las pedagogías que ellos mismo aprueban y utilizan.

La idea de contemplar a los profesores como intelectuales, es entendida por Giroux desde la creencia de que toda actividad humana implica alguna forma de pensamiento. En este sentido el autor sostiene que la capacidad humana de integrar pensamiento y práctica constituye una forma de contemplar a los profesores como profesionales reflexivos de la enseñanza (1997, p. 176).

La visión de los profesores como intelectuales facilita, además, una fuerte crítica a la teoría de las ideologías tecnocráticas e instrumentales, que están presentes de forma implícita en la teoría educativa que separa la conceptualización, la planificación y el diseño de los currículos de los procesos de aplicación y ejecución (Ibíd).

La función social de los profesores como intelectuales es ver a las escuelas como lugares económicos, culturales y sociales ligados a los temas de poder y control (Giroux H. A., 1997, p. 177). Es decir, que las escuelas no se limitan simplemente a transmitir de manera objetiva un conjunto común de conocimientos y valores. Por el contrario las escuelas son lugares que representan formas de conocimiento, usos lingüísticos, relaciones sociales y valores que requieren ser seleccionados a partir de un contexto cultural en la que se sitúa la escuela.

Un componente central de la visión del profesor como intelectual transformativo es la necesidad de conseguir que lo pedagógico sea más político y lo político más pedagógico (Ibíd). Hacer lo pedagógico más político quiere decir, insertar la enseñanza escolar directamente en la esfera política. Desde esta perspectiva la reflexión y la acción crítica se convierten en parte de un proyecto de lucha por la Justicia social. En el caso de las escuelas de contexto andino (vale decir la educación latinoamericana) como en el caso particular de la provincia de Canas, deberían estar orientadas a la reivindicación del reconocimiento de sus prácticas e identidades culturales, desde las formas de concebir la vida, los valores que subyacen en sus

actividades productivas y comunitarias en el “ayllu”. Hacer lo político más pedagógico significa servirse de formas de pedagogía que encarnen intereses políticos de naturaleza liberadora y en el caso peruano y latinoamericano, guiados por el “vivir bien” desde el paradigma de la racionalidad andina y la relacionalidad con todo defendidas por autores como Josef Estermann (2013) y Antonio Peña Cabrera (1996).

### **3.2.3. Currículo**

#### ***3.2.3.1. Currículo y reproducción de las desigualdades***

Apple considera una pérdida de tiempo, el hecho de que tanto la educación en general como el currículo en particular, se hayan concentrado sólo en los planes de estudio y la evaluación. En parte se ha reducido sólo en la búsqueda de métodos más eficaces para obtener un plan de estudio (1997, p. 27).

Asimismo Apple sostiene que a medida que crece la racionalidad del proceso productivo, la educación va perdiendo espacios de iniciativa política. Mientras un grupo minoritario intenta mantener vivo la discusión política sobre la educación, creyendo en la neutralidad innata de las instituciones, lo que en realidad ocurre en la enseñanza de las escuelas, es que los métodos y acciones, están planificados para legitimar las bases estructurales de la desigualdad (Apple, 1997, p. 28)

#### ***3.2.3.2. La estructura del currículo y la lógica del control técnico***

La estructura del currículo es influenciada desde la ideología empresarial en la práctica escolar, y ésta se produce indirectamente como un aspecto del Estado, donde la escuela hace de intermediario, y transforma una serie de presiones económicas, políticas y culturales de las clases y segmentos de clase (Apple, 1997, p. 151). Lo dicho se constata en las orientaciones del funcionamiento de las escuelas, en los planes y programas, en los materiales de apoyo distribuidos por el Estado.

Desde un análisis de la estructura del currículum, es decir de la forma como éste se organiza para su funcionamiento y de cómo se producen en las escuelas, las presiones ideológicas y económicas se presentan como nuevas formas de control. El proceso de “descualificación”, la separación de la concepción y la ejecución no solo están presentes en el trabajo, sino cada vez más se manifiestan en las escuelas (Ibíd).

Apple (1997) afirma que existen tres tipos de control que se utilizan para lograr más trabajo: simple, técnico y burocrático. El primero se realiza con el sólo hecho de indicar el qué hacer. Los controles técnicos están insertos en la estructura física del trabajo, como las empresas dirigidas por la tecnología automatizada, donde las personas se convierten en acompañantes de la máquina. En esta situación el control burocrático es menos visible, produciéndose desde el momento en que las personas se incorporan en las relaciones sociales jerárquicas del centro de trabajo. Las órdenes impersonales y burocráticas en la dirección del trabajo, los procesos de evaluación de la ejecución, las sanciones y recompensas son determinadas mediante una política oficial (pp. 152-153).

En la escuela los procedimientos de control técnico se han experimentado en el uso de los materiales educativos previamente elaborados. En la educación peruana, se han diseñado guías denominadas “Rutas de Aprendizaje” para que los profesores basen sus lecciones por estas guías. También se han diseñado programaciones anuales, unidades de aprendizaje y hasta las sesiones de clase para todos los grados y ciclos. En estos materiales se incluye una lista de objetivos denominados competencias y capacidades, están los contenidos del currículum precisos, actividades para el profesor y respuestas apropiadas de los alumnos, también una serie de tests de evaluación de capacidades de acuerdo con el sistema, que en principio se reduce al entrenamiento de las pruebas de Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) y el “Programme for International Student Assessment” (PISA).

Vista la estructura del currículum desde el control técnico, Apple afirma que “los objetivos, el proceso, el resultado y los criterios de evaluación, los definen con más precisión personas ajenas a la situación”. Agrega que para garantizar el éxito, el proceso se extiende hasta el hecho de sugerir las palabras que el profesor debe utilizar (Apple, Educación y poder, 1997, p. 157).

Estos hechos forman parte de la descualificación de los profesionales de la educación, que son parte de un largo proceso en la división y posterior clasificación del “trabajo” para incrementar la “productividad”, con la intención de reducir la “ineptitud” y para controlar el costo y los beneficios del trabajo.

Mientras los procesos de control técnico entran en la escuela disfrazados de “sistemas” de evaluación diseñados, los maestros son descualificados. Sin

embargo también van siendo recualificados constantemente. Mientras la descualificación lleva consigo la pérdida del oficio, la recualificación incluye la sustitución de las aptitudes y de las visiones ideológicas de la administración (Apple, Educación y poder, 1997, p. 158).

Las consecuencias que producen estos materiales educativos en los profesores y estudiantes se visualizan de muchas formas. Los estudiantes apenas tienen contacto con el profesor o sus compañeros, mientras se convierten en ejecutores de procedimientos que están bastante normalizados. En esta tarea el profesor se convierte en algo similar a un administrador, debido a la lógica del control técnico de la estructura curricular (Ibíd).

### **3.2.4. La Escuela**

Se vive una crisis en la enseñanza, en muchos países como Perú la vida de los profesores en las aulas está en situación agravante, en muchos casos bajo un mayor control, cada vez más sujeta a la lógica de la administración que desea tomar el control de los procesos de enseñanza y del currículo. Las tendencias dominantes son la centralización de la administración, la estandarización de la enseñanza y la racionalización. Indica Apple que en el caso de Estados Unidos y Gran Bretaña, la responsabilidad de los profesores ha sido reducida a la sujeción de unas pautas de evaluación en una creciente centralización (1996, p. 148). Similares realidades se experimenta en los países latinoamericanos y en el Perú.

#### **3.2.4.1. La meritocracia en las Escuelas**

El fenómeno de la meritocracia presente en las escuelas, tienen relación con el uso del término “discriminación”, que se refiere a la tendencia de presentar a alguna persona como distinta e inferior. En esta visión las escuelas son básicamente meritocráticas. Desde esta visión se genera una movilidad a gran escala entre grupos e individuos de una población. Cualquier fallo en la ejecución, se define como carencia del individuo y grupo que ha fallado.

Los estudiantes son afectados por la discriminación desde el momento en que la currícula son aplicados, tanto explícita como implícitamente. Son manifestadas en las relaciones sociales en la escuela y las aulas, así mismo, por las categorías según los profesores organizan, evalúan y dan significado a las actividades escolares. Sin embargo son percibidas por la sociedad como básicamente neutras (Apple, 1997, p. 55). Pero en la práctica esta neutralidad

no se cumple, la estructura formal del conocimiento en la escuela y la currícula ocultos, llevan consigo compromisos ideológicos.

Apple afirma que las escuelas no son tan meritocráticas como muchos investigadores en educación pretender hacer creer. Aun muchos piensan que la enseñanza sirve para maximizar las posibilidades de movilidad personal, que aseguran a las personas el tener una vida mejor en el futuro, sin embargo los análisis recientes indican lo contrario.

Si se viviera en un sistema meritocrático, se esperaría encontrar la relación entre los baremos y la realidad del éxito, entre la relación con la familia de origen y la caída del éxito entre los adultos, y esto no sucede. En vez de ello, la escuela cumple un papel social fundamental en la “amplificación de la discriminación”, que está relacionado al complejo papel de la escuela en la reproducción de clases. Por un lado las escuelas cumplen el papel de aparato ideológico estatal, en la recreación de agentes para cubrir las necesidades de la división social del trabajo. También las escuelas cumplen el rol de reproducción de tipos de conocimiento concreto que precisa una sociedad desigual (Apple, Educación y poder, 1997, p. 56).

Apple afirma que las escuelas muchas veces cumplen la función de órganos reproductores que ayudan a seleccionar y garantizar una fuerza de trabajo jerarquizado, las escuelas están “ayudando a mantener el privilegio de algunos modos culturales, tomando la estructura y el contenido de la cultura, y el conocimiento de los grupos poderosos y definiéndolo como conocimiento que debe conservarse y transmitirse” (Apple, 1997, p. 57). De esta forma las escuelas se convierten en agentes para la creación y recreación de una cultura dominante eficaz, considerando en su enseñanza, normas, valores, reglas y la cultura que contribuye a la hegemonía ideológica de los grupos dominantes.

#### **3.2.4.2. Multiculturalidad crítica**

De acuerdo con McLaren (1997), el multiculturalismo es un concepto complejo, que comprende una variedad de prácticas, políticas y creencias en la educación, como un conjunto de múltiples concepciones que permiten acercarse a su comprensión. Esta visión permite reorientar los planes de estudio y/o currículos desde una reevaluación del compromiso de la escuela con la sociedad. La educación multicultural no puede entenderse como una lista de "cosas" que necesitan ser desplegadas en la educación. Este

compromiso debe permitir la búsqueda y puesta en práctica de la pluralidad y diversidad en la profundidad las raíces culturales de la sociedad a la que trata de servir como derecho de sus ciudadanos.

En este sentido el multiculturalismo crítico se concibe a la exploración de distintas posturas sostenidas en el debate del multiculturalismo tales como: el multiculturalismo conservador o corporativo; el multiculturalismo liberal; y el multiculturalismo liberal de izquierdas (McLaren, 1997).

### ***3.2.4.3. La relación de cultura, política y la práctica educativa***

McLaren (1997) nos dice que se está viviendo una era de terror económico, propiciado por una “cultura de empresa”, no sólo las escuelas públicas sufren una serie de ataques masivos y coordinados, sino el mismo concepto de institución se ve amenazado, por la tendencia de privatizar las esferas públicas por parte de grupos capitalistas. Los banqueros internacionales se han convertido en nuevos “profetas” de la “cultura depredadora”, imponiendo su mitología política en la agenda global de encargos e intereses (McLaren, 1997, p. 111). Las identidades culturales han sido reducidas y reconvertidas en nuevas formas de deseo, sin una comprensión común de la opresión ni una estrategia colectiva de lucha contra ella como respuesta. En el caso del sistema educativo peruano y muchos países latinoamericanos se evidencia, como ya hemos apuntado, en las actividades agrícolas comunitarias que eran la base fundamental de la actividad económica, política y cultural primigenia (Mariátegui, 7 Ensayos de la interpretación de la realidad peruana, 2007), conjugado con la ritualidad a los “apus<sup>12</sup>” y con la búsqueda de la relacionalidad con todo. En la educación actual o moderna, estos ejemplos no son prioritarios y en el caso concreto de las matemáticas con enunciados de problemas relacionados con la vida cotidiana, su presencia es testimonial, simbólica, presentándose como algo anecdótico, pasado, caduco. En su lugar son reemplazados por la orientación a la obtención de títulos profesionales para garantizar un empleo en una institución o empresa, o emprender una empresa de negocios con la finalidad de acumular bienes basado en la idea de una cultura global que no observa la calidad cultural de la herencia recibida en el contexto comunitarista.

En la cultura post moderna, hiperfragmentada y depredadora, la democracia es asegurada por el poder de controlar la conciencia y los cuerpos,

---

<sup>12</sup> Espíritu tutelar de un pueblo que habita en las cimas de los cerros, en los nevados (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 21)

semiotizados y disciplinados, mediante sonidos, imágenes e información manipulada, y siendo obligada la identidad a refugiarse en formas subjetivas separadas y aisladas de contextos sociales más amplios (McLaren, 1997, p. 111).

La naturaleza de la cultura es trasformada por la intervención del capital global y las nuevas tecnologías electrónicas, que determinan las posibilidades y límites de la política y la práctica educativa. Las modificaciones políticas causadas por estas transformaciones se expanden como la relación entre conocimiento y poder, del cual se originan nuevas formas de riqueza, aumentando las diferencias entre ricos y pobres, e influyendo en el comportamiento diario de las personas (Giroux H. , 2001, p. 16).

A nivel global y nacional la influencia que ejerce el poder y la riqueza de las corporaciones multinacionales en las culturas, los mercados, en las infraestructuras materiales, han alterado de manera radical todas las sociedades. Al acumularse las riquezas en pocas manos, los trabajos de servicios determinan aún más las economías de las naciones fuertes y, como no, de las débiles. Además las formas culturales y los productos occidentalizados limitan las diferencias locales, pues se homogenizan cada vez más las sociedades. Asimismo “los servicios estatales se rinden ante la fuerza de la privatización, los servicios sociales de importancia vital como la vivienda, las escuelas, los hospitales, la radio difusión, la televisión son abandonados a la lógica del mercado” (Giroux H. , 2001, p. 17). Esta alteración ha generado un aumento de la pobreza, mayor sufrimiento, desplazamiento de la población y migraciones masivas. En definitiva la pérdida de derechos sociales en pro de las llamativamente denominadas “lógicas del mercado”.

También es necesario señalar que no hay conciencia de la enorme influencia que ejercen las películas de la industria del cine mundial (Hollywood y otros), la televisión, los video juegos, la cultura del internet, para enseñar a los estudiantes a conocerse a sí mismos y entender su relación con la sociedad (Giroux H. , 2001, p. 61).

#### **3.2.4.4. Formas de multiculturalismo**

McLaren (1997) identifica tres formas de multiculturalismo que corresponden a otras tantas posturas: el corporativo y conservador, el liberal y el liberal de izquierdas, con los que no está de acuerdo y propone una

alternativa que denomina “multiculturalismo crítico” (McLaren, 1997, pp. 148-157).

- Multiculturalismo corporativo y conservador; posee una visión de actitud auto-utilitaria, auto-congratulatoria y profundamente imperialista de Occidente y Europa, que enfatiza la visión colonial de los afroamericanos esclavos, sirvientes y artistas o músicos. Se puede ubicar en el legado de las doctrinas de supremacía blanca que biologizan a otras etnias.
- Multiculturalismo liberal, postula que existe una igualdad natural entre las diferentes etnias, esta perspectiva se refiere a la “similitud” intelectual entre las etnias, es decir entre la equivalencia cognitiva o racionalidad inminente entre todos, que les permite competir en igualdad en una sociedad capitalista. Creen que la igualdad está ausente porque no se dan oportunidades sociales y educativas que permitan a todos competir de forma igualitaria en el mercado capitalista. Mientras sus críticos creen que las limitaciones culturales, sociales y políticas existentes pueden ser modificadas para que se dé una igualdad relativa.
- Multiculturalismo liberal de izquierdas, enfatizan la diferencia de culturas, sugiere que la igualdad de etnias suaviza aquellas diferencias culturales, que son responsables de comportamientos, valores, actitudes, estilos cognitivos y prácticas sociales distintos. Sin embargo muestran una tendencia a reducir las diferencias culturales, frecuentemente olvidando la diferencia histórica, es decir olvidan la diferencia como una construcción social e histórica, donde se crean y establecen significados.
- Multiculturalismo crítico, desde la perspectiva de un enfoque de resistencia postestructuralista del significado, se enfatiza en el rol del lenguaje y la representación que cumple en la construcción de significados y la las identidades.

Tanto Giroux (2001) como McLaren (1997) coinciden en una fuerte defensa a los planteamientos de las posibilidades políticas y pedagógicas del multiculturalismo radical en la enseñanza superior en los Estados Unidos de Norteamérica. Advierten que a medida que las instituciones educativas se privatizan, los estudiantes son educados como sujetos consumidores y no como sujetos críticos, lo que conlleva a los educadores a replantearse cómo



funciona la fuerza educativa de la cultura para resistir y defender los valores e identidades individuales y grupales (Giroux H. , 2001, p. 76).

Los jóvenes se enfrentan a un mundo de mayor pobreza, desempleo y escasas oportunidades sociales. Ante esta realidad se debe luchar por reivindicar la conexión entre la cultura y la política que nos propone Giroux y McLaren, al mismo tiempo que defender una educación pública y democrática.

### **3.3. UNA MIRADA DE LA EDUCACIÓN PERUANA DESDE EL PENSAMIENTO PEDAGÓGICO DE JOSÉ ANTONIO ENCINAS**

Los escritos sobre pedagogía de José Antonio Encinas (1910, 1932) fueron desarrollados en un contexto de la realidad peruana, con marcada influencia de los movimientos de su época como fueron el positivismo y el “indigenismo” latinoamericano. En opinión de Aurora Marrou (2003), por entonces prevalecía la educación desde los postulados del positivismo, que atribuía a la educación el papel de motor del desarrollo y progreso económico de la sociedad.

Bajo esta orientación se han aplicado medidas normativas que regularon el funcionamiento del sistema educativo. Mientras, la estructura política, económica y social del país postergaba a los campesinos, presentándolos como dominados, explotados por los terratenientes.

Esta situación determinó el levantamiento de los propios campesinos en todo el país, generando en un sector de intelectuales sentimiento de adhesión, quienes dieron respuesta formando movimientos democráticos, nacionalistas y anti oligárquicos, en pro de las reivindicaciones del campesinado. Así podemos mencionar la creación de la Asociación Proindígena (1909) por Pedro Zulen y Dora Mayer, el Comité Proderecho Indígena Tahuantinsuyo (1920), y el movimiento Orkopata por el escritor Gamaliel Churata en los años 1920. Estos movimientos dieron forma a la corriente de la lucha por la Justicia cultural, con la denominación en aquel entonces como “corriente indigenista” (Marrou, 2003, p. 14).

En este contexto estos movimientos apostaban por una educación que asumiera la incorporación del campesinado a la sociedad peruana.

### **3.3.1. La escuela social en José Antonio Encinas**

La escuela social debe ser entendida no solo con el propósito de mejorar el aspecto cognitivo y las habilidades del estudiante, sino en el mejoramiento de las condiciones de su entorno social y económico. Encinas proponía la necesidad de un cambio de sentido de la escuela, proveerle una nueva visión, diferente a lo que se pretendía en los planes oficiales de estudio. Coincidió con Mariátegui, al considerar que la solución del problema de la educación del campesinado no puede encararse sólo desde el análisis pedagógico, y lo que es más grave aún, la reducción de la escuela a la enseñanza de lectura y escritura, de contar y rezar (Encinas, 1932, p. 93). Esta enseñanza de alguna u otra forma se sigue promoviendo en la actualidad desde las recomendaciones de PISA y continúan impulsando desde las políticas educativas actuales en la mayoría de los países, latinoamericanos y el mundo.

En las comunidades campesinas la actividad fundamental es su economía, es decir la actividad agraria. Mariátegui sostiene que la actividad agraria es la razón principal de su existencia, su “alma” y “costumbres” son agrarias. No tener en cuenta esta realidad ha llevado a la educación peruana al fracaso.

Encinas afirmaría que es imposible “civilizar” a los originarios sudamericanos, en el sentido de los planteamientos del occidente europeo, mediante la escuela. La función social de la escuela está ligada a la necesidad de un proyecto educativo, que considere principalmente al sector campesino como fuente transformadora en sociedades cada vez más justas y no como un obstáculo.

Para Encinas, el rol de la escuela consiste en proporcionar las herramientas para que el sujeto ejercite su vida como ser humano productivo y creativo. La escuela social desde el pensamiento de Encinas, exige al maestro la revisión de planes y programas de estudio, la historia de la evolución económica, política y cultural del país, el sistema de dominación y exclusión al sector campesinado (Marrou, 2003).

### **3.3.2. La escuela rural**

El pensamiento pedagógico de Encinas está referido fundamentalmente a la visión crítica de la realidad social del campesinado, como cuando decía Encinas que la educación peruana debía fundarse desde el “factor del [campesinado], la realidad psicológica del [campesinado] basada en una

experiencia profundamente social de los hábitos [campesinos] que pudieron servir como una posibilidad de educación peruana” (Encinas, 1932, p. 66).

En este sentido la escuela social de Encinas expresa que:

*La escuela debe comenzar infundiendo la más grande confianza y demostrando previamente su utilidad social, para ello debe ejercitar su acción cerca del adulto, interesándose en las actividades de su vida, tales como el trabajo, las distracciones, los alimentos, las relaciones sociales, alentándolas, encarrilándolas y quizás transformándolas* (Encinas, 1932, p. 68).

En la dirección que concibe Encinas, la escuela rural debe establecerse sobre las actividades que realiza el adulto, junto a sus costumbres y formas de vida, como preparación para su propia vida en relación a su entorno social. Por el contrario, la escuela no debe ser una institución que lo desarraigue de su vida y su forma cosmogónica de concebirla.

En consecuencia, antes de organizarse pedagógicamente, es decir, estableciendo planes de estudio, programas, materiales y horarios, la escuela debe organizarse socialmente. Esta organización debería estar orientada a la promoción de las actividades en las comunidades, para mejorar la agricultura, la crianza de los animales, en suma la vida económica agraria de la comunidad o ayllu (Encinas, 1932, p. 68). En este sentido se trata de la orientación que asume la escuela en el plano social y económico.

En el aspecto pedagógico, la orientación de una nueva escuela descrita por Encinas, busca que la escuela - sea un estímulo para que los niños aprendan con mayor facilidad a leer, escribir y contar. Esta facilidad se deberá principalmente por estar conectada a las necesidades de la dinámica social con su entorno.

Encinas concreta su pensamiento y ensaya su modelo de escuela social en el centro escolar N° 881 de Puno, en Perú, eliminando todo tipo de maltrato hacia el niño campesino, iniciando una campaña de reivindicación de los derechos, el respeto y la dignidad de los niños del campesinado. Esta experiencia fue luego plasmada en su libro “Un ensayo en la escuela nueva en el Perú”.

Entre las principales acciones de cambio realizadas se puede mencionar: la defensa de los principios de una educación laica y libre; la desaparición de la vigilancia al alumno, a cambio de estimular las actividades centradas en el interés del alumno; una organización pedagógica apropiada en un ambiente de libertad, comprensión, tolerancia y disciplina entre los maestros, alumnos

y contenidos; la prioridad en el “libro de texto”, la atención que merece su presentación, el cuidado en la redacción y la selección adecuada de su contenido; al respecto Encinas decía:

*El libro de lectura es el instrumento por excelencia de una escuela. El niño va comenzar una vida llena de contrastes, muchos de carácter doloroso; por eso, el libro de lectura, el primero con el que han de tropezar sus ojos, debe ser bien presentado, cuidadosamente redactado, convenientemente seleccionado en su contenido. Si no reúne estos requisitos se corre el riesgo de aburrir al niño (Encinas, 1932, p. 98).*

El método de enseñanza de la lectura adoptado fue la propuesta de Richard Mac Knight, caracterizada como un método globalizador y significativo, que sugería enseñar a leer mediante frases normales que tengan un sentido preciso y se adapten a la vida cotidiana (Marrou, 2003).

La vinculación del niño con su entorno social, se da a partir de los hechos que conforman su identidad histórica, por medio de los acontecimientos de su comunidad, dejando de lado el catálogo de nombres y fechas sin sentido, escritos desde el punto de vista de los “opresores”. Procurar que en el niño suscite el interés por la naturaleza y por tanto, por conocerla. Para ello propone aplicar el método experimental y que la enseñanza se produzca en el medio natural. Por otra parte la enseñanza de la matemática tuvo su énfasis en la búsqueda de la utilidad de los contenidos, criticando por ejemplo la consideración de la geometría reducida a definiciones de punto, línea y espacio.

### **3.3.3. Evaluación**

Respecto a la evaluación, Encinas la concibe como la actividad de conocimiento acerca de la vida del estudiante, y fortalecerlo en su cultura con los medios disponibles:

*El examen, para considerarse como tal, debería exigir un conjunto de datos acerca de la vida integral del niño y disponer de elementos y de auxiliares que coadyuven, no tanto para juzgarlo y calificarlo, cuanto para conocerlo mejor, para rectificar los errores cometidos con él, para auspiciar o restringir las normas educativas o los métodos de enseñanza impuestos. Tal debe ser la verdadera función del examen en la Escuela primaria. (Encinas, 1932, p. 190).*

Encinas además afirma que los exámenes orales, los calificativos, las actas de evaluación deberían desaparecer, tan sólo el maestro en colaboración con el médico y el psicólogo es capaz de mejorar las condiciones de la vida integral del niño.





## **Capítulo 4.**

# **EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y ETNOMATEMÁTICA PARA LA JUSTICIA SOCIAL**

---

El área de conocimiento en la que se centra la presente tesis es en la enseñanza de las matemáticas. Dentro de la didáctica de las matemáticas uno de los enfoques más interesantes y adecuados al contexto de esta tesis doctoral es la etnomatemática. En este capítulo profundizaremos en las bases teóricas de la etnomatemática y en cómo tiene que ser una educación matemática para lograr el cambio social.





#### **4.1. EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA LA JUSTICIA SOCIAL**

Propondremos ahora un abordaje teórico y reflexión sobre la Educación matemática para la Justicia social, a partir de las tres dimensiones de la concepción de Justicia Social que hemos explicado anteriormente: Redistribución (Rawls, 1971, Salazar-Bondy, 1976), Reconocimiento (Mariátegui, 1929; Taylor, 1993; Honneth, 1997) y Representación/Participación (Fraser, 2008), que previamente fueron definidas en el capítulo anterior. Estas concepciones guían su concreción en la práctica educativa desde los enfoques de la pedagogía equitativa, la pedagogía liberadora/cultural y la pedagogía democrática.

Las investigaciones relacionadas a la educación matemática para la Justicia social en el contexto internacional se han venido desarrollando principalmente desde tres corrientes. Una primera corriente se denomina “Educación Matemática Crítica”, promovida principalmente por los trabajos de Skovsmose (1994, 2011); otra segunda corriente está vinculada a la denomina “Alfabetización Matemática”, desarrollada por Frankenstein (1983, 1995), basada esencialmente en la pedagogía crítica de Paulo Freire (1970-1998), otra tercera corriente es la basada en la pedagogía culturalmente relevante, que ha ganado espacio en los últimos años principalmente por la denominada “Etnomatemática” iniciada por Ubiratan D’Ambrosio (1990) y la “Enculturación matemática/Educación matemática cultural” desarrollada por Alan Bishop (1999).

Estas corrientes comparten ciertos objetivos pedagógicos comunes. Desde la “educación matemática crítica” y la “alfabetización matemática” podemos señalar que los objetivos más relevantes son el desarrollo de la conciencia crítica, las competencias matemáticas en los estudiantes y la participación ciudadana/democrática. Y desde la “etnomatemática” o “educación matemática cultural” se centra la atención en las actividades matemáticas realizadas por las familias y las comunidades, asociadas a simbolizaciones, concepciones y valores matemáticos de su cultura.

Por otra parte se tienen los trabajos iniciales realizados por el Grupo de Investigación Cambio Educativo para la Justicia Social (GICE) de la Universidad Autónoma de Madrid, desde la línea de investigación Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas para la Justicia Social (DICEMA). Existen aportes importantes realizados por este grupo, a partir de distintos proyectos de investigación realizados en España. Alimentan este

objetivo de vincular la educación matemática con la Justicia social, desde las reflexiones teóricas aportadas en la Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS), en la edición referida a “Enseñanza de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas para la Justicia Social”, coordinada por Santiago Atrio y Natalia Ruíz (2014). En esta misma línea se tienen las reflexiones aportadas por Cesar Sáenz, Gustavo Bruno, Natalia Ruíz y Santiago Atrio (2015), Herbert Apaza y Santiago Atrio (2016).

En el presente estudio se propone abordar educación matemática para la Justicia social desde una pedagogía matemática equitativa, crítica y participativa/democrática, en coherencia con los autores antes mencionados, con la intención de coadyuvar el mayor reto de los educadores es el cambio tanto de las prácticas educativas como los supuestos relativos a la educación matemática.

## **4.2. EDUCACIÓN MATEMÁTICA EQUITATIVA/PEDAGOGÍA MATEMÁTICA EQUITATIVA**

Como ya se ha indicado la denominada “pedagogía equitativa” se ha desarrollado desde los aportes de Freire (1970-1998) continuados por Apple (2005, 2006), Giroux (2005) y McLaren (2007). En lo referente a la educación matemática equitativa se destacan los trabajos de Frankenstein (1995), Clements (2000), Gutstein (2006), Skovsmose (2011) entre otros, que han contribuido desde las reflexiones denominadas “educación matemática crítica” y “alfabetización de la matemática”.

Las cuestiones de equidad y Justicia en la educación matemática están referidas principalmente a los aspectos de acceso, trato y resultados de calidad para todos en igualdad de oportunidades. Esta orientación pedagógica se ha abordado con la denominación de “alfabetización matemática”, la cual constituirá la base para cubrir los aspectos mencionados de acceso, trato y resultados de calidad.

### **4.2.1. La equidad en educación matemática**

Ken Clements (2000) analiza las cuestiones de equidad en educación matemática en relación al currículo escolar diseñado exteriormente. Clements sostiene que la noción de igualdad de oportunidades educativas es extremadamente resbaladiza en el plano teórico y un concepto casi insostenible e inalcanzable en la práctica. Sin embargo considera la necesidad

de que la administración educativa, los diseñadores de currículos y el profesorado tomen en consideración aspectos culturales, lingüísticos, sociales y educativos de los alumnos en el momento de tomar las decisiones que afecten sus aprendizajes (Clements, 2000, p. 57).

Desde un panorama internacional podemos considerar el informe de la UNESCO (1989), que presenta una interpretación de “equidad” desde la educación en los siguientes términos:

*Equidad en el acceso, equidad en el trato, y equidad en los resultados. La esencia principal de la equidad en el acceso es llegar a los grupos desfavorecidos, por ejemplo a las chicas, a aquellos que viven en las zonas rurales o en suburbios urbanos. La equidad en el trato se centra en estudios que revelan que muchos profesores no tratan de igual modo a todos los alumnos y alumnas en el aula. También se observa que el currículum no es siempre suficientemente sensible a la diversidad cultural. Con el tiempo los valores de las clases medias se han convertido en la norma del sistema educativo. Los obstáculos que impiden alcanzar la equidad en la obtención de resultados académicos son acusados por desigualdades de acceso y trato (UNESCO, 1989, p. 2).*

Así mismo, la equidad es uno de los principios que orientan la educación peruana, en la cual se concibe como aquello “que garantiza a todos iguales oportunidades de acceso, permanencia y trato en un sistema educativo de calidad” (Ministerio de Educación del Perú, Ley General de Educación N.º 28044, 2003). Ideas coincidentes con las de la UNESCO.

Clements (2000) afirma que la concepción de la UNESCO pierde sentido, cuando se trata de niños de familias y comunidades pobres que no poseen “habilidades numéricas” y de lectura y escritura necesarias para salir adelante. Con frecuencia en estas familias y comunidades se pretende enseñar un cuerpo de conocimientos y habilidades que no se corresponden con las necesidades inmediatas de los niños. La situación es más preocupante cuando, además se enseña de forma rutinaria a los alumnos, a partir de evaluaciones sobre su logro en matemáticas.

Se realiza un paralelo con el contexto peruano del análisis que hace Clements de los tipos de escuelas a las que nos enfrentamos en la realidad:

A una escuela campesina de Tungasuca en la provincia de Canas (Cusco), asisten niños bilingües que hablan la lengua originaria (quechua) y el castellano, también hay algunos niños que son monolingües de habla solo quechua y otros de sólo castellano. ¿Qué debería hacer el profesor?, ¿qué matemáticas debería enseñar y que metodología debería usar? En este

contexto surgen algunas tensiones: sabiendo que la mayoría de los niños proceden de familias que se dedican a la actividad agrícola, y que muchos niños continuarán en su vida adulta vinculados a esta actividad, es preciso preguntarse ¿es justo que en la escuela se siga el currículo Nacional propuesto, sin relacionar las concepciones y valores que subyacen a estas actividades agrícolas? Algunos de ellos demuestran tener considerables habilidades académicas. ¿Debería esto afectar a las decisión sobre qué matemática debería enseñarles?

En el otro extremo, a una escuela de primaria en Lima, el Colegio Aleph<sup>13</sup>, asisten niños de familias de condición económica alta, y sólo se admite a aquellos que comparten una determinada filosofía de la educación. Esta escuela se enorgullece por la calidad de educación que brinda, por el nivel de matemáticas y la inversión millonaria que cuesta acceder a este tipo de educación. ¿Cómo es posible que un sector de la población de un mismo país, que comparten los mismos derechos y las mismas leyes, se permita una educación tan exclusiva?, ¿por qué estas escuelas no siguen, ni se orientan por el currículo que propone la educación nacional?

Para tratar las cuestiones de equidad en educación matemática y Justicia social, es trascendental considerar las diferencias dentro de las sociedades o comunidades. No se conseguirá mayor equidad a partir de la expansión de los sistemas de validación por rendimiento, a través de exámenes impuestos externamente. Volmink (1994) sostiene que los test basados en enfoques atomistas de los currículos de matemáticas, en las que se valoran los aprendizajes a través de las respuestas cortas o respuestas múltiples han desvirtuado la educación matemática (p. 63).

Para alcanzar la equidad en educación matemática es necesario que los educadores y los burócratas acepten democratizar la educación matemática escolar (Clements, 2000, p. 74). No está bien permitir la mantención las matemáticas escolares como un conocimiento elitista, por el contrario, esperamos que todos los alumnos estudien estos conocimientos. Al respeto Freire se expresa en estos términos:

*Creo que en el momento en que la naturalidad de las matemáticas se convierte en una condición para existir en el mundo, se está trabajando en contra de cierto elitismo que poseen los estudios de matemáticas, incluso a*

---

<sup>13</sup> Colegio Aleph, es una institución privada dirigido por León Trahtemberg, dirigido a las familias de los sectores A y B, para su funcionamiento del nivel primario se hace una inversión de S/. 80 millones, su página web oficial es: <http://colegioaleph.edu.pe/>

*pesar de que los matemáticos deseen lo contrario. Esto significa democratizar la posibilidad de la naturalidad de las matemáticas, y esto es ciudadanía. Y cuando se hace posible una mayor convivencia con las matemáticas, no hay duda de que se contribuye a solucionar un gran número de cuestiones planteadas a nuestro alrededor, algunas veces existentes precisamente debido a una falta de competencia, incluso mínima, en la materia. ¿Y por qué no se da esta democratización? Porque se ha aceptado que comprender las matemáticas es algo profundamente refinado cuando, de hecho, no lo es ni debería serlo (Freire, D'Ambrosio, Mendonca, 1997: 8).*

Democratizar las matemáticas en base al compromiso social y cultural, y las experiencias se intenta comprometer a los estudiantes a utilizar las matemáticas para pensar y actuar en el mundo (Freire, 1975; Giroux, 2005).

#### **4.2.2. La alfabetización matemática**

La alfabetización matemática o alfabetización numérica se plantea desde la teoría de Freire, principalmente a partir de los trabajos de Frankenstein (1983), Gutstein (2003) y otros. Se argumenta que esta alfabetización matemática es vital en la lucha por el cambio social liberador en nuestra avanzada sociedad tecnológica. El conocimiento de las matemáticas y las estadísticas básicas es una conquista importante para comprender los procesos de control popular y democrático y algunas de las estructuras económicas y políticas de nuestra sociedad. “El cambio social liberador requiere una comprensión del conocimiento técnico que se utiliza con demasiada frecuencia para oscurecer las realidades económicas y sociales” (Frankenstein, 1983, p. 315).

Para evidenciar estas ideas, Gutstein (2003) trabaja con estudiantes Latinos en un colegio urbano, en este estudio reconoce tres objetivos para la enseñanza de la Justicia social: primero es desarrollar conciencia sociopolítica, que consiste en comprender y actuar sobre el contexto a la que denomina “leer el mundo” (comprenden cuestiones complejas que involucran Justicia y equidad) usando matemáticas; el segundo objetivo es desarrollar el poder matemático, que consiste la participación en confianza en las tareas complejas de las matemáticas; y el tercer objetivo es desarrollar una orientación distinta de las matemáticas o “cambio de actitud” hacia las matemáticas, que motiven a estudiarlo y usarlo. Este autor implementa una serie de proyectos del mundo real que ha sido fundamental para este cambio, según el autor el currículo basado en estándares también fue importante.

Estos planes de estudio pueden teóricamente promover la equidad, pero son necesarias ciertas condiciones (p. 37).

Los objetivos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para la Justicia social implican que los estudiantes aprendan importantes competencias en matemáticas, que desarrollen el “poder matemático”, así como superar los diversos obstáculos que les impiden acceder a las oportunidades matemáticas y educativas avanzadas y la plena participación en la sociedad civil (Moses & Cobb, 2001). Por otra parte, alcanzar la equidad en la educación matemática equivale a proporcionar educación matemática significativa a todos los estudiantes (Pais, 2012).

### **4.3. EDUCACIÓN MATEMÁTICA LIBERADORA/ EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL**

La perspectiva de la educación liberadora o la pedagogía cultural aún está en proceso de construcción y fortalecimiento; sin embargo, aporta conceptos interesantes. Podemos considerar los trabajos de Mariátegui (1929), Taylor (1993), Hotneth (1997), Fraser (2008), etc. y desde el contexto Latinoamericano y andino resultan esenciales los aportes teóricos de Antonio Peña Cabrera (2005) y Josep Estermann (2006) para orientar la práctica educativa. Desde la educación matemática cultural se han hecho también importantes esfuerzos desde los trabajos realizados por Bishop (1999), D'Ambrosio (1990), Villavicencio (1983), Knijnik (1993), Gerdes (2008) y otros. Las investigaciones en esta línea se han denominado Etnomatemática, termino sugerido por D'Ambrosio Ubiratan.

#### **4.3.1. Etnomatemática**

Las investigaciones sobre etnomatemática tienen sus orígenes en las actividades matemáticas practicadas por las personas en cualquier parte del mundo. El término “Etnomatemática” ha sido popularizado por Ubiratan D'Ambrosio (1984) en la conferencia que presentó en el “V International Congress of Mathematics Education en Adelaide”, Australia. La principal contribución es la orientación hacia un cambio de la naturaleza de las matemáticas.

D'Ambrosio afirma que la etnomatemática no es el estudio de “las matemáticas de las diversas etnias”, sino el estudio de las distintas formas de conocer. Para comprender el término “etno-matema-tica” el autor utilizó las

raíces “tica”, “matema” y “etno”; utiliza para referirse a las distintas maneras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de tratar y de convivir con (matema) distintos contextos naturales y socioeconómicos de la realidad (etnos) (2007, p. 97).

Desde esta visión la disciplina denominada “matemática”, es en realidad una “etnomatemática”. Esta matemática se originó y se desarrolló en Europa, con trascendental contribución de las civilizaciones india e islámica, y llegó a la forma actual en los siglos XVI y XVII, siendo luego llevada e impuesta al resto del mundo (Ibíd). Hoy esa matemática adquiere un carácter universal, junto al desarrollo de la ciencia y tecnología en los últimos años. Esa universalización es un ejemplo de la globalización que hoy vivimos en todas las actividades y áreas de conocimiento, que paralelamente está produciendo una crisis en las relaciones interpersonales e intercomunales, una crisis del medio natural y climática en el planeta, así como una serie crisis económicas, sociales y políticas de diversa índole.

#### ***4.3.1.1. El programa de la etnomatemática***

Se trata de un programa de investigación sobre la generación, la organización intelectual y organización social y la difusión del conocimiento (D'Ambrosio, 2007). Es decir un “programa interdisciplinario” que involucra a la cognición, la epistemología, la historia y la sociología.

Este programa se guía por una metodología antropológica (el hombre), tiene su origen basado en la adquisición de conocimientos, de hacer(es) y de saber(es) que le permite sobrevivir y trascender (D'Ambrosio, 2007, p. 94). Además reconoce que todas las culturas y en todos los tiempos, el conocimiento se genera por la necesidad de responder a problemas y situaciones diversas, y dependen principalmente de un contexto natural, social y cultural (Ibíd).

#### ***4.3.1.2. Tipos de etnomatemática***

Bishop identifica tres tipos de etnomatemática (2000, pp. 38-40):

- a) **Las relacionadas con las formas de conocimiento de las sociedades tradicionales**, que están referidas a las investigaciones que se enmarcan en la tradición antropológica por ejemplo de Papua Nueva Guinea (Lea, 1992), Mozambique (Gerdes, 1995), Nueva Zelanda

(Barton y Fairhall, 1995), América del Norte, con los Navajos (Pinxten y otros, 1983), el altiplano de Puno-Perú (Villavicencio, 1983).

- b) **Las relacionadas con la tradición de la investigación histórica**, referidos a los análisis históricos de los conocimientos matemáticos, que documentan e interpretan para enriquecer la educación matemática. Como ejemplo se puede citar los trabajos de Joseph (1991), "the crest of peacock: non european roots of mathematics", escrito para refutar estudios anteriores y también celebrar la diversidad de las culturas. También destacamos la publicación de Georges Ifrah (1997) "Historia universal de las cifras" que reúne una exhaustiva historia de los números a través de las diferentes culturas. Por otra parte Santiago Atrio (2006) dedicó un tratado pedagógico a los trabajos sobre "Speculum doctrinae" de Vicente de Beauvais, en la Baja Edad Media, en el contexto europeo. Esta rica tradición de ideas matemáticas se puede conectar con la enseñanza escolar y trabajarse en actividades y proyectos motivadores en las clases de matemática.
- c) **Las relacionadas con las actividades matemáticas**, estas actividades son realizadas por el alumnado fuera del contexto escolar. Es decir en sus casas y sus respectivas comunidades. Este tipo de etnomatemática ha sido muy bien resumida por Nunes (1993), las documentaciones de etnomatemática de la caña de azúcar de Recife (Abreu & Carraher, 1989), los cegadores en la cosecha de granos-cebada en comunidades andinas (Apaza & Atrio, 2016). Esta idea parte de que el aprendizaje de algo nuevo siempre se produce en una situación concreta.

#### ***4.3.1.3. Algunas investigaciones en actividades matemática culturales***

Es importante mencionar los trabajos realizados por Paulus Gerdes y Marcos Cherinda (1993), que estudiaron el empleo de algunos sistemas de numeración al Sur del Sahara en África. En el estudio se presentaron los sistemas de numeración oral, y el empleo de los sistemas simbólicos, el uso de los partes del cuerpo u objetos para contar o mostrar los números (p. 9). Para la lengua hablada Makhuwa, al norte de Mozambique, se dice 'Thanu en Moza', es decir, "cinco más uno" para expresar « seis ». Siete es 'Thanu en pili', es decir, "cinco más dos". Para expresar 'veinte', dice 'mili Miloko', es decir 'dos decenas' o '10x2'. 'Treinta' es 'miraru Miloko', es decir "tres decenas". Los números 'thanu' (5) y 'nloko' (10) son los que mayormente se emplean en la composición oral de la lengua Makhuwa, se les llama el sistema



de numeración bases Makhuwa. En los dos primeros ejemplos, uno y dos se añaden a cinco. En los otros, diez se multiplica por dos y tres, respectivamente (p. 10). Las bases más comunes en África son 10, 5 y 20. Algunos lenguajes como Nyungwe (Mozambique) utilizan sólo la base diez. Otros, como Balante (Guinea Bissau) usan como bases 5 y 20. La numeración de la lengua Bété de Costa de Marfil utiliza tres bases: 5, 10 y 20. Por ejemplo, 56 se expresa por 'golosso-ya-kogbo-gbeplo', es decir "veinte veces dos de los diez y cinco y una"

$$(20 \times 2 + 10 + 5 + 1)$$

La investigadora peruana Martha Villavicencio (1983) realizó estudios en las escuelas primarias de las comunidades campesinas del Altiplano en Puno, como parte de la implementación de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el Proyecto de Educación Bilingüe-Puno, en 17 comunidades campesinas. La investigadora emplea la metodología de sistematización y análisis de la información recopilada; los principales resultados que se han obtenido de este estudio fueron: la visualización de las concepciones numéricas, las estrategias utilizadas en resolver situaciones de problemas de cálculo, aplicación de relaciones numéricas y geométricas, así como la identificación de algunas prácticas y creencias de pobladores de estas comunidades (Villavicencio, 1983, p. 7). Respecto al manejo de sistemas de numeración se registró el uso oral tanto en la lengua aimara como en quechua, con vocablos para los números naturales en base diez. Así mismo se han identificado dos formas de representación, una objetiva y otra gráfica (Villavicencio, 1983, p. 23).

Otro ejemplo concreto son los trabajos realizados por Gelsa Knijnik, que presenta temas relacionados con la educación matemática y la Justicia social desde un enfoque cultural, tomando como base empírica los trabajos desarrollados con el Movimiento Sin Tierra de Brasil (MSTB). Se trata de un movimiento social campesino, que han asumido el papel político en el trabajo educativo. La autora considera los fundamentos del pensamiento etnomatemático desde una perspectiva postmoderna en conexión con las teorías post-estructuralistas de Michel Foucault y de Segundo Wittgenstein, e identifica tres matemáticas diferentes: una matemática producida por una forma de vida asociada a los campesinos del MST, otra producida por una forma de vida de los hombres del aserradero urbano, y una tercero, producido por una forma de vida que se encuentra en la escuela eurocéntrica

occidental, aun considerando que todos ellos tienen parecidos familiares (Knijnik, 2007).

Posteriormente, Knijnik (2007) presenta un estudio sobre cuestiones de oralidad y escritura en la educación matemática, analizado a partir de un proyecto de investigación. El propósito principal del proyecto fue estudiar cómo se producían los procesos culturales en la matemática oral y cuáles eran sus implicaciones curriculares en los jóvenes y adultos del medio rural. El estudio consistió en la descripción de un conjunto de prácticas de matemáticas orales producidas por los campesinos, que vivían en el sur de Brasil. Muestra el caso de un cálculo: “el valor que debería recibir por la venta de 92 litros de leche, a 32 centavos de Real (R\$ 0.32) por litro” (Knijnik, 2007, p. 70). Este problema es resuelto mentalmente por un joven campesino, doblando las cantidades (1, 2, 4, 8, luego, 8 y 2 son 10, continúa 10, 20, 40, 80, finaliza, 80 y 10 y 2) y el costo (0,32; 0,64; 1,28; 2,56 luego, 2.56 y 0,64 son 3,20 continúa, 3,20; 6,40; 12,80; 25,60 finalmente, 25,60 y 3,20 y 0,64).

Los resultados hallados en el estudio ayudan a fundamentar filosóficamente el campo de la etnomatemática, en lo que se refiere a que no existe una sola matemática, esa que denominamos “la” matemática asociada a la racionalidad moderna y marcada por el eurocentrismo, la abstracción y el formalismo. Como ha venido sosteniendo D’Ambrosio, existen distintas matemáticas, y todas las matemáticas, incluida la matemática académica, sería etnomatemática, puesto que son producidas por los distintos grupos culturales (D’Ambrosio, 1990, 1993, 2007).

Knijnik nos manifiesta la lección que aprendió de la experiencia junto a los movimientos campesinos brasileños:

*Ellos me han enseñado que nosotros educadoras y educadores, que, desde el punto de vista ético somos corresponsables de las grandes masacres que hasta hoy fueron y todavía son cometidas por la humanidad, también somos partícipes de las pequeñas masacres cotidianas, como las que practicamos en nuestras clases, cuando exterminamos otros saberes, que no sean los de la cultura hegemónica, cuando asumimos nuestra posición privilegiada de profesores y profesoras valoramos solamente los conocimientos eruditos, de la cultura escrita, no porque sean en sí superiores, sino porque son los practicados por grupos que están legitimados en nuestra sociedad como los que pueden/deben/son capaces de producir ciencia (Knijnik, 2007, pp. 77-78).*

#### **4.4. EDUCACIÓN MATEMÁTICA DEMOCRÁTICA/PEDAGOGÍA PARTICIPATIVA**

Las concepciones pedagógicas que orientan este componente de la educación democrática o participativa en gran parte son coincidentes con las de educación equitativa, considerando también los trabajos de John Dewey (1995) y Michael Apple (2005, 2006).

Desde la educación matemática democrática rescatamos los trabajos de Marilyn Frankenstein (1983), Gutstein (2003, 2016), Skovsmose y Valero (2001, 2007), Skovsmose (2012, 2016), Marta Civil y Núria Planas (2004, 2007), Burgos y otros (2006), y otros.

Eric Gutstein (2009) remarca las contribuciones realizadas por Freire sobre el papel de la conciencia sociopolítica crítica, su afirmación de que la educación era y es siempre política y nunca "neutral", su defensa de la problemática a la (resolución de problemas), su argumento de que el punto de partida de la educación liberadora son los temas generativos de los educandos (la relación dialéctica de las principales contradicciones sociales en la vida de las personas y su comprensión) y el desenmascaramiento de la educación bancaria. Finalmente, Freire sostuvo sobre la necesidad de que profesores y estudiantes se unan en alianzas en la lucha por hacer un mundo mejor y que los maestros sean aprendices (p. 356).

Por otra parte, Skovsmose y Valero (2007) respecto a la relación de educación matemática y Justicia social, analiza la influencia del poder político en las prácticas escolares.

##### **4.4.1. Relación de la educación matemática y la democracia**

###### ***4.4.1.1. Relación de la educación matemática y la democracia***

Existe una dificultad para definir el concepto de matemática, que se refiere a una variedad de ideas, técnicas y prácticas realizadas por diferentes individuos, en distintas localizaciones geográficas y en épocas históricas distintas (Skovsmose & Valero, 2007, p. 46). En este sentido podemos hablar de las matemáticas occidentales, africanas, islámicas, andinas a través de la historia; las matemáticas aplicadas al desarrollo industrial, incluso bélico, las matemáticas de los agricultores, carpinteros, etc. También podemos distinguir la educación informal ocurrida en las familias y las comunidades y las ocurridas en la educación formal en las escuelas.

La noción de democracia es también compleja, se refiere a “una manera de vivir”, en un contexto de relaciones con las demás personas para producir “sus condiciones culturales y materiales de vida” (Skovsmose & Valero, 2001, p. 46). También la democracia es “acción política abierta con un propósito, emprendida por un grupo de personas”, esta acción es colectiva, tiene el propósito de transformar las condiciones de vida del colectivo y permite a las personas un proceso de comunicación deliberativo para resolver los problemas, el cual dirige los pensamientos y acciones de las personas de manera consciente (Skovsmose & Valero, 2007, p. 47). Esta concepción de la democracia se enfoca a la acción social y la experiencia diaria de las personas, la interacción y los valores compartidos en la construcción y búsqueda del respeto y la igualdad.

En la conexión de la educación matemática y la democracia se ha identificado tres tipos discursos, donde que cada uno tiene un significado de poder.

Se parte de dos proposiciones (Skovsmose & Valero, 2007, p. 49):

- a) **Resonancia intrínseca entre la educación matemática y la democracia.** Se refieren a determinadas enseñanzas y aprendizajes de las matemáticas que generan poder en los estudiantes (la educación matemática llega a ser una educación para la democracia).
- b) **Disonancia entre la educación matemática y la democracia.** En la práctica la educación matemática ha funcionado sistemáticamente como un medio de exclusión a diferentes grupos de estudiantes con base en su condición social, uso de lengua, pertenencia a una etnia y capacidades naturales (en la práctica no hay una conexión positiva entre la educación matemática y la democracia).

Por lo tanto, es más adecuado suponer la disonancia entre la educación matemática y la democracia, y por consiguiente supone una disonancia entre la educación matemática y la Justicia social: que componen una educación equitativa, cultural liberadora y democrática.

#### **4.4.2. Complejidad de la sociedad de información**

Las características de las sociedades actuales se han denominado como posmodernidad, modernidad líquida, sociedad de riesgo, sociedad de red, era de la información. Se ha empleado el término “sociedad de la información” usado por Castells (1999) para dar énfasis al impacto de la tecnología y con

ella de la matemática y las ciencias, que van más allá de la producción industrial y afectan a las estructuras política, económica y cultural de las sociedades (Skovsmose y Valero, 2007, p. 50).

En las sociedades con las características descritas, las consideraciones de la globalización se refieren a que los hechos que ocurren en una parte del mundo pueden ser afectadas por un pequeño acontecimiento planetario distante en el espacio. De esta forma nuestro entorno está siendo reconstruido continuamente, recibiendo insumos de todas partes del mundo. Al mismo tiempo, nuestras acciones tienen implicaciones para el resto del planeta (Castells, 1999, p. 60).

En este contexto de la sociedad actual, la relación de la educación matemática y la Justicia social se resumen en dos paradojas (Skovsmose & Valero, 2007, p. 51):

- La paradoja de la inclusión, se entiende partiendo del hecho actual del modelo de la globalización, que considera el acceso universal y la inclusión como principio establecido, sin embargo también conduce a una profunda exclusión de ciertos sectores sociales.
- La paradoja de la ciudadanía, se refiere al hecho que la educación promueve la necesidad de una educación significativa, pertinente para los retos sociales, mientras gran parte de la educación parece reducir el aprendizaje a un asunto de adaptación del individuo a las exigencias sociales.

#### **4.4.3. Participación de todos para el beneficio de todos**

El discurso de la globalización evita la participación de todos para el beneficio de todos. En la actualidad los procesos de la globalización asociados con un capitalismo de crecimiento libre, están ejerciendo una discriminación a escalas mayores (Skovsmose & Valero, 2007, p. 51). Como ejemplo se puede citar el apoderamiento de extensos territorios por parte de las empresas mineras en Perú y Latinoamérica, de la mano con un abandono sistemático en educación, salud y seguridad en las comunidades campesinas, y la participación de las personas afectadas en la economía y las decisiones políticas es casi nula.

Entonces es legítima la pregunta ¿qué papel tiene la educación y la educación matemática en este contexto social?, al respecto Skovsmose y Valero (2007) organizan algunos supuestos:

- Desde una perspectiva neoliberal, se puede decir que no hay incentivo por invertir en la educación (matemática) de la gente marginada o de comunidades campesinas, porque no representa un resultado claro y rentable en relación al insumo requerido.
- Por otra, desde la perspectiva de los intereses económicos, la inversión educativa pretende asegurar una fuerza de trabajo bien entrenada.
- Otro punto de vista propondría una educación (matemática) como clave del éxito en la sociedad de la información, en el sentido de que tal sociedad no solamente requiere trabajadores simples, sino especialmente consumidores con una capacidad de producción y reproducción de estructuras políticas, económicas y culturales.
- Y otra alternativa es la de adoptar una posición crítica del daño que genera el nuevo orden social y que la educación debe proporcionar espacios para la resistencia y la construcción de imaginarios sociales alternativos.

#### ***4.4.4. ¿Cómo se concretan los procesos de participación en una pedagogía democrática?***

Núria Planas y Marta Civil (2007), realizaron estudios para promover **procesos de participación** en aulas de matemática multiétnicas, consistentes en explorar tipos de actividades que beneficien a los estudiantes inmigrantes tanto en la perspectiva de su rendimiento académico como de su integración al sistema escolar. Se han centrado en la reconstrucción de prácticas en base a las creencias de grupos de estudiantes, esta reconstrucción de prácticas resulta más que la elaboración de actividades de aula distintas de las habituales (Planas y Civil, 2004, 2007).

Las autoras afirman que se ha trabajado en dos grupos: los procesos de reconstrucción de creencias y prácticas estuvieron dirigidas a los profesores y los procesos de reconstrucción de identidades centradas en los estudiantes inmigrantes. En ambos casos se han creado ambientes favorables para llevar acabo estos procesos (Planas & Civil, 2007, p. 143).

En los trabajos realizados por el grupo EMiCS<sup>14</sup> se usa la noción de participación desde una triple perspectiva: social, disciplinar y normativa (Burgos, Domínguez, Rojas, Planas y Vilella, 2006, p. 50).

Desde el aspecto social, no todas las interacciones conducen el aprendizaje ni la participación, hay interacciones en la que los estudiantes quedan relegados en un segundo plano o se pretende simplificar y homogenizar el conocimiento matemático. La interacción es positiva cuando hay diálogo. El diálogo se entiende como la necesidad de la implicación de al menos dos partes en un acto comunicativo (Burgos, Domínguez, Rojas, Planas y Vilella, 2006, p. 50).

Desde el aspecto disciplinar, dada la situación de interacción, diálogo y negociación no necesariamente producen la construcción de significados matemáticos. Entonces es necesario como condición asignar un tipo de aprendizaje matemático. Dentro de este proceso, construir un significado matemático incluye procesos cognitivos de iniciación, revisión, conceptualización, etc. Pero hay otros procesos de tipo emocional que también indican momentos de construcción de significados matemáticos (Burgos, Domínguez, Rojas, Planas y Vilella, 2006, p. 52).

Desde el aspecto normativo, puede ocurrir que se mantenga por separado la construcción de significados matemáticos y los procesos de diálogo y negociación (Burgos, Domínguez, Rojas, Planas y Vilella, 2006, p. 54).

#### **4.5. METODOLOGÍA CONSTRUCTIVISTA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL. ENCULTURACIÓN MATEMÁTICA**

##### **4.5.1. La cultura**

Leslei White (1988) concibe la cultura como un sistema de organización integrado, y agrupa los componentes de la cultura en cuatro categorías: tecnológico, ideológico, sociológico y sentimental (p. 10). White argumenta que la función de la cultura por una parte, es relacionar al hombre con su entorno, y por otro relacionar al hombre con el hombre. El aspecto tecnológico está relacionado a la fabricación y empleo de instrumentos, artefactos y utensilios; el aspecto ideológico se compone de creencias que dependen de símbolos y filosofías; el aspecto sociológico está referida a las

---

<sup>14</sup> Los autores son integrantes del grupo EMiCS (Educació Matemàtica i Context Sociocultural) en la Universidad Autónoma de Barcelona.

costumbres, instituciones, normas y pautas de comportamiento interpersonal; y el aspecto sentimental consiste en actitudes, es decir a sentimientos relacionados con personas, comportamientos.

White agrega que estos cuatro componentes están relacionados entre sí, y que el factor tecnológico es básico y los otros componentes dependen de él (Bishop, 1999, p. 35).

Por su parte John Locke, filósofo inglés del siglo XVII, afirmaba que “en el instante de su nacimiento la mente humana es un gabinete vacío... el conocimiento o las ideas con que la mente viene luego a llenarse las adquiere todas con el proceso de lo que hoy llamaríamos enculturación”. Otros investigadores coinciden en sostener que la cultura es un conjunto de formas de pensar y expresar conocimientos, formas y modos de concebir y percibir el mundo, de hablar y comunicarse, comportarse, organizarse socialmente, sentir y valorarse a uno mismo en cuanto a individuo y en cuanto a grupo (Barth 1976; Geertz 1987; Pujadas 1993; Montoya 1996; Heise, Turbino & Ardito 1994; Albó 1999 y otros).

Por otra parte la interculturalidad se refiere al contacto, a las relaciones y al diálogo entre varias culturas, planteadas como relaciones humanas entre iguales, el diálogo de sistemas culturales diferentes que viven en determinado espacio. Con respecto al reconocimiento de los diferentes sistemas culturales Charles Taylor sostiene que “se ha vuelto familiar para nosotros en dos niveles: primero en la esfera íntima, donde comprendemos que la formación de la identidad y del yo tiene lugar en un diálogo sostenido y en pugna con los otros significantes. Y luego en la esfera pública, donde la política del reconocimiento igualitario ha llegado a desempeñar un papel cada vez mayor” (Taylor 1993, p. 59).

#### ***4.5.1.1. Las matemáticas y la cultura***

Las matemáticas son esa parte de la cultura que contiene la tecnología simbólica específica y los valores matemáticos. La tecnología simbólica compuesta esencialmente por las actividades matemáticas: contar, medir, diseñar, localizar, jugar y explicar; y los valores matemáticos como los aspectos ideológicos, sentimentales y sociológicos (Bishop, 1999, p. 111).

Estas simbolizaciones y conceptualizaciones matemáticas son el resultado de un conjunto determinado de interacciones culturales y de desarrollos



sociales (o comunitarios); esto nos permite comprender la existencia de otras matemáticas (Ibídem).

Por otro lado las matemáticas, como fenómeno cultural, sólo tienen sentido si los valores se han hecho también explícitos. Bishop propuso tres pares de valores relacionados a los planteados por White: racionalismo y objetismo son las ideologías de las matemáticas, el control y el progreso son los valores “actitudinales” que dirigen el desarrollo de las matemáticas; y la apertura y misterio son los valores sociológicos que orientan la apropiación potencial del conocimiento matemático y la distancia y la relación entre las personas que las generan.

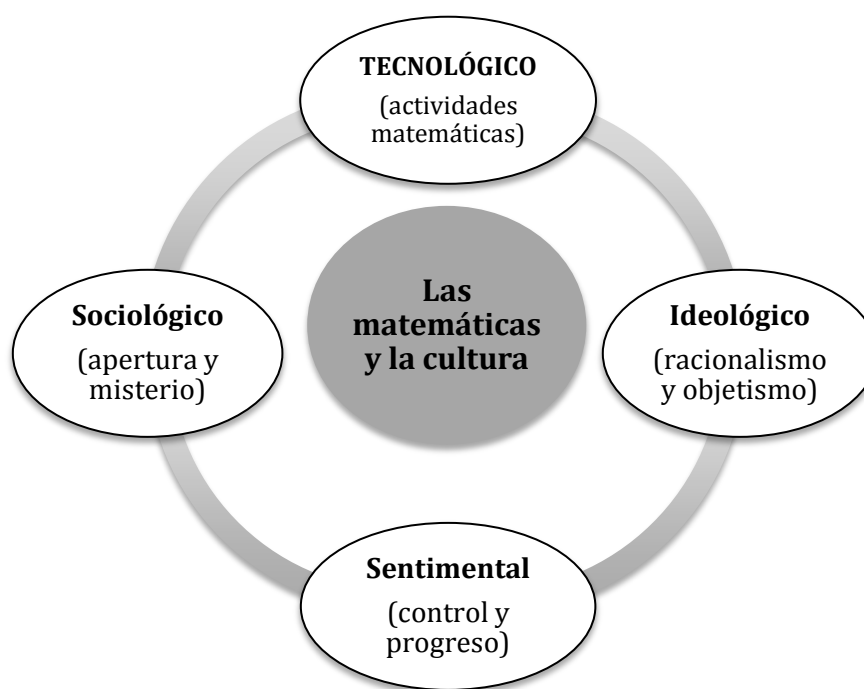


FIGURA 4.1. CONCEPCIÓN DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA CULTURAL (WHITE, 1988; BISHOP, 1999)

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5.2. La Educación Matemática

Para Bishop (1999) la educación matemática es un proceso social al igual que la educación. La educación matemática tiene cinco niveles importantes: cultural, societal, institucional, pedagógico e individual (Bishop, 1999, pp. 32-33).

**En el nivel cultural**, es el más amplio y las matemáticas como fenómeno cultural tienen esa misma característica suprasocial.

**En el nivel societal**, las matemáticas están mediatizadas por las distintas intuiciones de la sociedad, y están sometidas a las fuerzas políticas e ideológicas de la sociedad. La enseñanza de las matemáticas en una sociedad predominantemente agrícola será notablemente distinta a otra sociedad muy industrializada. En tal sentido las sociedades (comunidades) emplean sus distintas instituciones educativas formales e informales para dar forma a la enseñanza de las matemáticas en función de sus aspiraciones y sus metas sociales (comunales).

**En el nivel institucional**, se determina aún más la educación matemática de los niños. Cada institución trabaja en el currículo intencional y lo implementa en función de sus fortalezas, debilidades, limitaciones y su personal.

**En el nivel pedagógico**, la influencia social (comunal) de la educación matemática de los niños se identifica con más precisión con personas concretas y conocidas: el profesor y el grupo de estudiantes. A través de las actividades el niño sigue un proceso de enculturación en el que se adquieren maneras de pensar, de comportarse, de sentir y de valorar.

**En el nivel individual**, el niño negocia, integra y comprende diferentes mensajes relacionados con los valores. Cada estudiante, como creador de significados aporta desde una dimensión personal al grupo, en base a su familia, su historia y su cultura local.

#### ***4.5.2.1. Enculturación matemática***

La enculturación matemática es la manera formal de lo que es el aprendizaje cultural, es un proceso creativo e interactivo en el que interaccionan quienes viven la cultura con quienes nacen en la cultura, y que da como resultado ideas, normas y valores que son similares de una generación a la siguiente (Bishop, 1999, p. 119).

Las personas que comparten los valores y las ideas simbólicas de la cultura matemática cumplen un papel en la enculturación matemática informal mediante el discurso. Esta función corre a cargo principalmente de la familia y la comunidad, que son miembros de la cultura que pueden actuar en el nivel formal o técnico (Bishop, 1999, p. 119). El nivel formal está referido a la enculturación intencional y explícita por lo menos por un periodo breve de formación en la vida de cada niño. Para efectos prácticos este nivel se ha encargado a las escuelas. En consecuencia se puede sustituir “enculturación formal” por “educación formal”. Sin embargo, en la actualidad la educación

matemática formal no es la experiencia enculturadora que debería ser (Bishop, 1999, p. 120). La Enculturación matemática tiene como meta iniciar a los niños en las simbolizaciones, las conceptualizaciones, y los valores de la cultura matemática (Ibíd).

#### **4.5.2.2. El niño en relación con el grupo**

Es necesario hacer algunas observaciones, **en primer lugar**, ningún niño aprende esperando a que alguien le enseñe, el niño enfoca la vida de forma activa, no pasiva. **En segundo** lugar el niño no “recibe” la cultura como una entidad abstracta. Los valores y las normas culturales están representados por personas ya sean como individuos o como productos personales (escritos, artefactos o instituciones, etc.). La cultura se transmite por una generación de personas. **En tercer** lugar los niños son personas distintas y sus aportaciones al desarrollo cultural también son distintas (Bishop, 1999, pp. 117-118).

Estas observaciones permiten buscar una formulación de la educación matemática que presenta a los niños como personas activas, que participan en el desarrollo del conocimiento cultural a través de la interacción social con otras personas que son portadoras de ideas, normas y valores de la cultura (Bishop, 1999, p. 118).

#### **4.5.2.3. La cultura de un grupo**

Bishop afirma que la pertenencia a una cultura no está determinada por la nacionalidad, ni por la geografía, la raza, ni el credo. Las personas que pertenecen a un grupo cultural comparten los valores sociales que les unen mutuamente (Bishop, 1999, p. 114). Al respecto, Kelly (1955) afirma que “las personas no sólo pertenecen al mismo grupo cultural porque se comporten de manera similar o esperen lo mismo de los demás, sino especialmente porque interpretan su experiencia del mismo modo” (citado en Bishop, p. 114).

Davies (1973) citado por Bishop (1999, p. 115), distingue tres niveles de cultura: el nivel técnico, el nivel formal y el nivel informal. Según esta postura la cultura técnica de la matemática, incluye los símbolos y los argumentos que se requieren para la investigación; la cultura formal constaría de conceptos de número, simetría y lógica incorporados en la vida cotidiana; y la cultura informal aportaría las explicaciones de situaciones determinadas. Examinaremos estos niveles en función de su uso:

- El nivel informal se refiere al hecho de que toda persona emplea las simbolizaciones y las conceptualizaciones de manera implícita e imprecisa. Las ideas matemáticas están sumergidas mayormente en contextos de situación y los valores matemáticos pueden estar sometidos a consideraciones emocionales o sociales. Por ejemplo, las técnicas aritméticas rápidas que emplean los vendedores ambulantes, “se derivan del simbolismo o la tecnología actual, pero no tendrán ningún poder de generalización más allá de la del contexto específico”.
- El nivel formal se refiere al empleo de las simbolizaciones y las conceptualizaciones de manera intencionada, consciente y explícita, y los valores son aceptados y respaldados. Muchas personas o grupos de personas actúan en este nivel en su trabajo como los ingenieros, arquitectos, diseñadores, economistas, etc. Aquí se incluye también las actividades productivas comunitarias del ámbito agrario.

El nivel técnico se refiere a todo el sistema simbólico de la misma Matemática, que es objeto de desarrollo y crítica. La crítica se realiza desde el interior de la cultura. Este es el nivel donde los investigadores trabajan con problemas matemáticos.

“La cultura matemática, cómo cualquier otro tipo de cultura, es una cosa viva, que se conoce en la acción y se reconoce en el proceso” (Bishop, 1999, p. 117). Sin embargo el nivel formal de la cultura matemática es más importante en la educación, los otros niveles influyen en él y lo alimentan. Al respecto Bishop afirma que la cultura formal de las matemáticas constituye el núcleo de la educación matemática desde una perspectiva cultural.

#### **4.5.3. Uso de la lengua originaria y segunda lengua**

##### ***4.5.3.1. La lengua originaria como instrumento de enseñanza y aprendizaje de la matemática***

El empleo de la lengua originaria como instrumento de enseñanza y aprendizaje de la matemática facilita la construcción de conocimientos y el desarrollo de capacidades en contextos lingüísticos de lengua originaria (L1: quechua) y segunda lengua (L2: castellano), especialmente en el nivel inicial y los cuatro primeros grados de primaria (Villavicencio, 2015, p. 35). Villavicencio agrega que es posible identificar términos lingüísticos en la

lengua originaria que expresan conceptos y relaciones que conforman la matemática de la propia cultura regional.

Las investigaciones sobre la lengua originaria como recurso pedagógico destacan la importancia en la influencia de la estructura verbal, por ejemplo en la secuencia numérica y la representación mental que tiene el niño de dicha secuencia (Maza, 1995, pp. 175-176).

Estudios sobre la influencia de la lengua empleada en el aprendizaje de la matemática en distintos países muestran algunas ventajas en los resultados de las pruebas internacionales en matemática.

Es conocido que el rendimiento matemático de los niños norteamericanos es considerablemente más bajo que el de los niños asiáticos (Corea, Japón y China en particular). La constatación repetida de este hecho ha dado lugar a varios estudios comparativos que pretendían explicar estas diferencias a partir del estudio de diferentes factores. Uno de los que se han mostrado más importantes es la estructura verbal de la secuencia numérica y su repercusión en la representación mental que el niño tiene de dicha secuencia. Se ha demostrado incluso (Miura, 1987) que las diferencias siguen apreciándose entre niños norteamericanos e hijos de asiáticos establecidos en Norteamérica y escolarizados en este país. Ello señala la importancia que puede llegar a tener este factor (Maza, 1995, pp. 175-176)

Estos estudios apoyan la importancia de la potencialidad del uso pedagógico de las lenguas originarias como el aimara, el quechua y otros en el caso andino.

#### ***4.5.3.2. Lenguas originarias: puquina, aimara y quechua en la provincia Kana (Canas)***

Cerrón Palomino hace alusión a los registros de la lengua puquina en el templo de Andahuaylillas, registrados en pleno siglo XVI y comienzos del siglo XVII, como una señal de la presencia de la lengua puquina en el valle del Vilcanota (Cerrón-Palomino, 2013, p. 50). Este valle forma gran parte de los territorios de la antigua provincia Kana, según el autor la lengua puquina estuvo en proceso de suplantación, primero por el aimara y luego por el quechua.

“Las actuales provincias cusqueñas de Chumbivilcas, Espinar, Canas y Canchis habrían sido inicialmente, si no qollas, de habla puquina, aunque aimarizados temporalmente”; la existencia de topónimos como

“manchoraque” en Chumbivilcas, “Coporaque” en Espinar, probarían la presencia del puquina en estas regiones (Cerrón-Palomino, 2013, p. 62). En la provincia de Canas, la mayoría de los nombres de pueblos, cerros, ríos, lagunas derivan de nombres aimaras, quechuas, y muchos otros vocablos que no son ni aymara ni quechua. De acuerdo con esta tesis, vendrían a ser puquina, términos como: puyviña, haqaira, etc.

La existencia de por lo menos tres lenguas generales en el mundo andino, es reconocida por el Virrey Toledo en una ordenanza emitida el 10 de setiembre de 1575, en la ciudad de Arequipa. Estas lenguas eran el quechua, el aimara y el puquina, en ese orden. (sf. Toledo [1575] 1989, II, 97-100) (citado por Cerrón-Palomino, 2013, p. 161).

#### ***4.5.3.3. Escenarios lingüísticos y su tratamiento en las escuelas interculturales***

Los escenarios lingüísticos son una descripción aproximada de la psicolingüística que presentan los niños en un determinado lugar o aula. Es sobre esta base que se planifica el uso de las dos lenguas: originaria y castellana. El Ministerio de Educación peruano a través de la Dirección General de Educación Básica Alternativa, Intercultural Bilingüe y de Servicios Educativos en el Ámbito Rural (DIGEIBIRA) identifica cuatro escenarios lingüísticos (Ministerio de Educación, 2013, p. 62).

TABLA 4.1. ESCENARIOS LINGÜÍSTICOS DE LENGUA ORIGINARIA Y EL CASTELLANO (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2013)

<b>Escenario lingüístico</b>	<b>Situación de las lenguas en la escuela y el aula</b>
Escenario 1	Los niños tienen la lengua originaria como lengua materna, y esta es la que predomina en la comunicación de los niños y en el aula, y son muy pocos los niños que conocen algo del castellano.
Escenario 2	Los niños tienen la lengua originaria como primera lengua, pero manejan también el castellano y se comunican aceptablemente en ambas lenguas. Logran usar las dos lenguas indistintamente o en situaciones diferenciadas.
Escenario 3	Los niños hablan castellano como primera lengua, pero comprenden y hablan de manera incipiente la lengua originaria. Sus padres y abuelos todavía se comunican entre ellos en la lengua originaria, pero se dirigen a los niños en castellano. Ellos están familiarizados con la lengua originaria, y eventualmente la usan, pero tienen una valoración negativa de su uso.
Escenario 4	Los niños hablan sólo el castellano y la lengua originaria ha sido desplazada casi completamente por el castellano. En estos lugares/pueblos la posibilidad de adquisición de la lengua originaria es muy limitada, ésta sólo es hablada por los abuelos y en situaciones esporádicas. La funcionalidad de la lengua originaria es casi nula.

Fuente: Elaboración propia.

#### **4.5.3.4. Calendario comunal como recurso esencial**

Para el proceso de la diversificación curricular es necesaria una elaboración del calendario comunal, que será fuente de insumo para desarrollar las actividades escolares. El calendario comunal no es un simple listado de acontecimientos culturales, sino que es un objeto de una permanente investigación (Villavicencio, 2015, p. 38).

El calendario agrario comunal se refiere a un proceso de eventos espacio-temporales del pacha (microcosmos local) relacionados y marcados por el caminar cíclico del sol en el lapso de un año (Rengifo, 2006). En el campo pedagógico se considera un proceso de permanente indagación sobre las actividades y festividades realizadas por la comunidad, como el cultivo o crianza de tubérculos, cereales, granos, la crianza de animales y las tareas derivativas como son el tejido, la alfarería, elaboración de herramientas, construcción de casas, etc.; las festividades rituales o religiosas como la fiesta del agua, la fiesta de la tierra, la fiesta del sol, etc.; la observación y lectura de señas; la gastronomía como la preparación de alimentos; actividades cívico comunales como la renovación de autoridades. Todas estas actividades son

organizadas en un calendario anual que relacionan los cambios espacio-temporales.

#### **4.5.4. Algunos modelos explicativos sobre la cosmovisión andina**

El antropólogo peruano Rodolfo Sánchez, en su publicación “Apus de los cuatro Suyus, construcciones del mundo de los ciclos mitológicos de las deidades montaña” (2015), explica los supuestos, conceptos y proposiciones básicas de la visión del hombre andino. Refiere que el conocimiento del cosmos, la naturaleza y los hombres implica en parte las representaciones que utilizaron para medir el tiempo, organizar el espacio y los sistemas de clasificación realizados por los andinos. Para esta tarea realiza un modelo de contrastación por medio de la posición de los dioses montaña andinos en los esquemas de representación del mundo. Esta contrastación consiste en la observación de las diversas manifestaciones concretas de la cosmovisión andina acerca de las divinidades denominadas “Apus<sup>15</sup>”.

##### **4.5.4.1. Ritmo de la naturaleza**

Existe un ciclo anual social, que está sujeto a los ritmos del universo (Le Gol 199, p. 184 citado por Sánchez, 2015, p. 35). El ritmo del año es sensible al ciclo de las estaciones, de la vegetación y de aspectos climáticos, las marcas del año son grandes fiestas (Ibíd).

El pensamiento andino se “insinúa geocéntrico, el Sol es quien viaja por el firmamento: anda, se mueve, se sienta en determinados lugares, descansa o duerme”. El observador astronómico averigua el andar del sol y su trayecto, para poder ordenar el ciclo de los acontecimientos sociales (Sánchez, 2015, p. 35). Los Incas observaban el camino solar del Sol y festejaban los solsticios y los equinoccios (Garcilaso 1941 [1609], Cap. XX, pp. 300-301). Los equinoccios son cuando los días duran igual que las noches, determinando una primera división del año en dos partes: el tiempo frío cuando las noches son más largas, que en quechua se denomina “chirimita”, y el tiempo caluroso como “ruphaymita”. Además, los andinos observaron que en los solsticios de junio y diciembre el trayecto del sol de norte a sur se asocia con la época seca, “chak’ipacha”; mientras que el movimiento del Sol de sur a norte entre

---

<sup>15</sup> Es un vocablo quechua que quiere decir “señor” y se usa para designar a los espíritus que habitan en los cerros, son señores en sus dominios no sólo de las cosas y animales, sino también de los hombres (Sánchez, 2015, p. 65). En las comunidades de Canas encontramos varios.



los solsticios de diciembre y junio se relaciona con la época húmeda, “mik’ipacha”.

#### 4.5.4.2. El ciclo productivo y el calendario festivo de los andinos

Las actividades productivas y ritos andinos establecen paralelos entre el ciclo de los astros, de las estaciones del tiempo, del crecimiento de las plantas y el de la vida de los hombres. Los andinos han determinado el mes ritual, que se conjuga con las prácticas ceremoniales, con las tareas productivas agrícolas y pastorales (Goff 1991, p. 210 citado en Sánchez, 2015, p. 50).

La temporalidad universal se construye con el ciclo anual, se suman otros ritmos como el día y el mes. El día es la unidad mínima del calendario, mientras el mes natural deriva de la lunación. Los andinos contaron con un calendario que convirtió el año en un ciclo festivo religioso y social, atendiendo a las necesidades y la distribución racional de la fuerza productiva (Sánchez, 2015, p. 51).

El calendario anual de los andinos prehispánicos se organiza en torno al ciclo agrícola pastoril (Millones & Millones, 2003, p. 11), principalmente el año se divide en dos tiempos: el tiempo frío o “chiri mita” y el tiempo caluroso o “ruphaymita”. Rodolfo Sánchez presenta la siguiente tabla en base a la información proporcionada por diferentes cronistas (2015, pp. 50- 60).

TABLA 4.2. MESES DEL AÑO ANDINO Y CARACTERIZACIÓN ECOLÓGICA PRODUCTIVA.

Mes	Nombre tradicional	Celebración Ritual	Características
Setiembre	Sitwa killa	Qoya raymi	Se registran las primeras lluvias del año, mes en la que proliferaban muchas enfermedades, se contrarrestaba con la invocación de las wakas. Se celebraba el Qoya raymi, se practicaban los rituales de Sitwa para expulsar las enfermedades.
Octubre	Yarqha haspiy killa	Uma raymi	Realizan la limpieza de las acequias; se ofrenda a las wakas y se pide que envíen las lluvias. El pueblo de Uma hacía su fiesta de warachikuy.
Noviembre	Ayamarqa killa	Kanta raymi, Itu raymi	En este mes culminan Las Pleyades; está dedicado a la siembra de la papa. Hacían el chaco para la captura de vicuñas; sacaban de sus bóvedas a las momias o “mallkis” de los ancestros para ofrecerles atención, se les daba de comer y beber, les vestían con rica indumentaria y les paseaban por las

			calles y plazas.
Diciembre	Parquy killa/ puquy killa	Qhapaq raymi	Inti Era el mes de hacer el riego de las chacras “qarpakuy”, otras referencias coinciden en señalar que se hacían una gran fiesta al Sol. Se realizaban rituales denominados “qhapaq Inti Raymi”; en hananqosqo y urinqosqo se hacia el “warachiku”.
Enero	Kamay killa		Las celebraciones rituales realizadas en este mes se considera como la animación a la tierra, los kanas realizan las batallas rituales del “tinkuy” o “pukllay” denominados de acuerdo al lugar “chiaraje”, “toqto”, donde se enfrentan los grupos representados a los ayllus de sectores altas y bajas.
Febrero	Qhulla puquy killa		Se caracteriza por las abundantes lluvias. Es la época de los carnavales “qhasway”, la alegría por la producción de los cultivos. En esta época se realiza el barbecho de las tierras.
Marzo	Pacha puquy killa (hatun puquy)	Inka raymi	La maduración de los frutos se generaliza. Comienza el aprovechamiento de los frutos tiernos, especialmente la papa y el maíz.
Abril	Ayriway killa		Desaparecen las Pleyades, agrupación de estrellas que los andinos conocen como “qolqa”. Comienza la cosecha de choclo verde.
Mayo	Aymuray killa		Reaparecen las Pleyades, observando estas estrellas se hacen predicciones sobre el año agrícola. Se realiza la cosecha de maíz, esta tarea supone tareas como el corte de maíz, su transporte en atados, la separación de la mazorca y el deshoje, luego se hace el secado al sol y el almacenamiento en las trojes. Se cosecha también la papa. Las cosechas eran celebradas con las danzas del ayriwa, y el aylli aylli.
Junio	Awtqay k’uski killa	Inti raymi	Los días son más cortos, en las noches hay presencia de la helada especialmente en las zonas altas, esto se aprovecha para la elaboración del “chuño” y el “charki”. Culmina el periodo de las lluvias, con ellos se programan la construcción de viviendas, la reparación de andenes, puentes y otras infraestructuras.
Julio	Ch’awarway killa (Chakrariku		En este mes se procedía al reparto de las tierras de cultivo para el siguiente año agrícola. Era la época de la

	y killa)	elaboración de sogas. Sobreviene un periodo festivo articulado con el recuento y marcado del ganado.
Agosto	Yapuy killa Killachaski (yapukuy killa)	Se comienza con el barbecho para cultivos permanentes, esta labor permanece hasta el mes de octubre. También se suele realizar la siembra adelantada (maway tarpuy).

Fuente: Elaboración propia.

#### 4.5.5. Las actividades matemáticas

Las seis actividades matemáticas universales, que han desarrollado en mayor o menor medida todas las culturas, han sido propuestas por Alan Bishop (Bishop, 1999, pp. 43-83):

**Contar.** Son procesos relacionados con cantidades. Los sistemas de contar generalmente están referidos a la mano. Sobre el uso de distintas bases para los sistemas de contar, Lancy (1983) presenta cuatro grupos en base a los estudios que realizó en Pápua-Nueva Guinea: tipo I, partes del cuerpo; tipo II, empleo de piezas (varillas, u otros); tipo III, bases mixtas de 5 y 20; y Tipo IV, base 10. Mientras, los métodos de simbolización fueron mediante muescas, trazos, jeroglíficos, ábaco, nudos en cordel. Bishop refiere a los trabajos de Gay y Cole (1967) para describir la cuenta de los Kpelle, donde se explica qué se puede y qué no se puede contar en la cultura kpelle: “no es apropiado contar pollos u otros animales domésticos en voz alta, porque se cree que ello les acarreará algún mal” (Bishop, 1999, p. 41). En la cultura andina se han desarrollado varios sistemas de numeración, el sistema binario (Urton, Signos del khipu Inka: código binario, 2005), el sistema ternario (lunis par), el sistema quinario en base a la numeración antigua del aimara (Villavicencio, 1983, Schroeder, 2001, Pilares, 2005), el sistema octogenario y binario (Valencia, Pesas y medidas inkas: Continuidad en los mercados de Canas, 1982) y el sistema decimal ampliamente difundido en lengua quechua por el incario. El método de simbolización más desarrollado es el sistema de representación en nudos, en el instrumento denominado khipus. Alan Bishop opina en referencia al sistema de números y los métodos de simbolización que “quizá el método más intrigante de todos [es] haciendo nudos en cordel”, refiriéndose al khipu (Bishop, 1999, p. 46).

La actividad de contar implica varios, con ligeras variaciones en el tipo de lenguaje y formas de representación para comunicar el resultado de la

cuenta; es una actividad relacionada a las necesidades, vinculada al entorno y sujeta a los acuerdos sociales [comunales].

**Localizar.** Todas las sociedades han desarrollado métodos para codificar y simbolizar su entorno espacial. Pinxten (1983), referido por Bishop, proporciona un “instrumento analítico” para estudiar las nociones espaciales en contextos espaciales diferentes, que se conoce con las siglas UFOR (Universal Frame of Reference, marco de referencia universal). El UFOR es un diccionario de nociones espaciales y proporciona una lista de comprobación, haciendo referencia a tres niveles: Espacio físico o espacio de los objetos, espacio socio-geográfico y espacio cosmológico (Bishop, 1999, p. 49). Pinxten estudia las similitudes y diferencias entre el espacio “occidental” y el espacio navajo. Afirma que las nociones básicas del espacio navajo no parecen ser jerárquicas como para la perspectiva de occidente; los navajo refieren a procesos, sucesos y flujos en lugar de parte/todo o realidades estáticas discernibles, como ocurre en occidente; la esencia del espacio navajo es más dinámica que estática. Para los navajos todo se mueve (Bishop, 1999, p. 50).

Los conocimientos matemáticos de los antiguos andinos se han desarrollado en base a las observaciones astronómicas: su fuente principal ha sido la observación y estudio de las constelaciones, y la importancia del movimiento y la ubicación que tenían el sol, la luna, las estrellas, el viento (Milla, Génesis de la cultura andina, 1983). Calor Milla muestra varios hallazgos como las pampas de Chao y las pampas de Nazca, entre otros.

**Medir.** Esta actividad se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia. Son los entornos locales los que proporcionan las cualidades para medir y las unidades de medida (Bishop, 1999, p. 55). Por ejemplo: el cuerpo humano para medidas de longitud (el codo, el dedo, el pie, el palmo, el paso, el brazo). También esta actividad desarrolla los cuantificadores comparativos: más pesado, más largo, más rápido, etc. Además de comparar dos o más objetos, se desarrolla la idea de “ordenación”. Conforme a la necesidad de utilizar esta cualidad, crece la cantidad objetos, mientras el lenguaje desarrolla palabras para los números ordinales (primero, segundo, etc.) y la “objetivación” de la cualidad (de pesado, a más pesado, de peso).

El desarrollo de las unidades y sistemas de unidades se manifiesta cuanto mayor es la necesidad ambiental y social, haciéndose más detallada, sistemática y más precisa la medición (Bishop, 1999, p. 56). Para medir las

distancias del incario se utilizan medidas como el “lazo”; para medir la superficie el “tupu” y sus submúltiplos. Otro de los *sistemas* de medida es el tiempo: día, semana, mes, año.

**Diseñar.** Las actividades de diseño se refieren a la tecnología, los artefactos y los objetos “manufacturados” que todas las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, el adorno, el juego, la guerra y con fines religiosos (Bishop, 1999, p. 60). Además el diseño se puede aplicar en el entorno espacial, como en el casos de casas, aldeas, los campos, las carreteras, las ciudades etc. Diseñar consiste en gran parte en abstraer una forma del entorno natural. Lo que es importante para la educación matemática es el plan, la estructura y forma imaginada (Bishop, 1999, p. 61).

La tecnología que utilizan los Kanas para construir los puentes colgantes se basa en el método de trenzado de vegetales, que se denomina “qheswa”. Con las cuerdas se forman las vigas y pasamanos suficientemente resistentes, y esta tecnología implica que los Kanas saben sobre las tensiones de las cuerdas, la resistencia, el acabado con el tejido. La construcción de puentes también implica celebraciones rituales.

**Jugar.** Existen conexiones matemáticas en gran cantidad de juegos, teniendo éstos una gran importancia desde una perspectiva antropológica y cultural. El juego es una actividad social, se produce en un contexto donde los participantes se convierten en jugadores. El límite entre lo real y lo irreal está bien establecido, y los participantes asumen las reglas para jugar (Bishop, 1999, p. 65).

Bishop se plantea si el juego puede representar la primera etapa de distanciamiento de la realidad, para reflexionar sobre ella e incluso imaginar su modificación. Al respecto Vygovsky (1978) propuso que “la influencia del juego en el desarrollo del niño es enorme (p. 96)”. Bishop justifica esta afirmación indicando que esto sucede porque la acción y el significado se pueden separar y dar origen al pensamiento abstracto (Bishop, 1999, p. 66). Walter Roth (1902) al estudiar los juegos australianos en Queensland, agrupó estos juegos en seis categorías: Imaginativos, realistas, imitativos, de discriminación, de disputa, de impulsión y de exultación (Ibíd). Algunos juegos que se mencionan son los juegos de mesa y juegos de azar: la mancala o wari como el juego más antiguo del mundo, el ajedrez, los solitarios, cuadrados mágicos.

**Explicar.** Esta actividad se refiere a una cognición de nivel mayor a la experiencia en el entorno. Explicar consiste en centrarse en las abstracciones y formalizaciones que se derivan de otras actividades. Mientras el resto de las actividades concentran su esfuerzo en responder a la **preguntas ¿cuántos?, ¿dónde?, ¿qué? y ¿cómo?**, explicar se preocupa de la compleja pregunta del **¿por qué?** (Bishop, 1999, p. 77). Explicar es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos y la búsqueda de una teoría explicativa (Horton, 1967 citado por Bishop, 1999). **La similitud** es la relación más importante que ocupa la actividad de explicar, posiblemente la familiaridad de las cosas que se maneja hace que se busquen igualdades o similitudes, en esta búsqueda naturalmente el lenguaje es clave para la representación de similitudes (Ibíd). Las explicaciones son breves, poco detalladas, basadas generalmente en la experiencia y la capacidad de imaginar experiencias. En un nivel de explicación básico, los sustantivos, los adjetivos, los verbos y los adverbios de los lenguajes, y las frases que vinculan entre sí, ayudan en esta actividad. Otro tipo de explicación es la **clasificación**, Bhisop afirma que clasificar es una actividad universal, pero el producto no lo es.

Lancy (1983) presenta un trabajo sobre sistemas de clasificación de Papúa-Nueva Guinea. Allí identifica ideas de clasificación jerárquica, que es una forma estándar de las culturas occidentales. ¿Cómo es la explicación en los fenómenos dinámicos, de los procesos de la vida y acontecimientos? Para este tipo de explicación acudimos a los **relatos**, cada cultura tiene sus cuentos populares y sus narradores, y la frase “Érase una vez...”. Estos relatos desempeñan poderosas funciones sociales, constituyen la referencia histórica de la cultura, representan la acumulación del conocimiento y la sabiduría de una cultura. Los sucesos de mucho tiempo atrás se envuelven en el misterio, se convierten en **mitos, leyendas y creencias religiosas**. Los relatos también pueden ser predictivos, por ejemplo, la explicación de la interpretación de los sueños. Respecto al estudio de los **conectores lógicos**, Gay y Cole informan que el lenguaje de los Kpelle podía expresar todos los conectores lógicos considerados desde la perspectiva “occidental”, es decir, la negación, la conjunción, la disyunción, la implicación y la equivalencia. Los Kpelle podían expresar todas estas relaciones y además tenían una manera mejor y más precisa para la disyunción (Gay y Cole citado por Bishop, 1999, p. 76).

#### **4.5.6. Valores de la cultura matemática**

En consecuencia es necesario conocer con profundidad los valores de las matemáticas y comprender lo suficiente como para enculturar adecuadamente a los niños. Entonces cabe la pregunta: ¿qué valores de las matemáticas se enseñan a los niños? Al respecto Bishop afirma que está convencido que se enseña de manera inconsciente, implícita y nada crítica. Lo cual es preocupante para la educación y educación matemática (1999, p. 87).

Según la teoría de White, los valores se desarrollan como resultado de los avances del componente tecnológico, es decir el desarrollo de la tecnología es lo que “dirige” los componentes: ideológico, sentimental y sociológico de la cultura. Esta teoría es apoyada en cierta forma por Lancy, cuando refiere que los individuos aprenden la teoría del conocimiento de su cultura mediante los pormenores del lenguaje, en este caso concreto de las matemáticas (Bishop, 1999, p. 87). En base a las ideas planteadas por estos dos autores Bishop identifica seis conjuntos de ideas y valores.

##### **4.5.6.1. Ideología-racionalismo**

Está referida principalmente al lenguaje de la lógica: la racionalización, la lógica y la razón.

Alan Bishop considera que el racionalismo está en el corazón de las matemáticas, que garantiza el poder y la autoridad de las matemáticas. El racionalismo está presente en el razonamiento deductivo como único método válido para conseguir las explicaciones y conclusiones, desbancando al paradigma del ensayo y error, y las reglas basadas en la práctica y la sabiduría tradicional, al razonamiento inductivo y al razonamiento analógico (Bishop, 1999, p. 88). El racionalismo, como opuesto a la tradición, al dogma religioso, y a la experiencia, es una ideología que, con la presencia de los ordenadores, se extiende cada vez más.

Esta idea es apoyada por Kline (1972), quien afirma que el espíritu de las matemáticas es la racionalidad, este espíritu desafía, estimula, vigoriza y dirige las mentes humanas para que den el máximo de sí. Este espíritu pretende influir decisivamente en la vida, física, moral y social del hombre (Kline citado por Bishop, 1999, p. 26). A pesar del hecho de que la lógica se ocupa sólo de los razonamientos deductivos, es decir de la conexión de ideas, y no se ocupa de las bases de esas ideas.

Por tanto, cuando se critica una línea de razonamiento, cuando se refuta una hipótesis, cuando se indica un contra ejemplo, cuando se sigue una línea de razonamiento, y cuando se concilia un argumento, se está siendo guiado por los valores del racionalismo (Bishop, 1999, p. 89).

#### **4.5.6.2. Ideología-objetismo**

Se ha denominado objetismo a una ideología complementaria al racionalismo, que proporciona un conjunto de valores bastante diferentes y que ha influido en la naturaleza y el carácter de la matemática. El objetismo se puede entender como un intento de caracterizar un mundo dominado por imágenes de objetos materiales.

La concepción de los navajos comunica la diferencia existente entre la visión del mundo basado en “objetos” y la visión del mundo basado en “procesos” (Pinxten (1983) citado por Bishop, 1999, p. 91). Heráclito argumentó que el aspecto esencial de los fenómenos es que están cambiando constantemente, como una llama que arde o un río que fluye. Sin embargo, con los pitagóricos y más tarde por Demócrito, la visión del mundo basado en átomos y “objetos” ganó fuerza (Bishop, 1999, p. 91).

Horton (1967), describe el objetismo de una manera diferente, compara las preferencias personales que había observado en África, con las de “occidente”. Sostiene que el africano tradicional desarrolló la sensación de que los “mundos” personal y social son cognoscibles, mientras lo impersonal y el “mundo de las cosas” es esencialmente incognoscible. En los occidentales predomina la tendencia opuesta (Ibíd).

Notamos que tanto el objetivismo como el racionalismo son ideologías en cierta forma deshumanizadas. El racionalismo se ocupa de ciertas teorías divorciados de sus creadores humanos, mientras el objetismo se basa en objetos inanimados y no en fenómenos animados como los seres humanos (Bishop, 1999, p. 93) .

Se acepta que las matemáticas se ocupan de las abstracciones y en el nivel escolar se da un esfuerzo prioritario al “pensamiento abstracto”; lo que permite avanzar con más precisión en matemáticas es el poder de “objetificar” esas abstracciones (Ibíd).



#### **4.5.6.3. Sentimiento-control**

White denomina “componente sentimental”, que se trata en esencia de los sentimientos y actitudes. Bishop identifica dos sentimientos importantes y complementarios.

El primero es el sentimiento “control”, que está estrechamente relacionado con la ideología del objetismo. La búsqueda del conocimiento y las explicaciones de los fenómenos está relacionado con el deseo de predecir, que es un conocimiento muy poderoso (Bishop, 1999, p. 96). Saber que los planetas se comportan de un determinado modo equivale a saber que no se comportan de otra manera. Este conocimiento equivale a una especie de seguridad dentro de un mundo en constante cambio. Sin embargo, el control es un arma de doble filo, el programador programa al ordenador, pero, el ordenador también programa al programador. Según Ellul (1980) los propios seres humanos estamos atrapados ahora en el mismo entorno tecnológico que se ha creado, y para sobrevivir hemos tenido que adaptarnos. Por lo tanto, nos hemos convertido en meras piezas del sistema tecnológico global, simples “engranajes de la máquina” (Bishop, 1999, p. 98).

#### **4.5.6.4. Sentimiento-progreso**

El “progreso” representa un sentimiento más dinámico que el de control. Aquí los sentimientos están en proceso de crecimiento, de desarrollo y de cambio. El primer aspecto importante es que lo desconocido se puede llegar a conocer. Pero, el hecho es que se tiene la impresión de que se puede lograr continuamente.

Una forma de observar este valor es cuando se pone en duda el control y la seguridad, por ejemplo en primaria, sumar y multiplicar siempre hace que las cosas sean más grandes, mientras que restar y dividir hace que sean más pequeñas. Más adelante en la enseñanza secundaria resulta que con las fracciones y los números negativos, ¡las operaciones no se comportan como deberían! Así se tiene que al multiplicar dos números se consigue un resultado menor que cualquiera de los dos, así como restar algo y encontrar un resultado mayor que el número de partida. Luego todo este caos aparente acabará organizado, estructurado y consecuentemente explicado, de manera que el conocimiento nos ofrecerá nuevamente seguridad. A este proceso se lo considera progreso matemático experimentado personalmente (p. 100).

#### **4.5.6.5. Sociedad-apertura**

Se refiere a las relaciones existentes entre las personas y el interior de las instituciones sociales. En ella hay dos conjuntos complementarios de valores, el primero se denomina de “apertura” y se refiere al hecho de que las verdades, las proposiciones y las ideas matemáticas están abiertas al examen de cualquier persona. Al segundo se denomina “misterio” y se refiere al de dónde proceden las ideas matemáticas y al quién las genera.

La matemática no se considera como una parte de la cultura sometida a opiniones, la matemática se ocupa de “hechos”, como el de teorema de Pitágoras, que se puede comprobar una y otra vez, en cualquier parte del planeta. Por tanto los principios matemáticos son verdaderos y constituyen un conocimiento abierto y seguro (p. 103).

#### **4.5.6.6. Sociedad-misterio**

Esta denominación de “misterio” se atribuye según Bishop a la siguiente paradoja: muchas personas se sienten desconcertadas sólo porque no comprenden qué son las matemáticas. Aunque es la materia que más se enseña en el mundo, sigue siendo una de las más “opacas” y produce mayor sensación de preocupación e ignorancia (p. 106).

#### **4.5.7. Niveles para la construcción de conocimientos y saberes**

Los conocimientos y saberes matemáticos requieren de un proceso de construcción y de una intencionalidad para aprender. Para esta construcción es necesario seleccionar y organizar de modo secuencial las actividades que se plantearán a los estudiantes. Desde esta visión se proponen en niveles cognitivos: concreto, gráfico y abstracto. Se inicia con actividades relacionadas a los procesos de vivencia o experimentación y la manipulación a nivel concreto, se continúa con las representaciones a nivel gráfico y simbólico, y finalmente la formación del pensamiento abstracto.

Ken Richardson (2001), al analizar el modelo constructivista de Piaget, afirma que los constituyentes básicos de los niveles de construcción son las coordinaciones que se revelan en las acciones, que llegan a manifestarse en las estructuras o las operaciones mentales (p. 121).

**Nivel concreto**, en este nivel se parte de situaciones de la realidad utilizando estrategias que proporcionan el mismo contexto. La tarea de los docentes en este nivel es plantear preguntas adecuadas para los estudiantes,

relacionados con la vivencia de saberes culturales, el empleo de estrategias y técnicas ancestrales, el uso de materiales autóctonos, a través de procesos cognitivos básicos como la observación, comparación e inferencia (Villavicencio, 2015, p. 51).

El niño en esta etapa puede hacer cosas con los objetos.

**Nivel gráfico**, en este nivel se busca que los estudiantes utilicen dibujos, gráficos (diagramas, esquemas, entre otros), se pretende representar la situación vivenciada o experimentada a través de símbolos y gráficos.

El niño en este estadio es capaz de pensar sobre hacer esas cosas, pero no puede pensar sobre proposiciones y relaciones separadas de los objetos y acontecimientos concretos. Aproximadamente desde la edad de siete años hasta la adolescencia, las estructuras operatorias se desarrollan desde coordinaciones que implican sólo objetos y acontecimientos concretos, incluso hasta coordinaciones más generales (Richardson, 2001, p. 144).

**Nivel abstracto**, en este nivel se propicia la exploración, reflexión y generalización a través de situaciones que impliquen la operaciones mentales en el plano verbal, independiente de apoyos empíricos concretos.

En esta etapa, el niño queda liberado de los objetos y los acontecimientos, para ser capaz de poner en consideración lo posible y lo hipotético, como en el razonamiento científico (Ibídem). Richardson afirma que esta “liberación del pensamiento” respecto al contenido supone nuevas coordinaciones de coordinaciones.

#### ***4.5.7.1. Etapas cognitivas y valores matemáticos***

David Lancy (1983), realiza un estudio cross-cultural en Papúa-Nueva Guinea, que le permite desarrollar una teoría de etapas para explicar las diferencias que encontró en su investigación; y comparó estas etapas con las de Piaget.

Etapa I. corresponde a la etapa sensoriomotriz y preoperacional de Piaget, Lancy argumenta que en esta etapa los logros son compartidos por todos los seres humanos, y afirma que en esta etapa tiene su efecto la programación genética (Lancy, 1983, p. 203).

Etapa II. En esta etapa inicia la enculturación y se revela la socialización, que caracteriza las relaciones entre niño y sus cuidadores, Lancy afirma que en esta etapa tiene que ver mucho la cultura y el entorno y menos la genética

(Lancy, 1983, p, 205). Durante esta etapa se atiende a diferentes tipos de fenómenos y desarrolla distintos tipos de conocimientos. Desde esta perspectiva, en esta etapa se desarrollan las seis actividades propuestas por Bishop.

Etapa III. Se refiere al nivel metacognitivo. Según Lancy, “inicia en la infancia y continúa a lo largo de la vida adulta” (Lancy, 1983, p. 208).

La conclusión respecto al desarrollo cognitivo desde la perspectiva cultural es que “no son los individuos quienes alcanzan las etapas de operaciones concretas o formales, sino que son las sociedades las que llevan a cabo esta transición” (Bishop, 1999, p. 85).

Estos modelos o teorías del conocimiento representan los ideales y los principios que subyacen al lenguaje o a los símbolos concretos desarrollados por una cultura (Bishop, 1999, p. 86). Son los valores en los que el grupo cree y lo sustenta de manera implícita o explícita. “los valores proporcionan la única base para una comprensión totalmente inteligible de una cultura” (Kroeber y Kluckhohn (1952) citado por Bishop, 1999, p. 86).

#### **4.5.8. Uso de materiales concretos: La Yupana**

Los materiales concretos son aquellos dispositivos que permiten al niño manipular durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya sea para interactuar libremente o para responder a preguntas planteadas.

Los materiales concretos pueden ser estructurados y no estructurados. Los materiales concretos no estructurados son aquellos que se elaboran con recursos naturales propios de la zona (piedrecillas, palillos, tapas, semillas, envases de plástico o cartón, latas, etc.). Se denominan materiales concretos estructurados aquellos que han sido elaborados previamente con propósitos pedagógicos (Yupana, material base diez, regletas cuisenaire, bloques lógicos, geoplano, etc.). En este caso describimos el material concreto de la Yupana.

La Yupana es un tablero que está constituido por cuatro columnas y cinco filas, las columnas indican los grupos de 1, 2, 3 y 5 de derecha a izquierda, mientras las filas obedecen a niveles o bases, que pueden ser binario, ternario, quinario, decimal, etc.; para el caso del nivel primario se utiliza el orden decimal. Además, se dispone de piedrecillas de colores, con las que se operan las secuencias de números y los cálculos aritméticos. Su estructura se

basa en el esquema que se presenta en la obra “ Primer nueva crónica y buen gobierno”.

El material que se emplea para realizar esta actividad es la mostrada en figura 6.18 de la página 255.

#### **4.5.9. Alternativa metodológica para el tratamiento de las actividades matemáticas**

Con el propósito de la formación integral de la educación matemática de los niños en su contexto cultural, se pretende movilizar aprendizajes significativos de las matemáticas escolares (del currículo general) y las matemáticas culturales de una localidad o región específica, en el marco de los aspectos considerados en los puntos anteriores.

El presente estudio centra su atención en las posibilidades pedagógicas de las matemáticas culturales (etnomatemáticas) presentes en las actividades principales de las comunidades, especialmente relacionadas a las actividades productivas y derivativas de éstas. Se persigue la búsqueda de la interpretación de los conceptos, los procedimientos y los valores matemáticos presentes en las actividades informales y técnicas. El proceso metodológico que se propone consiste en cuatro pasos, en los que se incluye y se relaciona el uso pedagógico de la Yupana:

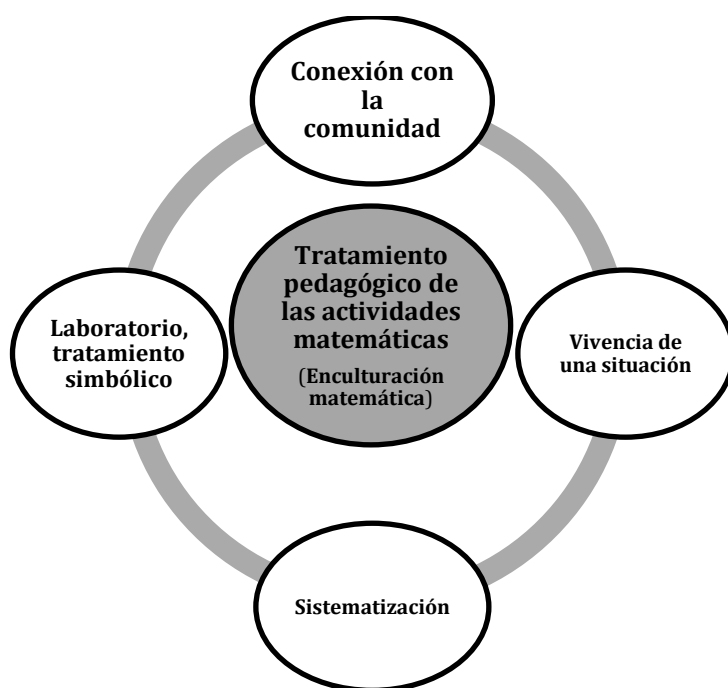


FIGURA .4.2. TRATAMIENTO PEDAGÓGICO DE LAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS

Fuente: Elaboración propia.

#### **4.5.9.1. Conexión con la comunidad**

Esta fase está pensada en la planificación de las actividades pedagógicas, con participación de los padres de familia y la comunidad, en el marco de una conexión con las actividades de los diferentes oficios (ingenieros, tejedores, médicos, astrónomos, etc.). Esta actividad de planificación se realiza junto con los estudiantes, tanto su preparación como el empleo de las herramientas o materiales necesarios.

En la cuestión específica de los tratamientos culturales andinos, se coordina con el especialista de alguna de las actividades productivas comunitarias (tejedores, segadores, diseñadores de canales de riego, constructores de vivienda, de puente, pastores, etc.).

#### **4.5.9.2. Conexiones comunitarias y Justicia social**

Es posible construir conexiones significativas entre los estudiantes y la comunidad trayendo miembros de la comunidad al salón de clases y llevando a los estudiantes a la comunidad (Wade, 2007, p. 79). Las estrategias de oradores invitados y viajes de estudio, ilustran el poder de estas experiencias para la enseñanza de la Justicia social.

#### **4.5.9.3. Oradores invitados**

Llevar la comunidad al aula a través de oradores invitados es un medio eficaz para promover múltiples perspectivas o diferentes visiones culturales sobre un tema (Wade, 2007, p. 80). Los oradores invitados pueden incluir artistas, agricultores, tejedores, ingenieros, médicos, personas de diferentes culturas, personas con discapacidades, expertos en asuntos en eventos pasados, etc.

Un orador invitado puede compartir sobre los eventos desde un punto de vista personal que es poderoso y fomentar la empatía de los estudiantes; pueden dar a los estudiantes una ventana de otro momento y lugar o ayudarles a cuestionar sus puntos de vista. Los padres están disponibles para ser oradores invitados eficaces en el aula.

También es necesario orientar a los estudiantes para que hagan buenas preguntas, es un aspecto importante para maximizar la oportunidad de aprender de los habitantes de la comunidad.

#### **4.5.9.4. Viajes al campo**

La excursión es otro tipo de experiencia para conectar a los estudiantes y la comunidad local que destaca los temas de Justicia social y compromete a los estudiantes en el análisis crítico.

La educación en Justicia social pone especial énfasis en reducir la brecha entre el aula y la comunidad. Conectar los estudios con el mundo más allá de las paredes del aula es esencial para que los estudiantes puedan experimentar oportunidades de primera mano para trabajar por el cambio social. Es a través de la experiencia de primera mano que los estudiantes pueden obtener mejor una comprensión de las cuestiones de Justicia social y las posibilidades para abordarlas. (Wade, 2007, p. 78). Rahima Wade está de acuerdo, no se puede ver la escuela como una escuela separada de la experiencia de la comunidad. La preparación comienza en la clase con el desarrollo de habilidades y la planificación para aventurarse en la comunidad. El aprendizaje continúa fuera del salón de clases mientras los estudiantes buscan valiosas fuentes de información, recolectan datos y describen lo que han aprendido (Wade, 2007, p. 79).

En consecuencia la educación en Justicia social se basa tanto en aprender de la comunidad como en participar en acciones sociales para la comunidad.

#### **4.5.9.5. Vivencia de una situación y el activismo**

Esta etapa implica la participación directa en una actividad específica. Los estudiantes participan del desarrollo de la actividad programada. Esta actividad supone estar atentos y aprender mediante preguntas.

En esta etapa se crea oportunidades para que los estudiantes participen en la acción comunitaria en temas de interés para ellos. Se pueden realizar dentro del aula, como fuera de ella para que se involucren en las actividades que la comunidad organiza.

Wade introduce el componente “activismo” en la experiencia real de aprendizaje de los estudiantes, con el propósito de reducir las brechas entre el aula y la comunidad (Wade, 2007, p. 78). Cuando los estudiantes se dedican a actividades significativas con otros miembros del aula (miembros de la comunidad), desarrollan entusiasmo por aprender y la comunidad también se beneficia.

Wade afirma que, en lugar de practicar la lectura y la escritura u otro “trabajo falso”, los estudiantes se sumergen en la resolución de problemas del mundo real y aplican las habilidades y conocimientos aprendidos en el aula a las acciones comunitarias. “La educación funciona mejor cuando está fundada, cuando combina las habilidades y el conocimiento de la comunidad con las habilidades y el conocimiento de los educadores” (Kohl, 1994, p.62 citado por Wade, 2007, p. 78).

El autor agrega, que la preparación para participar en la comunidad comienza en la clase con el desarrollo de habilidades y la planificación para aventurarse en la comunidad. El aprendizaje continúa fuera del salón de clases mientras los estudiantes buscan valiosas fuentes de información, recolectan datos y describen lo que han aprendido.

Los estudiantes se involucran en la comunidad, participando en una excursión, asistiendo a una reunión comunitaria, visitando a los tejedores, a los expertos agricultores, a los constructores de puentes de sogas, a los ingenieros constructores de canales y sistemas de riego o invitando a compartir sus conocimientos a los “sabios” o expertos especialistas de la comunidad. Por ejemplo, podemos visitar a los elaboradores de las tablillas pintadas de Sarwa (Ayacucho) para ayudar a los estudiantes a entender el pasado e inspirarlos para participar en el activismo comunitario. O escuchar el relato histórico de un abuelo sobre las medidas de pesos de las hojas de coca en la provincia de Canas (Cusco) y comprender las técnicas de medidas y los valores que subyacen en estas actividades.

#### **4.5.9.6. Sistematización de situaciones**

Una definición de sistematización de situaciones es:

*La sistematización es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo (Jara, 1998 citado en Mogollón, 2016, p. 13).*

En esta etapa se construyen la conexión de las situaciones en el mundo real con los símbolos matemáticos, y en lo posible se descubre la lógica de funcionamiento matemático, empleando las técnicas o símbolos locales y no locales.

Las características comunes de la sistematización son las siguientes (Ocampo y Berdegué, 2000 citado en Mogollón, 2016, p. 13).



**Ordenar lo vivido**, se trata de un proceso basada en ordenar u organizar a un conjunto de elementos: prácticas, conocimientos, ideas, datos, etc.; que para los estudiantes hasta ese momento están dispersos y desordenados.

**Proceso de reflexión crítica**, permite que los estudiantes que son los actores directos de las experiencias, dediquen un tiempo para pensar sobre lo que hicieron/observaron y percibieron, por qué lo hicieron, por qué de una manera y no de otra, cuáles fueron los resultados y para qué y a quiénes sirvieron los mismos. La sistematización tiene el propósito de provocar procesos de aprendizaje.

**La reflexión crítica de un proceso experimentado**, se trata de enfatizar la mirada crítica al proceso vivido en una experiencia concreta. Es decir, que la sistematización pretende describir y entender lo que aconteció por ejemplo en una actividad productiva comunitaria de la siega de granos. Lo que aquí interesa es poder explicar por qué se realizan ciertas actividades y cómo se realizan éstas.

La sistematización de situaciones está, pues, estrechamente relacionada con el proceso de matematización. Este proceso “supone transformar un problema definido en el mundo real en una forma estrictamente matemática (esto puede suponer la estructuración, conceptualización, elaboración de suposiciones y/o formulación de un modelo) o la interpretación o valoración de un resultado o modelo matemático con relación al problema original” (OECD, 2016, p. 79). Esta actividad es reconocida como la capacidad de “matematización” y se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales implicadas en las actividades estudiadas o realizadas.

#### **4.5.9.7. Tratamiento simbólico o de laboratorio**

El laboratorio de matemáticas es una estrategia pedagógica que permite el proceso de la enculturación, a través de materiales concretos. En ella se desarrollan un conjunto de actividades matemáticas a través de diversas situaciones y procesos que proporcionan ambientes de aprendizaje.

*El Laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación del pensamiento matemático. El Laboratorio es un dinamizador de construcción de pensamiento*

*matemático a través del proceso de aprendizaje, al no tener entre su funcionalidad el de ser complemento de los procesos escolares. Esto significa que no es para dar continuidad a los procesos que se abordan en el aula de clase* (Arce, 2004 citado en Pabón, Gómez y Sarmiento, 2008, p. 191).

El laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica, en la que se emplea el material concreto que contribuye a la construcción del pensamiento matemático, al generarse procesos de aprendizaje que involucran una metodología experimental. Permite a los estudiantes recorrer procesos desde la intuición, la descripción y definición, hasta llegar al dominio de conceptos matemáticos (Pabón, Gómez y Sarmiento, 2008, p. 192). Además el laboratorio de matemáticas se percibe como un proceso de aprendizaje, más que en un proceso de enseñanza. Por tanto, su filosofía se basa en aprender matemáticas “haciendo matemáticas” (Ibídem).

El laboratorio de matemáticas también es una herramienta que permite la integración de actores y de elementos didácticos, en la que se desarrollan las habilidades matemáticas, mediante el uso de los materiales concretos. El material concreto permite representaciones y modelaciones de concepciones y procedimientos.

**El ambiente o aula** está organizada en sectores de aprendizaje atractivos que apoyen el trabajo de los estudiantes, que posibilite el trabajo individual y grupal. Estos espacios o sectores están especialmente equipados y preparados para propiciar experiencias de aprendizaje y especialmente con materiales educativos diseñados para ello.

#### **4.5.9.8. Estructura básica del laboratorio de matemáticas**

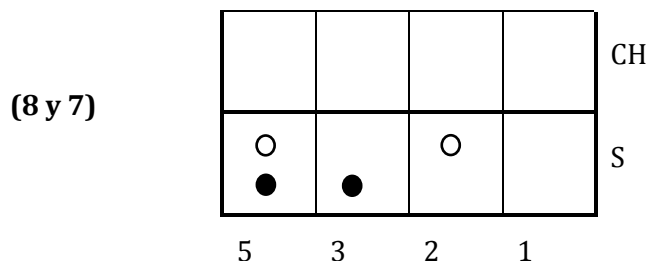
Un laboratorio de matemáticas está compuesto por grupos de trabajo o “mesas”, una mesa es un espacio fijo o móvil, donde se propone y se realizan las actividades matemáticas y pueden estar integradas por uno, dos, tres o cuatro estudiantes; una agrupación de mesas forman una “sección”; y el grupo de secciones forman una “clase”.

Por ejemplo, con el material de la Yupana se pueden analizar los algoritmos que permiten obtener el resultado de una situación de adición de cantidades.

*Situación: Chaska le dice a su mamá, - ya hiciste ocho ovillos mamá, a mí me falta uno para tener lo mismo que tú. ¿Cuántos ovillos hicieron entre las dos?*

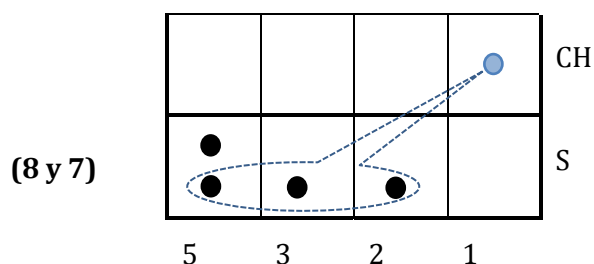
La tarea es explorar con el material las diversas formas de obtener el resultado (algoritmos) y cuáles consideran más eficaces. Para hallar la suma,

el estudiante ubicará las cantidades ocho y siete en la Yupana. Se representa 8 como 5 y 3; 7 como 5 y 2. Luego se homogenizan las piedrecillas en color negro para realizar las composiciones o reducciones posibles, que producirán los distintos algoritmos.



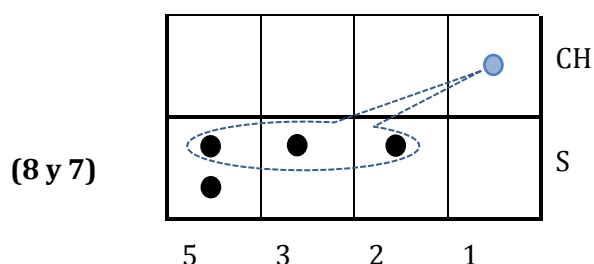
Primera estrategia:  $8+7 = 8+(2+5) = (8+2)+5 = 10+5 = 15$

A 8 completamos con 2 para formar el grupo de la decena, y este grupo se representa con una piedrecilla en el siguiente nivel de las decenas, con lo que se obtiene diez y cinco.



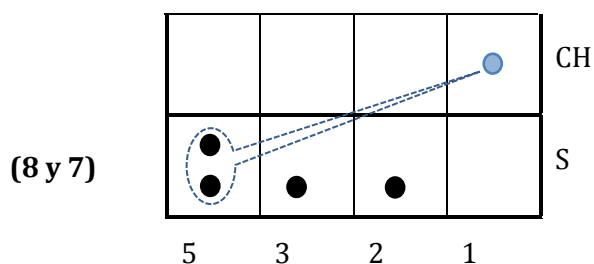
Segunda estrategia:  $8+7 = (5+3)+7 = 5+(3+7) = 5+10 = 15$

Esta vez, a 7 se completa con 3 para formar el grupo de la decena, éste se representa en el siguiente nivel de las decenas, con lo que también se obtiene diez y cinco.



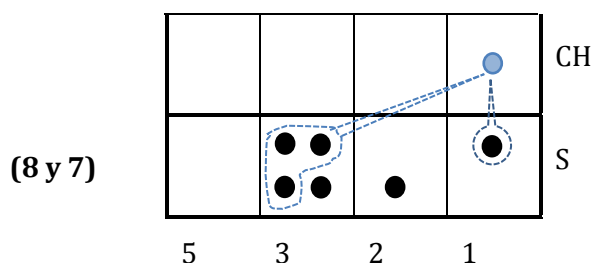
Tercera estrategia:  $8+7 = (5+3)+(5+2) = (5+5)+(3+2) = 10+5 = 15$

Componemos las cantidades 5 y 5 que hacen una decena, también juntamos 3 y 2, que hacen 5. Con la que se consigue la cantidad de diez y cinco (15).



Cuarta estrategia;  $8+7 = [2(3)+2]+[2(3)+1]=[3(3)+1]+(2+3)=10+5=15$

Se representa 8 como: 2 veces 3 y 2; el 7 como: 2 veces 3 y 1. Hacemos un grupo de diez con 3 veces 3 y 1; juntamos 3 y 2 que hacen 5. Con lo que se obtiene diez y cinco.



Se pueden obtener más combinaciones, y cada combinación sigue estrategias distintas.

#### 4.5.10. El currículo en la educación matemática

##### 4.5.10.1. Cinco principios del enfoque cultural del currículo matemático

Es la perspectiva de la Enculturación Matemática, Bishop sostiene que la cultura matemática es la asociación de tecnología simbólica desarrollada por las actividades matemáticas y los valores de la cultura matemática. A partir de esta concepción se plantea el análisis del enfoque cultural y los cinco principios de un currículo de enculturación (Bishop, 1999, pp. 127-130).

- a) **Representatividad**, para representar adecuadamente la cultura matemática, no sólo se debe ocupar de la tecnología simbólica, sino también de manera explícita y formal de los valores de la cultura matemática. En las actividades pedagógicas se pretende destacar el racionalismo, por encima del objetismo, acentuar el progreso más que el control, la apertura es más significativa que el misterio.

- b) **Formalismo**, se trata de objetivar el nivel formal de la cultura matemática, mostrando una conexión con el nivel informal y el nivel técnico.
- c) **Accesibilidad**, debería ser accesible para todos los niños. La enculturación debe ser para todos, la educación matemática debe ser para todos, en este principio existirá la necesidad de crear oportunidades para que algunos niños, de acuerdo a sus intereses y sus antecedentes, profundicen en algunas ideas más que otros niños. Complementa la idea de que el contenido del currículo no debería estar fuera de la capacidad intelectual de los niños.
- d) **Poder explicativo**, la matemática como fenómeno cultural obtiene su poder del hecho de ser una fuente de explicaciones y esta característica debe conformar parte de los significados importantes en la enculturación.
- e) **Concepción amplia y elemental**, en esencia es una extensión del cuarto principio, el currículo de enculturación debería tener una concepción amplia y elemental al mismo tiempo.

#### **4.5.10.2. Componentes del currículo**

Es importante representar en el currículo las simbolizaciones, conceptualizaciones y los valores significativos. Por ello, como primer nivel de estructuración se han elegido tres componentes diferentes:

**Componente simbólico:** Abarca las conceptualizaciones explicativas en la tecnología simbólica de las matemáticas, dando lugar a que se expliciten los valores de “racionalismo” y “objetismo”.

**Componente societal.** Ejemplifica los múltiples usos que hace la sociedad de las explicaciones matemáticas y los valores de “control” y “progreso”.

**Componente cultural.** Ejemplifica al metaconcepto de las matemáticas como fenómeno existente en todas las culturas, e introduce la idea técnica de la “cultura matemática” con sus valores básicos de “apertura” y “misterio”.

#### **4.5.11. Procesos de la enculturación matemática**

El “proceso” es la segunda perspectiva de la Enculturación Matemática, y tiene lugar entre el enseñante y los alumnos en un marco formalizado e institucionalizado (Bishop, 1999, p. 159).

Para llevar adelante este proceso, es necesario que el proceso no sea una cuestión accidental, no debe limitarse a textos, ni ser impersonal; no debe estar ligado sólo a las técnicas, ni estar ligado exclusivamente por necesidades universitarias o industriales. El proceso de Enculturación matemática debería:

- a) Ser interpersonal y activo.
- b) Tener en cuenta la importancia del contexto social.
- c) Ser formal, intencional y responsable, y estar institucionalizado.
- d) Ocuparse de conceptos, significados, procesos y valores
- e) Ser para todos.

El proceso de Enculturación Matemática es el proceso de dar “forma”, es decir un espacio donde se conforman significados, conceptos, procesos y valores según unos criterios determinados (Bishop, 1999, p. 160). El proceso de la enculturación pretende desarrollar en los estudiantes una manera de conocer, una manera de hacer (ibíd).

**Para aproximarse a un concepto humanista del proceso,** es necesario apartarse de las ideas personales, instrumentales y mecanicistas que dominan en la actualidad, donde la enseñanza de las matemáticas se centra en la transmisión eficiente de unos contenidos especificados del enseñante al alumno. La elección de la descripción de “enculturación” no solo se ha propuesto para desarrollar los valores, sino también para alejarse de estas ideas de la educación como “transmisión”. La enculturación es un proceso interpersonal y, en consecuencia, es un proceso interactivo entre personas (ibíd).

Bishop identifica tres aspectos de la relación de enculturación que son necesarios clasificar: el primero se refiere a la naturaleza asimétrica de la relación de enculturación, que otorga a este proceso su dinamismo; el segundo aspecto es el proceso intencional, que está relacionado con el logro de los objetivos concretos de enculturación matemática; el tercer aspecto es la calidad ideacional, que es el hecho de preocuparse de ideas matemáticas.

#### ***4.5.11.1. Un proceso asimétrico***

Es el primer aspecto que se otorga al proceso de Enculturación es su calidad dinámica.

- a) **El papel del poder y la influencia:** se trata de un proceso de conformación intencional impulsado por la asimetría existente entre los participantes en el proceso. Los papeles que deben desempeñar el enseñante y el alumno no son iguales. La tarea del enseñante es crear un tipo concreto de entorno social para el alumno. Mientras la tarea del alumno es construir ideas y modificarlas en interacción con ese entorno. La asimetría es más que esos papeles, la influencia y el poder del enseñante determina la calidad del proceso de enculturación en el aula. Se requiere que el enseñante actúe como enculturador matemático y el enseñante es responsable ante esta cultura.
- b) **El empleo legítimo del poder,** es el primer principio, el poder y la influencia del enseñante se debe utilizar de manera legítima: se debe usar sin abusar de ellos. Los enseñantes pueden abusar eligiendo temas fáciles de enseñar, o ignorar a determinados miembros de la clase.
- c) **Participación constructiva y en colaboración,** es el segundo principio, el enseñante debería utilizar su influencia para lograr una participación constructiva y cooperadora de los alumnos en la enculturación. La relación que importa es la que existe entre el alumno y el entorno social, no solo entre el profesor y el alumno.
- d) **La influencia facilitadora,** el tercer principio: el enseñante debería usar su influencia de manera facilitadora, es decir no debería imponer sus conocimientos matemáticos a los alumnos.
- e) **Metaconocimiento y enseñantes:** con la adopción del currículo presentado el enseñante podrá abordar el metaconocimiento de las matemáticas y utilizar las preguntas como ¿para qué hemos estudiado este tema?

#### ***4.5.11.2. Un proceso intencional***

El segundo aspecto del proceso de enculturación matemática es considerar un proceso intencional, con un fin determinado, orientado a un objetivo.

- a) **La elección de actividades:** el enseñante debe tener la responsabilidad de seleccionar las actividades matemáticas concretas que va a ofrecer a sus alumnos, para ello debe tener en cuenta los diferentes tipos de actividades exigidas por los componentes del currículo.

b) **El entorno para los conceptos:** es necesario analizar el “entorno para los conceptos”, que se caracteriza por centrarse en los propios conceptos, en las situaciones que describen y las conexiones entre conceptos. Más específicamente, el entorno de los conceptos se refiere a:

- Los fenómenos que hay que explicar.
- La derivación de modelos, conceptos y explicaciones.
- La búsqueda de similitudes en situaciones dispares.
- La atención a la estructura, al detalle.
- La representación de similitudes.
- La generalización y extensión lógica de los conceptos.
- La objetivación de las abstracciones.
- Las relaciones lógicas entre conceptos y estructuras de conceptos.

c) **Entorno para los proyectos:** los escenarios de aprendizaje por proyectos están pensados para relacionar las matemáticas con la sociedad. Un proyecto no es un simple producto, es una actividad donde se pueden plantear preguntas, problemas y cuestiones reales. Bishop caracteriza un proyecto por:

- La variedad de situaciones societales.
- Los valores de predicción y “control” sobre el entorno físico.
- Las percepciones del “progreso” que producen estas ventajas.
- Análisis crítico del proceso explicativo matemático.

d) **El entorno para las investigaciones:** se debe considerar el componente cultural, y centrar la atención en la creación, por parte de los enseñantes, de un entorno para la investigación. El objetivo central es proporcionar a los alumnos oportunidades específicas para que conformen su comportamiento matemático creativo, con el fin de comprender mejor cómo se desarrollan las ideas matemáticas (Bishop, 1999, p. 185). Destacamos aspectos como:

- Elección de símbolos.
- Exploración de posibilidades.
- Representación de relaciones.
- Desarrollo de conjeturas.



- Convicción, argumento y demostración.
- Precisión, concisión.
- Consistencia lógica.
- Reflexión sobre todo lo anterior.

#### **4.5.11.3. Un proceso ideacional**

El tercer aspecto del proceso de enculturación matemática se refiere al hecho de que se trata de un proceso ideacional, es decir, se conforman ideas y significados, pero no de conductas, ni de técnicas. Sin embargo Bishop argumenta que necesitamos menos técnica y más comprensión. Por lo tanto, el proceso se ocupa de ideas y de ideas matemáticas en particular, y de darles forma (Bishop, 1999, pp. 190-199).

- a) **Construcción social del significado:** el proceso se ocupa de las ideas y las ideas matemáticas en particular, “el significado matemático se logra estableciendo conexión entre la idea matemática concreta que se discute y el restante conocimiento personal del individuo. Una idea es significativa en la medida en que el individuo puede conectar con el conocimiento que ya tiene” (Bishop & Goffree, 1986, p. 346). Por lo tanto, el significado se logra de forma personal y es una respuesta “integradora” del alumno. Cuando una persona aprende busca integrar o asimilar la nueva idea en sus estructuras o esquemas de significado ya existentes.
- b) **Compartir y contrastar ideas matemáticas:** es un proceso complejo, en primer lugar requiere de una atmósfera constructiva, y de forma paralela otorga a los alumnos la responsabilidad de hacer contribuciones significativas y que se puedan compartir.
- c) **Conformación de explicaciones:** consiste en la manera de conocer, siendo la explicación un tipo particular de exposición, donde uno expone las relaciones y las conexiones existentes entre una idea nueva y otras que ya se conocen.
- d) **Explicación y valores:** consiste en el hecho de compartir y contrastar significados personales, ésta es la manera de conformar los significados, las ideas y los valores mediante la interacción social. Los alumnos, al poner de manifiesto sus razones y los criterios de lógica empleados, cultivan el valor del racionalismo. Cuando los alumnos comprendan la importancia de las analogías y de las imágenes, reconocerán mejor los valores de control y progreso. Asimismo, los

valores de apertura y misterio se ponen de manifiesto mediante reflexiones compartidas, principalmente en el proceso de explicación.

## **Capítulo 5.**

# **SABERES MATEMÁTICOS ANDINOS**

---

El quinto capítulo de esta tesis doctoral está dirigido a profundizar en las matemáticas andinas. En este sentido, Los incas tuvieron, al igual que los mayas e hindúes, un sistema de numeración basado en el valor de posición de los signos, los cuales en vez de ser gráficos, tenían la forma de nudos situados a lo largo de una cuerda. A continuación, profundizamos en las características de este sistema y en sus aplicaciones matemáticas.



## **5.1. LAS CANTIDADES Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN USADOS POR LOS ANDINOS**

### **5.1.1. El proceso de contar**

En el proceso de cuentas se emplea el lenguaje andino, ya sea el quechua, aimara u otros para nombrar los números. Éstas se caracterizan por presentar reglas y secuencias lógicas como expresión de un sistema aditivo (Villavicencio, 1983, p. 27). El registro de los números se efectúa de forma concreta utilizando los dedos, manos, pies, cabeza, piedras, huesos, etc.

En cuanto al uso de hilos y nudos, las comunidades andinas se especializaron en el manejo de los kipus. Respecto al uso de piedrecillas, además de las disposiciones en el suelo, se fabricaron instrumentos o tableros para este propósito, al que se denomina actualmente como Yupana.

Para una concepción de los conocimientos y saberes culturales, en este caso concreto de cantidad debemos alejarnos de las ideas impersonales, instrumentales y mecanicistas. En lugar ponemos en consideración la concepción humanista de la enculturación, la concepción de cantidad como un proceso interpersonal, por tanto es un constructo interactivo entre personas (Bishop, 1999). En este sentido la concepción de cantidad tiene que ver con estructurar las ideas a partir de las actividades culturales, a través de representaciones y componentes simbólicos del proceso más amplio de contar, relacionados con el lenguaje y cosmovisión.

Como se puede apreciar en la Tabla 5.1, el concepto de cantidad occidental que los jesuitas trajeron a América en el siglo XVI y XVII dista mucho de las concepciones cosmológicas de los pueblos andinos. Esta concepción de cantidad, está relacionada con las actividades de producción y cuidado de la naturaleza (Apaza y Atrio, 2016, p. 39).

La concepción de cantidad sumeria, por ejemplo, el término contar estaba relacionada con la designación de la actividad y el instrumento (Ifrah, 1997, p. 321), en este sentido encontramos términos para el verbo contar “sid” (sumerio), ma-un (babilonio), y para el caso andino tenemos Jakhuña (aimara), Yupay (quechua), contar (Castellano).

TABLA 5.1. NOCIÓN DE CANTIDAD PARA LOS JESUITAS DE 1700

Texto	Concepto	Análisis
<u>U1</u>	<i>"todo lo que se puede medir y contar es cantidad inteligible" (p. 4).</i>	Ulloa hace referencia a la pluralidad y a la medida. La primera alude al número y la segunda a la magnitud, de esta forma la cantidad puede ser discreta o continua. Está presente la idea de cantidad que Aristóteles (1998) expone en la Metafísica (1020a).
<u>T1</u>	<i>"el objeto de la matemática aquello por lo cual una cosa se dice mayor, menor, o igual a otra; y la razón es, porque todo su empleo consiste en averiguar, y demostrar las propiedades, y atributos de dicha cantidad" (Tomo I, p. 2). "la Algebra [es] vn Arte que enseña a hallar cualquiera cantidad, resolviendo la question propuesta, por los mismos terminos, con que se compuso.[...] Dividese ya comunmente la Algebra en vulgar y especiosa" (Tomo II, p. 72).</i>	Tosca deja entrever una idea de cantidad como aquello que puede ser comparado con otro de su misma especie mediante una relación de orden con propiedades y atributos particulares. Esta es una idea positivista de la cantidad (Maz, 2000). En el tomo II, al tratarse de un texto de álgebra, la noción de cantidad es abstracta y de carácter general.
<u>C1</u>	<i>"Toda Magnitud se puede comparar con otra de la misma especie, esto es, línea con línea, cuerpo con cuerpo, espacio con espacio; y por configuiente le es igual, mayor, o menor, y folo por este cotejo con otra, como medida, podemos llegar a conocer su cantidad, o quan grande sea" (pp. 1-2).</i>	Cerda considera que la cantidad y la medida se refieren a la misma cosa, añadiendo a la noción de cantidad un significado comparativo y relacional. Esta identificación de cantidad esta acorde con la concepción de cantidad propuesta por Stevin (Maz, 2000).

Fuente: rico y maz (2004, P.255)

El investigador peruano Guido Pilares (2005) afirma que el proceso de contar se "inicia por establecer comparaciones entre colecciones de objetos y determinar sus propiedades cardinales", atendiendo a su formación lógica y no temporal. Esta concepción es compartida en parte y se explora en la implementación metodológica y la construcción del concepto de cantidad en el aprendizaje de matemática cultural. También es preciso mencionar que en los andes sudamericanos predominaron el sistema de numeración de las familias lingüística puquina, jakaru, aimara, quechua y otros.

#### 5.1.1.1. Sistema de numeración decimal quechua

La educadora Martha Villavicencio (1983) en base a los estudios realizados en las comunidades de Puno, afirma que las expresiones lingüísticas tanto en quechua como en aimara, y la semántica de los vocablos empleados, siguen una lógica de un sistema decimal aditivo. Mientras para la representación de los números se distinguen dos formas: objetiva y gráfica. Es decir, se hace uso de piedras, huesos, dedos, etc. para representar unidades de primer orden y luego se realizan agrupaciones de diez, representados por otras piedras de tamaño, forma o color distinto.

Guido Pilares Casas (2005) sostiene que el sistema numérico andino se compone de seis familias lingüísticas: aimara quechua, arahuaca, pano, bora-

witoto y cahuapana. El autor dedica un análisis del sistema de cuentas aimara y quechua desde un punto de vista lingüístico y lexicógrafo.

El matemático Jesús Ríos (2013) afirma que el sistema de los números que disponían en el tawantinsuyu era de base decimal, similar a los hindúes, y estuvieron bastante desarrollados para su época. Sostiene también que el origen aún no está bien determinado. Por otra parte el Arquitecto Calos Milla Villena (1983), presenta una hipótesis sobre el origen de la matemática andina, a partir de una concepción geométrica, no deductiva, que relaciona con la observación de la configuración astronómica de las estrellas y cuerpos del espacio. Para su aplicación práctica introduce la concepción de la “Cruz Cuadrada”, que es una figura geométrica utilizada como símbolo “ordenador” de los conceptos matemáticos y religiosos en el mundo andino (p. 19).

#### ***5.1.1.2. Características de los numerales en las lenguas andinas***

En algunos casos los numerales proceden de metáforas, por ejemplo en aimara el término “qallqu” significa una mano, en alusión de la cantidad cinco de los dedos; en aguaruna o awajún la frase “ipak usamat” significa pintarse la cara con achiote<sup>16</sup>; en este caso la frase alude al dedo índice, que representa el número cuatro, ya que la cuenta se inicia en el dedo meñique de la mano. En la lengua matsigenka de Kirigueti, “tsonkawakoaka”, significa “se acabaron los dedos de las manos” ésta hace referencia al número diez, que indicaría que se terminaron de contar todos los dedos de la mano (Pilares, 2005).

#### ***5.1.1.3. Cualidad de la cantidad y clasificadores***

Una de las características de las lenguas andinas es la **cualidad**, complementaria a la cantidad que es la categoría comúnmente expresada por los numerales (Pilares, 2005). En la lengua aimara se presenta esta cualidad con los términos “pani” para dos personas, “paya” para dos cosas. Así como los cuantificadores singulares “unuki”, “mayaki”, “mayniki” que refieren a “uno no más”, “solamente”, “salvo, excepto”. En la lengua quechua se presenta con la terminación “ntin”, kimsantin, phisqantin que quiere decir “los tres”, “los cinco”, también con el término “lla”, kimsalla, phisqalla que significan “solamente tres”, “solamente cinco”.

---

<sup>16</sup> El achiote o bija es un árbol cuyas semillas contienen un carotenoide (la bixina) empleado como colorante textil, pintura cosmética, y diversos usos farmacológicos. Esta planta es la Bixa orellana de la clasificación linneana

Según Pilares, la formación de los sistemas de números andinos al igual que muchos otros está compuesta por un conjunto finito de palabras y reglas de formación. Al referirse a cómo se dicen los números en un discurso; a las palabras con las que se dice el número se les denomina lexemas numéricos; y éstas pueden ser protolexemas o deuterolexemas, según sean primitivas o derivadas. Un lexema numérico es protolexema cuando no puede descomponerse en otros lexemas numéricos, según las reglas de composición de una determinada lengua. Es así que los primeros dieciséis números naturales del español son protolexemas: cero, uno, dos, tres..., quince. Sin embargo la etimología da cuenta que los números once, doce, trece, catorce y quince derivan de formas deuterolexemas del latín. Por ejemplo: undecin, duodecin. Un deuterolexema está formado por dos o más protolexemas, haciendo uso de las reglas de composición de una lengua. El número “dieciséis” es un protolexema porque está formado por el “diez” y “seis” y unida por la conjunción. Se advierte que a esta unión conjuntiva se le denomina constructor. Un constructor es un lexema o morfema que permite establecer los vínculos de varios protolexemas para construir deuterolexemas.

En el español la conjunción “y” es un constructor agregativo. Cuando decimos “treinta y cinco”, estamos indicando que se agrega cinco a treinta. De forma similar en quechua el término “yuq” funciona como constructor agregativo. Por ejemplo “chunka hukniyuq” (once) indicando que a chunka (diez) se agrega huk (uno). En aimara el término “ni” cumple esta función, el número “tunka mayani” (once) hace referencia a “tunka” (diez) se agrega “maya” (uno).

En latín el término “de” vendría a ser un conector sustractivo. El número “duodeviginti” (dieciocho) literalmente es “duo de viginti” (dos de veinte). En aimara el término sustractivo estaría dado por el término “llalla”, el número “llallatunka” (nueve) quiere decir “llalla tunka” (casi diez, próximo a diez). Este lexema se ha simplificado como “llatunka”

Finalmente un sintagma numérico, es una cadena de lexemas numéricos y constructores.

#### **5.1.1.4. Régimen de composición de los números quechuas y aimaras**

Tomando en consideración las concepciones anteriores principalmente propuestos por Guido Pilares, componer una cantidad o un número es tomar



uno o varios protolexemas y obtener un deutoro lexema. Siguiendo las pautas de las reglas de sistema numérico de las culturas. Cabe resaltar que la funcionalidad de las operaciones en la Yupana siguen estas estructuras con claridad, pedagógicamente se consideran muy pertinentes en la formación de conceptos de cantidad.

Tomando en consideración las “leyes de composición” referidas en el libro “elementos de la matemática” publicado el año 1939 (citado por Pilares, 2005), el régimen de composición de cualquier regla aritmética se expresa por una regla gramatical. El régimen de composición establece una relación cuantitativa entre dos numerales, el “regente” y el “regido”, y una operación aritmética expresada por un “constructor.” El numeral “regente” se refiere a un número que es potencia de la base de numeración. El número regido es cualquiera.

Así tenemos que en la lengua quechua, dados dos protolexemas, si el regente precede al regido, entonces se tiene el régimen aditivo. Mientras que, si el regido se antecede al regente, se obtiene el régimen multiplicativo. Por ejemplo: si tomamos los protolexemas “kimsa” (tres) y chunka (diez), en este caso el regente es “chunka” (diez). El sintagma “chunka kimsayuq” (trece), se establece un régimen agregativo. En cambio el número “kimsa chunka” (treinta), es un régimen multiplicativo.

Otra característica de los números quechuas y aimaras es que no se iteran un mismo numeral. Es decir no se puede repetir un mismo protolexema, esto crearía un conflicto de régimen. Si decimos “chunka chunka” se genera una duda, de considerar (diez y diez) o (diez veces diez). Estos conflictos están resueltos en estas lenguas. Este conflicto está resuelto con la creación de otros lexemas para las potencias de base superior a diez: “pachaq” (cien), “waranqa” (mil), “hunu” (diez mil).

#### ***5.1.1.5. Sistemas escritos y sistemas orales: reglas de composición del sistema decimal quechua***

Existe una diferencia entre los sistemas escritos con las orales. Los sistemas escritos tienen una base y un orden, mientras los sistemas orales pueden utilizar varias bases en sólo un sistema de numeración (Pilares, 2005). En el francés sucede que para decir ochenta está dado por “quatre-vingts” que alude a una base vigesimal sobrepuesta a un decimal. Esto se explica por razones históricas y principios de economía de los sistemas numéricos.

Según Guido Pílares, la simplificación de un sistema numérico está dada por el equilibrio entre la cantidad de protolexema y las reglas de régimen. Es decir, que el sistema sea eficaz a la hora de su uso.

Los números en la lengua quechua son:

Huk (1), iskay (2), kimsa (3), tawa (4), pichqa (5), suqta (6), qanchis (7), pusaq (8), isqun (9), Chunka (10), pachaq (100), waranqa (1000), ...

Las reglas de composición son las siguientes:

- a) La base (regente) está representado por la potencia de diez: “chunka” (10), “pachaq” (100), “waranqa” (1000).
- b) Base (regente) antepuesto es aditivo. “Chunka kimsayuq” (10 y 3).
- c) Base (regente) pospuesto es multiplicativo. “Kimsa chunka” (3 veces 10)
- d) Dados dos potencias de diez, la base (regente) es la de mayor orden.
- e) No hay iteración de numerales, es decir no se yuxtapone un numeral a sí mismo.

Con estas pautas podemos resolver el caso “chunka chunka” para el 100, con el evidente conflicto de aditivo o multiplicativo. Para evitar este conflicto se recurre a un nuevo prolexema, en este caso se opta por el “pachaq” (100).

Con estas reglas se resuelve de manera única cada número: kimsa chunka kimsayuq, es (treinta y tres); “pachaq chunka” es (ciento diez).

También es posible decir “chunka pachaq”, que vendría a ser (diez veces cien) es decir (mil). Por la frecuencia de uso, es mejor reemplazar por un nuevo término, en este caso “waranqa” (mil). De forma similar históricamente “chunka waranqa” (diez mil) se asignaba con el término “huno”.

### **5.1.2. Variedad de la numeración decimal quechua**

El quechua es una familia formada por varias lenguas. Las clasificaciones inician con Alfredo Torero (1964) que divide las variedades de quechuas en dos grandes grupos. El quechua I, que corresponde a los territorios el centro y norte del Perú, y el quechua II, el territorio sur. La lengua quechua se ha extendido también por los territorios de Ecuador, Colombia, Bolivia y Argentina. El quechua I sería anterior al quechua II.

Gary Parker (1969) ofrece otra clasificación: el quechua sureño más homogéneo y con mayor peso demográfico como quechua A y el quechua

central y norteño como quechua B. Landerman (1978) presenta otra clasificación de cuatro macro grupos, tomando como referente descriptores geográficos: quechua del norte (Ecuador, Colombia y amazónico peruano), norte peruano (Lambayecano, Cajamarquino, Lamista, Chachapoyano), central (en toda la Sierra central del Perú) y sureño (cuzqueño-puneño argentino, chileno y boliviano).

Las variaciones del sistema numérico del quechua en los diferentes territorios se limitan sólo a la fonología y algunos detalles morfosintácticos. En general presenta un sistema de base decimal altamente estable (Pilares, 2005).

TABLA 5.2. NUMERALES DE ALGUNAS VARIEDADES DEL QUECHUA (DE UNO AL DIEZ)

N°	Cusco Collao	Ayacucho	Junín	Ancash	Huallaga	Incahuasi	Lamas	Napo
1	Huk	Huk	Huk	Huk	Suk	Shuk	Suk	Shuk
2	Iskay	Iskay	Ishkay	Ishkay	Iskay	Ishkay	Ishkay	Ishkay
3	Kinsa	Kimsa	Kima	Kima, kimsa <sup>17</sup>	Kimsa	Kimsha	Kimsa	Kimsha
4	Tawa	Tawa, tustu <sup>18</sup>	Tawa, čusku <sup>19</sup>	Chusku	Chusku	Cuatro	Chusku	Chusku
5	Phisqa	Pichqa	Picha	Picha	Picha	Cinco	Pichka	Pichka
6	Suqta	Suqta	Süta	Hugta	Hugta	Seis	Sukta, sokta	Suxta
7	Qanchis	Qanchis	Anchis	Qanchis	Qanchis	Siete	Kanchis	Kanchis
8	Pusaq	Pusaq	Pusä	Puwaq	Pusaq	Ocho	Pusa	Pusa
9	Isqun	Isqun	Isun	Isqun	Isqun	Nueve	Iskun	Iskun
10	Chunka	Chunka	Čunka	Chunka	chunka	Diez	Chunga	Chunka

Fuente: Elaboración propia.

#### 5.1.2.1. Descripción lexicológica de los numerales quechuas

**Huk, suk, huq (uno):** Huk, además de cumplir las funciones de numeral, hace de cuantificador y de determinativo; también admite plural. Por ejemplo: huk runa (un hombre); huk runakuna (algunos hombres).

**Iskay (dos):** se comporta como numeral, en la antigüedad para referirse a un par o dos se utilizaba el término “pitu” (par). Se ha dejado de utilizar actualmente (González Holguín, 1952 [1608], p. 16).

**Kimsa, kinsa (tres):** es sistemático en su vocalización.

<sup>17</sup> Kimsa registrado en Conchucos; kima en Huaylas.

<sup>18</sup> Registrado en el diccionario polígloa Incaico (1988 <1905>; sub cuatro). Ahora tustu es arca-ismo y tawa la expresión usual.

<sup>19</sup> Chusku registrado en Jauja; tawa, en Huancayo.

**Tawa, chusku, tustu, êusku (cuatro):** A inicios del Siglo XX, se registra la forma “tustu” en Ayacucho. En el quechua cuzqueño, tustun era, hasta hace dos o tres generaciones, una cuota monetaria equivalente a cuatro reales, por entonces cuarenta centavos. En el aimara del Sureste este término se correspondía por el “ch’aqta”, equivalente también a cuatro reales.

Desde otra perspectiva, tustun (cuatro reales) y warku (ocho reales), dan luces sobre un antiguo sistema de medición basado en las duplicaciones y biparticiones iterativas.

La tradición tawa se presenta claramente en las lenguas quechua del sur. Mientras que la tradición chusku, êusku subsiste en los quechuas norteamazónicos del Perú.

**Phisqa, pichqa (cinco):** su empleo es general, la mayoría de las variantes del quechua emplean para el numeral cinco phisqa. En aimara se conserva evidencias de una antigua base quinaria. Los numerales siete y ocho son respectivamente: “paqallqu” (dos y cinco) y “kimsaqallqu” (tres y cinco).

**Suqta (seis):** se puede sugerir una asociación con “suk”. La hipótesis de una base quinaria del quechua antiguo es muy difícil de sostener, basado sólo en una proximidad fonética de “huk”, “suk” con “suqta” (seis).

**Qanchis (siete):** uniforme en toda la región.

**Pusaq (ocho):** Parece tener un correlato con “pusi” (cuatro) en el uso del quechua de Yauyos. A eso se añade que en aimara cusqueño registra el término antiguo “pussipura” (ocho). Hay remotas ideas de un régimen de iteración para este numeral, relacionado a la duplicación y bipartición de las unidades de medición. Éstas prácticas fueron utilizados por los k’anas hasta no hace mucho (Valencia, 1982). Valencia informa que los K’anas utilizaban el término “warku” para la equivalencia de ocho ovillos de hilo (p. 74).

**Isqun (nueve):** es estable su uso.

**Chunka, êunka, chungá (diez):** atendiendo a la dialectología quechua, en lugar de “Tsunka” aparece como “Chunka”. En la variante Anchash parece mantenerse este uso en la pronunciación como tsunka. En la construcción de los numerales es preciso indicar: a) la presencia del delimitador “yuk”, por ejemplo en chunka quimsayuk, significa diez y tres (10 y 3: 13), se hace uso del morfema “yuk”; también kimsa pacha kimsa chunka kimsayuk, significa tres veces cien y tres veces diez y tres (3x100 y 3x10 y 3: 333); b) la ausencia

de delimitador “yuk”, por ejemplo “kimsa chunka”, literalmente tres diez ( $3 \times 10 = 30$ ), no se hace uso del morfema “yuk”; o “kimsa pacha kimsa chunka”, significa tres veces cien, tres veces diez ( $3 \times 100 + 3 \times 10 = 330$ ), no se hace uso del morfema “yuk”. Es incorrecto decir “Kimsa pacha kimsa chunkayuk”.

Conforme a las reglas gramaticales del quechua, el posesivo gramatical “yuk” requiere del segmento eufónico “ni” si la raíz termina en consonante. Así se tiene “wasi (casa) que constituye “wasiyuq”, “con casa”; mientras, con “yuyay” (razón, conciencia) se obtiene “yuyayniyuq” (razonable, consciente, juicioso). Los numerales con este delimitador son: hukniyuq, iskayniyuq, pusaqniyuq, isqunniyuq. En aimara el posesivo objetual es “ni”, el equivalente a “yuk” del quechua.

Para los numerales pachak, paçak, (cien) y waranqa, walanka, (mil), no se tienen mayores dificultades con su uso, además de las aclaraciones realizadas anteriormente en su estructuración. Como dato adicional se tiene que estos términos se extendieron hasta los mapuches en Chile.

Con la explicación del funcionamiento de esta estructura nos apoyamos para los procedimientos de cuenta en el material de la Yupana.

**Numeral hunu:** históricamente significó diez mil (10 000). Como respaldan diversas crónicas y diccionarios del siglo XVI. Felipe Guaman Poma de Ayala, en su manuscrito de el “Primer nueva crónica y buen gobierno” (1615), escribe los numerales quechuas:

“suc, iscay, quinza, taua, pichica, zocta, canchis, puzac, iscon, chungu, iscay chungu, quinza chungu, taua chungu, pisca chungu, zocta chungu, canchis chungu, puzac chungu, iscon chungu, pachaca, uaranga, huno, pachaca huno, uaranga huno, pantacac huno” (p. 361).

Sin embargo, “huno” vino a significar millón, al parecer más en el sentido de cuantificador que numeral propiamente dicho. González Holguín (1967 [1612]) considera huno como millón, gran cantidad. En los diccionarios modernos se ha impuesto el valor de un millón para huno.

En cuanto a “pantacac huno” parece ser una metáfora. Pantakaq puede traducir como “cosa de extraviarse”, de manera que “pantacac huno” es “grandísima cantidad que produce confusión y error”. Al respecto Gonzales Holguín (1967 [1612], p. 147), atribuye para “panta cak huno” el significado de “innumerable o número infinito que desatina al contarlos”.

## 5.2. OTROS SISTEMAS DE NUMERACIÓN QUECHUA: BINARIO, TERNARIO, QUINARIO Y OCTONARIO

Los Canas y los hombres andinos supieron resolver sus cálculos de cuentas recurriendo a objetos concretos y reales, como las piedrecillas, algunos granos, dedos, manos, brazos, pies, cabeza, cintura, y otros, empleados en las actividades agrarias, construcciones arquitectónicas y comerciales.

Sobre el sistema binario y octonario se ha hallado el trabajo realizado por el arqueólogo e historiador canchino y peruano Abraham Valencia (1982), quien recoge información de las actividades comerciales en las principales ferias en pueblos de la provincia de Canas entre los años 1976-1981. Sin embargo, la mayoría de los cronistas, historiadores, y tratadistas de la cultura andina o incaica, han centrado la atención sólo en el sistema decimal.

### 5.2.1. El sistema binario y octonario

Abraham Valencia sostiene que el sistema octonario con combinaciones binarias fue empleado por los Canas y el incanato y seguía vigente en las comunidades andinas de Canas en el año 1982. Para demostrar esta afirmación señala algunas formas de pesas y medidas que subsisten y tienen vigencia en los mercados tradicionales, con el uso de terminologías y cuantificaciones exactas.

**El tupu.** Es una medida agraria, que se empleaba para medir la superficie del terreno de cultivo, y sus dimensiones variaban según los pisos ecológicos o altitudinales. Se tiene registrado que en el valle sagrado de los Incas de los años 1962, un “tupu” equivale a 11 lazos de largo por 6 de ancho (un lazo equivale a 6 metros o rikras). Así mismo esta medida presentaba subdivisiones: “huk tupu” la unidad, “ch’iqta” la mitad, “sular” la cuarta y “tabla” la octava parte.

TABLA 5.3. MEDIDAS DE SUPERFICIE

(a) <b>Tupu</b>	2200 m <sup>2</sup>	La unidad
(b) <b>Ch’iqta</b>	1100 m <sup>2</sup>	La mitad del tupu
(c) <b>Sular</b>	550 m <sup>2</sup>	La mitad del ch’iqta, cuarta parte del tupu
(d) <b>Tabla</b>	275 m <sup>2</sup>	La mitad del sular, cuarta parte del ch’iqta, octava parte del tabla

Fuente: Elaboración propia.

**El runku.** Existen unos cestos que sirvieron para medir las hojas de coca, en la cuales también se verifican dimensiones octonarios con combinaciones binarias.

Dimensiones de un “runku”(cesto) se pueden mostrar a continuación, el peso que se considera es referencial:

TABLA 5.4. MEDIDAS DE PESO Y CAPACIDAD A BASE DE CESTO

(a) Runku	200 gramos	La unidad (Cesto)
(b) Ch'iqta runku	100 gramos	La mitad del runku
(c) Sillku runku	50 gramos	La mitad del ch'iqta runku, cuarto del runku
(d) Kullmu runku	25 gramos	La mitad del sillku, cuarto del ch'iqta runku, octava parte del runku

Fuente: Elaboración propia.

En los mercados de Canas se ha constatado la existencia de ocho términos que explican las divisiones, subdivisiones y múltiplos de los valores con respecto a las medidas accidentales.

TABLA 5.5. MEDIDAS DE PESO: EQUIVALENCIAS CON MEDIDAS OCCIDENTALES

(a) Huk arruwa	1 arroba
(b) Ch'iqta	1/2 arroba
(c) Sillku , k'uchu	1/4 arroba
(d) Muqu	1/8 arroba
(e) Uña muqu	1/16 arroba
(f) Libra	1/32 arroba
(g) Uñancha	1/64 arroba
(h) Llump'acha	1/128 arroba

Fuente: Elaboración propia.

Este sistema de unidad octonario se consigue a través del proceso de la división o reparto consecutivo por dos. Que se empleaba especialmente para repartir una arroba de hojas de coca.

**El pokcha.** Es una medida de capacidad también de carácter binario. Gonzales Holguín señala los siguientes:

TABLA 5.6. MEDIDAS DE CAPACIDAD A BASE A UNA FÁNEGA

(i) Iskay pokcha	una fanega
(j) Pokcha	media fanega
(k) Patma pokcha	cuarto de fanega, mitad de pokcha
(l) Sillku pokcha	octavo de fanega, mitad de patma pokcha

Fuente: Elaboración propia.

**El Púkti.** Se trata de una canasta extendida, y se dividen en cuatro tamaños:

TABLA 5.7. MEDIDAS DE CAPACIDAD A BASE A UNA CANASTA

(m) P'ukti	una canasta
(n) Ch'iqta p'ukti	media canasta
(o) Sillku p'ukti	cuarta canasta, mitad de ch'iqta p'ukti
(p) Kullmu p'ukti	octavo canasta, cuarto de ch'iqta púkti, mitad sillku p'ukti

Fuente: Elaboración propia.

**El Ch'impu.** Se refiere a medida con cordones adheridos al extremo lateral de las bolsas textiles denominados “kutama”. Estas señales o marcas indican un hilo que la mitad, y dos hilos la cuarta parte.

**Tela aysay.** En el sistema de comercio de madejas se emplean términos y valores andinos, estas en la época de la república ya son fusionadas con términos occidentales. En el proceso del enmadejado se desovillan los hilos en ocho hoyos. Para ellos se cuenta con ocho términos que diferencian los valores, el octavo valor adquiere precisamente un valor denominado “warku”, a partir de este valor se añade o disminuye las demás cantidades.

Por la presencia del sistema monetario occidental, a cada ovillo se ha hecho corresponder un valor monetario en base a Reales. En este sistema la cantidad máxima de ovillos es el ocho, luego se vuelve a contar como otro grupo.

TABLA 5.8. MEDIDAS DE LONGITUD A BASE DE HILO

(a) Miyu	un ovillo
(b) Hukral	dos ovillos
(c) Hukral miyu	tres ovillos
(d) Iskayral	cuatro ovillos
(e) Iskayral miyu	cinco ovillos
(f) Kimsaral	seis ovillos
(g) Kimsaral miyu	siete ovillos
(h) Warku	ocho ovillos

Fuente: Elaboración propia.

### 5.2.2. El sistema ternario: proceso de conteo “lunis par”

En la comunidad de Patacancha (Cusco) es usual el conteo por pares y ternas, el primero es denominado “par” que es una unidad de medida para cuantificar a los animales; mientras el segundo llamado “lunis par” constituye otra unidad de medida para cuantificar algunos productos. Esto quiere decir



que en la práctica se habla de: un par de llamas, dos pares de llamas, tres pares de llamas, etc.; o bien de: un lunis par de papas, dos lunis “paris” de papas, tres lunis “paris” de papas, etc. (Villavicencio, 2015, p. 25). También se ha identificado que la disposición de grupos de manojos en la siega de granos “watawata” o “picha” se elabora en base de tres pares de manojos. Caso similar ocurre en las ofrendas rituales, se forman tres pares de hojas de coca a la que se denomina “q’intu”.

Para estos casos, el procedimiento de conteo toma como unidad la terna “lunis par”, que se articula con las actividades que implican el empleo de la “base tres”, en la construcción del concepto de triple. El significado del concepto de “lunis par” está enmarcado en una ceremonia ritual de la comunidad andina.

Estos conceptos de “pares” y “ternas” sea dicho de paso, forman parte de la composición de la estructura de la Yupana.

### **5.2.3. El sistema quinario**

El historiador Peruano Luis E. Valcárcel afirma que la base de la numeración incaica no solamente fue decimal, sino también quinary. Para esta afirmación se basa en la descripción de la escala administrativa que emplearon en el tawantinsuyu, la agrupación mínima es la cantidad cinco, luego el doble ( $2 \times 5 = 10$ ), luego 50, continuado su doble ( $2 \times 50 = 100$ ), etc. El pureq, era el jefe de cinco familias, al que se denominaba “phisqa kamayuq”, el siguiente es el grupo de diez familias cuyo jefe es el “chunka kamayuq”, enseguida se tiene el jefe de cincuenta familias “phisqa chunka kamayuq”, el jefe de cien familias “pachaq kamayuq”, el jefe de quinientos familias “phisqa pachaq kamayuq”, el jefe de mil familias “waranqa kamayuq” y finalmente el jefe de diez mil familias llamado “hunu”. Se verifica que la organización administrativa sigue una escala de numeración asciende en múltiplos de cinco, o una doble base de 5 y en 10.

### ***La cantidad qallqu en aimara***

Existe una particularidad en la lengua aimara antigua. Para expresar las cantidades siete y ocho se utiliza la base cinco (qallqu), de esta forma: “paqallqu” es siete (pa: dos y qallqu: cinco) y “kimsaqallqu” es ocho (kimsa: tres y qallqu: cinco) y para el nueve se tiene “llatunka” o “llallatunka” que quiere decir “casi diez”. Algunos autores coinciden en señalar que

originalmente el cinco se decía qallqu, que significa una mano; sugieren la existencia de un sistema en base a este número (Pilares, 2005; Schroeder, 2001; Villavicencio, 1983). Siguiendo esta estructura los numerales del sistema quinario estarían compuestos por: maya(1), paya(2), kimsa(3) y pusi(4), con siguiente orden superior del qallqu (base 5). Los siguientes numerales en el segundo orden serían: maqallqu(5 y 1), paqallqu(5 y 2), kimsaqallqu(5 y 3), llalatunka(2 veces 5 menos 1 ó 10 menos 1)

Actualmente esta base quinary coexiste con la base decimal.

Con lo que respecta a la estructura del material didáctico Yupana tiene una relación más próxima con la base quinary. Sin embargo funciona sin complicaciones para trabajar el sistema decimal.

### **El numeral cinco en los relatos de Huarochirí**

Los “Manuscritos Huarochirí”, escritos enteramente en quechua y cuyo autor se desconoce, fueron recogidas por el padre Francisco de Ávila en el año 1607, y traducidos primero por el escritor peruano José María Arguedas (1975) en su obra “Dioses y hombres de Huarochirí”, y luego por Gerald Taylor (2008) en su obra “Ritos y tradiciones de Huarochirí”. En los manuscritos de Huarochirí el número cinco es mitológicamente recurrente. Se encuentran frases como: en aquella época los hombres resucitaban a los cinco días y los cultivos maduraban en cinco días (cap. I). Una llama le advierte a su amo que el mar se desbordará dentro de cinco días, que llevara comida para cinco días y el diluvio dura cinco días (cap. III). En la antigüedad el eclipse de sol duró cinco días (cap. IV). El “waka” mayor o principal “Pariacaca” nace de uno de los cinco huevos en el cerro “condorqoto”, así como sus hermanos y se convierten en sendos halcones, para luego convertirse en hombres (cap. V) Pariacaca le indica a una buena mujer que se vengará de la maldad humana dentro de cinco días (cap. VI). En el mes de mayo el ayllu de los Chahuincho hacía sus ceremonias de culto a la waka Chuquisuso durante cinco días (cap. VII). Pariacaca y sus hermanos convertidos en granizo y rayos para vencer a Carhuincho (cap. VIII). En Yaurillancha tuvieron origen los hombres, después de muertos retornan a este lugar (cap. XXVII). En Yaurillancha nacieron cinco hombres que emergieron de debajo de la tierra (Cap. XXXI).

### **5.3. EL SISTEMA GEOMÉTRICO PROPORCIONAL DE MEDIDAS**

El arquitecto y arqueoastrónomo Carlos Milla Villena (1983), presenta en sus investigaciones un nuevo enfoque de la concepción de la matemática andina. Para explicar este enfoque muestra las evidencias y metodologías que demuestran la existencia de un “Sistema Geométrico Proporcional de Medidas”, que ha sido empleado por los hombres andinos por más de 2 000 años, además propone que este conocimiento surge del mecanismo de variación de la relación matemática del “Pi” (número trascendente actual  $\pi$ ), que viene a ser la síntesis de las relaciones de la Cruz Cuadrada, y corresponde con el antiguo culto a la constelación de la Cruz del Sur. Este sistema de medidas es verificado según el autor con el descubrimiento del Geoglifo Estelar de las Salinas de Chao, en la costa norte peruana (p. 16).

El autor afirma que las evidencias son la galería de vigas ornamentales del templo viejo de Chavín de Huantar, elaboradas por únicos bajorelieves que existen en las losas de granito de los techos del templo. Se ha encontrado la iconografía de la fórmula de la Cruz Cuadrada y la fórmula ritual del Sistema Operativo de Medidas, que nos muestra una síntesis geométrica de las cuatro operaciones básicas para obtener el valor de “Pi” (Milla, 1983, p. 81).

Carlos Milla afirma que el método geométrico empleado por los amautas para obtener el valor de “Pi” se convierte en “Sistema Operacional que servía para unidades, múltiplos, y submúltiplos, así como para efectuar operaciones matemáticas y demás” (Ibíd).

#### **5.3.1. Postulados de la génesis de la matemática andina**

Carlos Milla (1983), presenta una visión pragmática, y proporciona la concurrencia de ciertos valores y conocimientos matemáticos coherentes al pensamiento cultural de los antiguos habitantes suramericanos. Algunos postulados son:

- El conocimiento matemático y científico Andino se origina por la observación de las estrellas (Cruz del Sur).
- En la constelación de la Cruz del Sur, la longitud de los brazos mayor y menor están en la relación similar a la que existe entre la longitud del lado de un cuadrado y su diagonal, y esta relación fue usada por el hombre andino desde la Época Precerámica (2.000 años a.C.) como lo demuestra el Geoglifo Estelar de las Salinas de Chao (ubicado en la costa norte del Perú).

- El análisis del Geoglifo demuestra que el control de los solsticios, la técnica de los espejos astronómicos, el ángulo intersolsticial y el sistema operativo de medidas, ya estaban en pleno uso en el segundo milenio antes de Cristo (Milla, 1983, p. 61)
- La unidad teórica y práctica es el número trascendente “Pi” (aproximado por el valor de  $\sqrt{10} = 3.16$ ); geométricamente es la diagonal mayor de la cruz cuadrada (Milla, 1983, p. 90).
- Este valor teórico se materializó en Unidad o patrón práctico de Medida:
  - Unidad pequeña= 0.158 m
  - Existen ocho operaciones (Milla, 1983, p. 91)

### 5.3.2. Concepto del uso de la unidad

Calor Milla (1983) nos informa que la ciencia estudiada y desarrollada por los amautas andinos tuvo un concepto teórico y práctico de la “Unidad como origen del TODO”. Este concepto fue obtenido a través del método geométrico basado en la proporción del cuadrado y su diagonal, la Unidad Teórica que se determinó es el número trascendente “Pi”, cuyo valor aproximado es  $\sqrt{10} = 3.16$ ), geométricamente es la diagonal mayor que une los vértices de la Cruz Cuadrada (Milla, 1983, p. 90).

Este valor teórico “3.16” se materializó en Unidades o Patrones prácticos de Medida, que estaban guardados en los principales templos. La longitud de estas Unidades cambia a través de los siglos, probablemente en función del ángulo formado por la alineación de las estrellas en las noches de los solsticios (Ibíd).

TABLA 5.9. COMPARACIÓN ENTRE LA UNIDAD Y SISTEMA DE MEDIDAS ANDINAS CON LAS OCCIDENTALES

Categoría	Occidental	Andino
<b>Concepto de unidad</b>	Abstracto y filosófico	Originado por la síntesis proporcional de la Cruz del Sur. La unidad es la longitud del cuadrado y su diagonal.
<b>Unidad de medida</b>	Metro	Lado del cuadrado proporcional y variable. Unidad pequeña y antigua equivale a 0.158 m
<b>Razón de cambio</b>	Decimal	$\sqrt{2}$ para submúltiplos $\sqrt{10}=3.16$ para múltiplos
<b>Unidad teórica</b>	La diez millonésima parte del cuadrante	$\pi = \sqrt{10} = 3.1622$ , valor proporcional normativo del sistema andino.

	terrestre (inconmensurable)	
<b>Método de obtención</b>	Geodésico y trigonométrico	Geométrico y proporcional
<b>Unidad material</b>	Barra de platino que sirve de metro	Monolitos o estelas rituales guardados en templos principales
<b>Templo tecnológico</b>	Breteuil, situado en Sevres, Francia	Sechin, Udim, Chavín, Tiwanaku, etc.
<b>Variación del Patrón</b>	Ya hubo 3 rectificaciones	Cambia por épocas y lugar en función del ángulo intersolsticial
<b>Método Operativo</b>	4 operaciones básicas, luego potencias y raíces, aplicadas en Matemáticas Superiores	8 operaciones: 4 para la obtener la primera Cruz cuadrada y 4 para la segunda Cruz. Que equivale a $\pi^2 = 10$ veces la unidad. Aplicadas en Matemáticas Superiores andinos

Fuente: Elaboración propia.

### 5.3.2.1. Operaciones posibles con el sistema geométrico proporcional de medidas

Garcilaso de la Vega menciona que los andinos conocieron la suma, pero Blas Valera nos informa también de la multiplicación. En efecto en la lengua quechua existen palabras para las cuatro operaciones. Adicionar se expresa YAPAY, sustraer QICHUY, multiplicar MIRAY y dividir RAKIY. En forma infinitivo: adición YAPANA, sustracción QICHUNA, multiplicación MIRAKI, división RAKI. La mayoría de los tratadistas de las matemáticas andinas han enfocado desde una visión aritmética, sin embargo, con el trabajo de Carlos Milla se tiene nuevas posibilidades de entendimiento de la actividad matemática andina.

Las principales operaciones que el sistema operativo de medida permite hacer geométricamente según Carlos Milla son:

- Multiplicar por  $2, \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4$ , etc.
- Dividir por  $2, \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4$ , etc.
- Multiplicar por  $\pi, \pi^2, \pi^3$ , etc.
- Dividir por  $\pi, \pi^2, \pi^3$ , etc.
- Multiplicar por  $2\pi, \sqrt{2\pi}, 2\sqrt{2\pi}, 4\pi$ , etc.
- Dividir por  $2\pi, \sqrt{2\pi}, 2\sqrt{2\pi}, 4\pi$ , etc.
- Multiplicar por  $3, 3\pi$ , etc.
- Dividir por  $3, 3\pi$ , etc.
- Multiplicar por  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$ , etc.
- Dividir la circunferencias en 2, 4, 8, 16, 32, 64 partes iguales.

- Dividir la circunferencias en 12, 24, 48 partes iguales.
- Dividir la circunferencias en 5, 10, 20, 40 partes iguales.
- Cambio de escala proporcional de “Pi” a raíz cuadrada de dos con finalidades de rectificar magnitudes.

#### **5.4. MEDIDAS ETNOHISTÓRICAS DE LA PROVINCIA DE CANAS**

Para referirnos a las medidas etnohistóricas de la provincia de Canas nos remitimos a algunas escasas fuentes que se han encontrado para esta investigación, que servirán de base para describir los conceptos y procedimientos etnomatemáticos de la cultura andina. Para esta revisión recurrimos a algunas fuentes históricas que nos proporcionaron información y algunos estudios no necesariamente pedagógicos, sino más bien, lingüísticos, históricos, antropológicos y arqueo-astronómicos.

A este respecto podemos mencionar los trabajos que dieron inicio el tratamiento de medidas de la cultura andina, como son los trabajos de la historiadora María Rostworowski (1960) que desarrolló sobre “las medidas y pesas en el Perú pre-hispánico”. Su aporte es la recopilación de informes de cronistas españoles, diccionarios quechuas y aimaras, como Gonzales Holguín, Torres Rubio y Bertonio Ludovico, entre otros.

El antropólogo canchino y cusqueño Abraham Valencia Espinoza (1982), desarrolló un informe titulado “Pesas y medidas Inkas”, con fuentes recogidas principalmente de las transacciones comerciales de textiles en las ferias de los distritos de Yanaoca, Langui, Layo, Qhewe, Ch’eqa y Kunturkanki, pertenecientes a la provincia de Canas. En el mencionado informe indica la revisión de algunos archivos de la ciudad del Cusco que datan del año 1595, registros del empleo de medidas de las tierras con el sistema del “tupuy<sup>20</sup>”. El “tupu” es un término quechua empleado para medir parcelas de terrenos agrícolas, en los años 1713 el “tupu” era de 96 varas de largo por 48 varas de ancho (M.S. Archivos del Colegio de Ciencias del Cusco citado por Rostworowski, 1960, p.16).

Una de las medidas de capacidad es el “kullu”, que servía para medir granos de trigo, maíz, etc. que era el equivalente a la “Pukcha” quechua. Según Cobo afirma, esta medida podía estar confeccionada por una calabaza seca, de madera o de plata (Rostworowski, 1960, p. 21). En Collao se utiliza el “aymura”, que es un costal de textil, que equivalía según Bertonio a una

---

<sup>20</sup> “Tupuy”, término quechua que indica la acción de medir, deriva del término “tupu”

fanega, y “aymuratha” quiere decir llenar el costal hasta el tope. Rostworowski afirma que el costal era indudablemente conocido en el Perú prehispánico, en los diccionarios antiguos aparece con los términos “cutama o kutama”(Antonio Basquez citado por Rostworowski, 1960, p. 22)

Los estudios realizadas por el Antropólogo Ladislao Mancilla Sotomayor indican que las parcelas de los terrenos de cultivo en el valle sagrado de los Incas, están basadas en medidas longitudinales del “tupu”, cuya equivalencia de la superficie de forma rectangular tenía variaciones de 2100 a 2300 metros cuadrados.

La medición del “tupu” se realizaba empleando el lazo o soga de 6 metros o 6 “rikras” de longitud (una rikra equivale a un metro de longitud). Cada “tupu” medía 11 lazos de largo por 6 lazos de ancho. Los submúltiplos del tupu son: la ch’iqta que es la mitad del tupu, el sular que es la cuarta parte del tupu, la tabla que es la octava parte del tupu, siendo el wachu (surco) la superficie mínima para el caso de parcela de terrenos. Esta medida también se aplicaba en las “pata, patas” que son los andenes, cuyas dimensiones estarían de acuerdo a la medida en “tablas”. Por otra parte en la provincia de Carabaya en el departamento de Puno, la medida de longitud estaba de acuerdo a la fuerza de trabajo realizado por un hombre durante el día con su tirapié, denominada “wiri”, en este caso la medida de la superficie de las tierras de cultivo estuvo basado en “wiris”.

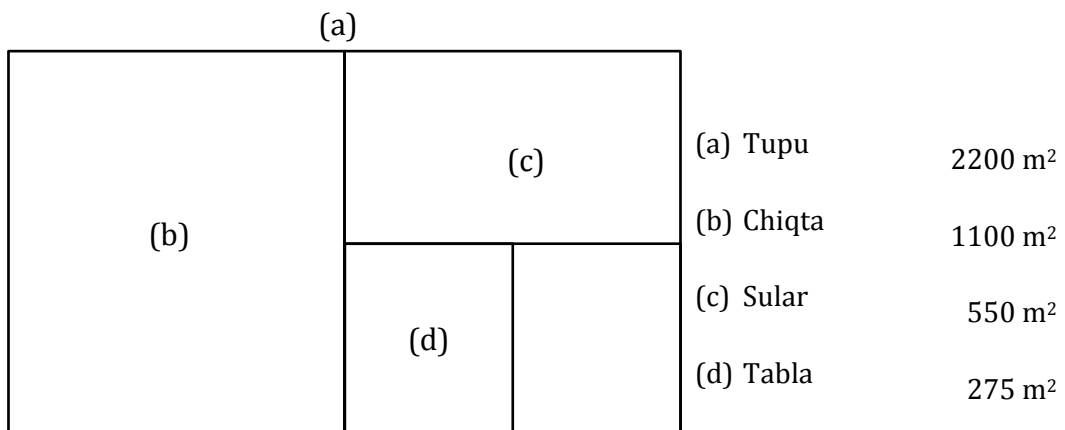


FIGURA 5.1. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS MEDIDAS DE SUPERFICIE INCA

Fuente: Mansilla (1970, p. 44)

El arquitecto peruano Santiago Agurto Calvo (1982) recopila información sobre las medidas de longitud en base a las construcciones arquitectónicas

realizadas por los Incas. Afirma que los Incas tuvieron que tener un sistema de medidas longitudinales, basado en las partes del cuerpo humano. En su trabajo ofrece medidas incaicas de longitud, equivalencias antropométricas, múltiplos y submúltiplos de la sikya (equivalente a una vara). En esta misma línea el arqueólogo y antropólogo estadounidense John Rowe (1944), hace una aproximación de las medidas de longitud basadas en las partes de cuerpo humano. Como una de las medidas indica el dedo usando el término “ruk’ana o luk’ana”, que es un vocablo aimara que significa dedo (Bertonio, 2011 [1612], p. 396).

En muchos lugares del departamento del Cusco se emplean medidas antropométricas como: el “rikra”, que es la extensión comprendida entre la yema de los dedos de la mano al punto superior del esternón, estando con los brazos extendidos en forma horizontal; la “t’aqlla” que es la palma extendida; el “maki muqu” es la distancia que existe entre la mano empuñada y el codo; el chaki (pie) también sirve para algunas medidas de longitud. Los Canas utilizan el “winay” que equivale a una carga de productos agrícolas, que es el volumen de peso que varía de acuerdo a la capacidad física del varón (Valencia, 1979, p. 180).

También se han registrado medidas en las ferias anuales de los pueblos de Cusco, cuando intercambian sus productos agrícolas y sus derivados como los ceramios y textiles. Respecto a las medidas de capacidad con ceramios se utilizan las vasijas: p’uku (plato), manka (olla), urpu (recipiente grande), de distintos tamaños. Para hacer el trueque se deben llenar estos recipientes con productos, en un sistema de proporción convenida y conocida tradicionalmente. Para el caso de medidas de capacidad en textil utilizan una bolsa denominada “kustal”, marcadas o señaladas por cordoncitos de lana en el extremo del “kustal”. El mecanismo para el marcado son los dobleces a la mitad, la cuarta, la octava, la décimo sexta, la trigésimo segunda partes del largo del “kustal” (Valencia, 1982, p. 13).

También en los pueblos de Canas se utilizan medidas antropométricas en la confección y comercialización de textiles, como en el caso de las “hilawi o laukhu”, que son madejillas envueltas en la palma de la mano; para su comercialización a cada envoltura se le denomina “maki”. Existen otras madejas más grandes para la confección de bayetas. Estos madejones se elaboran en el suelo con estacas, un proceso llamado “tila aysay”. La distancia entre las estacas se mide en “chakis” (pies). Para la medida de las bayetas se



emplean las “rikras”. Más adelante detallaremos éstas y otras medidas que utilizaron los k’anas en época del Tawantinsuyu y mantuvieron en la época colonial e incluso en la época de la república.

## **5.5. MEDIDAS DE LONGITUD Y PESAS INCAS EN LA PROVINCIA DE CANAS**

Nos remitimos a los estudios realizados por Abraham Valencia (1982), quien realiza la descripción de las medidas empleados por los pobladores de la provincia de Canas, especialmente en las ferias comerciales que se tenían establecidas en cada pueblo.

A continuación se presentan las medidas empleadas en las actividades realizadas por los Canas.

### **5.5.1. Actividad del hilado: Hilawi, Lawchu**

Los hilawi o Lawchu son pequeñas madejas hiladas de fibras de llama, alpaca u ovino, que se efectúa previamente torciendo la lana para convertir en hilos, luego se juntan dos hilos para dar veinte vueltas alrededor de la palma de la mano. Abraham Valencia informa que estas hilawis se comercializaban en las ferias semanales de Langui, Layo, Yanaoca, el Descanso, Qhewe y Ch’eqa.

Los pobladores de Canas, mujeres y varones, se dedican a la actividad del hilado, mayormente en los meses en que disminuyen las actividades agropecuarias; también lo hacen los pastores, además cuando están de viaje camino a otros pueblos. Los varones tienen un instrumento distinto a las mujeres denominado “mismina”, que son unos palos de aproximadamente veinte centímetros de regular grosor diseñados para esta actividad. Mientras el instrumento que utilizan las mujeres se denomina “phuska”, que es una especie de rueca de distinto tamaño. El hilado se hace con las “phuscana” (ruecas) o con “mismina” (huso), después de haber trasquilado y limpiado la lana previamente.

Cada “hilawi” mide aproximadamente 30 metros de longitud, una persona puede hacer 20 “hilawis” al día aproximadamente; algunos “hilawis” venían con aumento, esto consistía en otras dos pequeñas madejas envueltas alrededor del dedo pulgar, dando veinte vueltas, que se denominaba “hilawiq paltaychan” (el aumento de la madeja). Existe otra manera de hacer una madeja, haciendo un cruzado entre los dedos pulgar y meñique a manera de ocho, también con veinte vueltas.

Los “chutis” (sacados de la rueca) son los ovillos retirados una vez terminado el hilado en huso o rueca. Dependiendo para qué motivos es la confección hay distintos tipos de hilados, variando por la dureza de la envoltura, el grosor, etc.

#### **5.5.1.1. Medidas en la comercialización de las madejas**

Las ferias comerciales eran convenidas por los pueblos y generalmente eran semanales y anuales. Abraham Valencia escribe que las transacciones comerciales se realizaban en el cerco periférico de los templos de Langui, Layo y Yanaoca, estos lugares fueron tradicionalmente elegidos por los antepasados desde tiempos inmemoriales (1982, p. 18).

Valencia describe que en estos lugares se trocaban sus madejillas a cambio de productos como maíz, haba, papa, cebolla, plantas medicinales, coca, ají, sal, azúcar, etc. El grupo que comercializa tiene estrechas relaciones de amistad, los elaboradores de las madejillas son muy apreciados y queridos. Los compradores incluso adelantan dinero para demostrar que son cumplidores en sus convenios comerciales, y en los lazos de amistad. La venta de estos productos son muy ordenadas, de modo que son contabilizadas las madejillas en racimos de hasta cien “hilawis”; el proceso consiste en agrupar por tipos de hilado, luego se forman grupos de cinco o diez madejas “makis” (manos), llegando a formar generalmente entre dos o cuatro racimos de madejas.

Luego otros se encargan de desmadejarlos, lavarlos, teñirlos y formar ovillos de hilos. Para que finalmente sean los tejedores los encargados de confeccionar los diferentes artículos o atuendos para vestir a los pobladores: mantas, ponchos, chalinas etc.

#### **5.5.2. La actividad del enmadejado del hilo: “tela aysay”**

Se denomina así al proceso de formación de racimos de hilos para la confección de telas. Se realiza en suelo plano a base de ocho estacas, dispuesto en dos hileras de cuatro. Este proceso también se realiza en la comercialización en las ferias semanales. A este respecto Valencia afirma que en la feria de Yanaoca, los elaboradores de hilados se concentraban en el lugar designado para ellos; estos pobladores, que eran en su mayoría mujeres de los ayllus del distrito de Yanaoca (como “Layme”, “Sohoqollo”, Pabellones y otros), se juntaban de entre ocho personas, para tranzar la compra-venta.

Los principales compradores eran los de Qhewe y Ch'eqa, quienes eran los confeccionadores de bayetas.

Valencia al referirse al caso de la Feria de Yanaoca, relata que antiguamente el convenio comercial se realizaba en un área plana y amplia, ubicada tras el templo de Yanaoca; este lugar era considerado sacro y propicio para estas transacciones, y el espacio estaba ya dispuesto de palos y hoyos que eran respetados por los pobladores del lugar. Luego ha sido trasladado por las autoridades a otro lugar, ubicado en una cima y parte posterior del mercado. Este traslado hizo que disminuyera el número de participantes por considerarse el lugar “ácido” y desfavorable por la corriente del viento. Creen que los vientos malignos se encargan de llevar a otros lugares sus fragmentos de lana. Es preciso aclarar que esta actividad no tiene sólo fines comerciales, sino también de sociabilidad y actos religiosos.

Los ovillos son confeccionados principalmente por mujeres, previamente se selecciona la lana de acuerdo a la fibra, limpieza, color e hilado. El volumen de cada ovillo es generalmente el lleno de la mano semiabierta denominado “kururu” o “hayur”. Las mujeres se preocupan bastante de que esté bien elaborado, porque siendo una especialidad queda a juicio de los demás vendedores y compradores. Para el desarrollo del jalado de los hilos, cuando no se alcanza a completar el ovillo de alguna de ellas, se prestan la porción faltante. A este acto se le denomina “ayni”, y de similar forma hacen las vendedoras, siendo un aspecto recíproco muy practicado por los Canas y otros pueblos andinos.

Los compradores son especialmente los pobladores de los distritos de Qhewe, Ch'eqa y el Descanso (Kunturkanki), quienes se dedican a la confección de bayetas, pero a la feria asisten de muchos pueblos que también comercian comprando o vendiendo.

#### **5.5.2.1. Proceso del jalado de hilos**

Para la actividad denominada “aysay” (jalado) se juntan un número conveniente de personas, siendo necesario ocho ovillos, ocho estacas y cuatro hoyos, que ya están dispuestos en el suelo. Cuando se pacta realizar la compra venta, las personas se ubican en un extremo de las estacas.

El valor equivalente de un hoyo es un medio “miyu”, es decir 50 centavos; mientras para un par de ovillos es un entero, que equivale a un real, “hukral”. Para facilitar la transacción cada vendedor dispone de un par de ovillos. El

comerciante entabla la transacción con una persona representante del grupo de vendedoras, al que se le denomina “kuraq” (persona de mayor estatus y conocimiento) que cumple la función de líder, y realiza el jalado en las estacas, y luego recibe el dinero para ser repartido entre todas las participantes. Cuando no llevan ovillos pares se asocian con otras vendedoras; la feria demora unas tres horas, por la mañana de 9 a 12 horas.

#### **5.5.2.2. Preparación de las madejas**

Como se dijo, se dispone de ocho estacas que se distribuyen paralelamente, la distancia de un par de estacas es de 7 pasos o 20 cuartas, “taqallas”, aproximadamente, mientras el siguiente par está a una cuarta “taqla”; los 4 hoyos se ubican a un lado y sirven de devanador, en el que se depositan los ocho ovillos, de donde comienza el jalado de los hilos, haciendo que recorran los pares de estacas hasta completar 5 pares de vueltas o 10. Cada madeja se va registrando, luego la “kuraq” entrega la madeja a la compradora, quien recibe con amabilidad; generalmente por esta tarea se comparten hojas de coca, con lo que termina la transacción.

#### **5.4.3. La confección de bayetas**

La bayetas están tejidas de lanas de llama, alpaca y ovino generalmente. Los confeccionadores de bayeta eran mayormente los pobladores de los distritos de Ch’eqa, Qhewe y Kunturkanki, que se suministraban en la ferias semanales de Yanaoca y Qhewe. Cuentan con telares hechos a base de palos y tablas de maderas duras, materiales que adquirían de la provincia vecina de Acomayo. El tejido de la bayeta tiene dimensiones de entre 25 y 27 varas de largo y media vara de ancho.

La confección y comercialización de bayetas son realizadas en su mayoría por varones, su comercialización también ocurre en las ferias semanales. La medida que utilizan es la vara (instrumento convencional de palo), que es el equivalente a una “rikra”. Valencia informa que no hay mayores problemas en las relaciones comerciales, son afectivas y con mucho criterio ético.

#### **5.5.4. Comercialización de la coca: Kuka rantikuy**

Abraham Valencia afirma en base a las observaciones realizadas que la comercialización de las hojas de coca en Yanaoca, tiene características particulares en la forma de compra y distribución. Generalmente se adquieren en mancomunidad, siguiendo una serie de actos y convenciones de

ritos que comprende a superestructuras de pensamientos andinos. Se describirán en este caso los relacionados a las medidas empleadas en esta actividad.

El autor afirma que el proceso de fraccionamiento de paquetes de hojas de coca es muy antiguo. Los trueques se realizaban en los centros comerciales de los pueblos de Canas, mayormente con productos como: tejidos, ovillos, madejas de lana, papa, chuño (papa deshidratada), queso, huevos, etc. En estos tratos comerciales se proporcionaba a cambio de las hojas de coca, este trueque se realizaba detrás del templo de Yanaoca, junto al espacio de “tela aysay”.

#### **5.5.4.1. El aprovisionamiento de las hojas de coca**

Desde tiempos inmemoriales fueron los habitantes de “Pillpinto”, pertenecientes a la provincia vecina de Acomayo, los expertos en la comercialización de las hojas de coca. Pese a que en sus tierras no crece esta planta, eran comerciantes que tenían buenas relaciones con los pobladores de los valles de la Convención (Cusco). Los pillpinteños realizaban viajes tres veces al año en recuas de mulos, caballos y antiguamente en llamas.

Los gustos y preferencias de los caneños eran conocidos: se trataba de las hojas verdes, enteras y grandes, que solían denominar “qanchi kuka”, que eran frescas y agradables. Hacían que el consumidor no se agitara en el trabajo cotidiano. Los comerciantes de Pillpinto sólo venden por arrobas o cargas, son otras personas llamadas “mestizas” las que tienen sus puestos en el mercado de Yanaoca. Utilizaban unas varillas que servían como balanza para medir el peso, en un extremo se tenía sujetado una piedra que equivale a una libra y otra a media libra. En el otro extremo se tiene un gancho que sirve para asegurar el atado de la coca, y en la parte del medio pende un cordón para equilibrar y realizar el pesado.

#### **5.5.4.2. Procesos de comercialización de las hojas de coca**

Para iniciar la comercialización, los vendedores ofrecen y obsequian puñados de coca con la finalidad de comprobar la calidad; una vez aprobada la calidad de las hojas de coca, los compradores se reúnen en grupo, luego se elige al líder del grupo al que se denomina “qullana”, quien será el encargado de la distribución.

Los grupos de compradores están integrados por varias personas, dependiendo de las cantidades que se quiera comprar. Las cantidades pueden ser: un medio, un cuarto, un octavo, un dieciseisavo o sus combinaciones. Lo ideal es que el grupo no supere los ocho integrantes. Para la comercialización el grupo nombra un “qullana”, esta persona es quien organiza y realiza el proceso del pesado y distribución. El “qullana” indica para que los integrantes del grupo aporten sus cuotas de acuerdo al volumen deseado, para ello utiliza la fase “churakamuy o churakamuway” (póngase), luego hace el recuento del dinero y una vez completado al costo de la arroba, paga al vendedor. En algunos casos interviene un especialista en repartos, que hace la función del qullana, estos son técnicos en la distribución de acuerdo a las reglas y equivalencias convenidas, éste recibe un puñado de coca por cada participante.

Cancelado el costo, el qullana designa el lugar donde se realizará la distribución; en este lugar se extiende una manta, se pone en medio la arroba de coca, los integrantes rodean haciendo un círculo; para dar comienzo se hincan de rodillas, hacen un rezo o alabanza a la “mama kuka” (madre coca). El qullana inicia el reparto con la anuencia de sus dioses y el permiso de los presentes, repitiendo algunas palabras de agradecimiento y que todo resulte bueno, “tupanakusun” (nos encontraremos). La primera operación es calcular la mitad: para esto se utiliza una varilla de palo, que es la balanza y tiene 50 centímetros de largo; en sus extremos hay unos ganchos de clavo y en el medio una cuerda para equilibrar; se va repitiendo el proceso para cada subdivisión hasta completar lo requerido. Luego se entrega a los integrantes de acuerdo a la suscripción. La balanza o palillo en quechua se decía “aysana” y el verbo que indica la acción de pesar “aysani” (Rostworowski, 1960, p. 26).

Todos esperan hasta que se concluya el reparto, finalmente se despiden ritualmente, diciendo que se buscarán en una próxima compra; se desean éxitos y parabienes en el retorno a sus actividades agropecuarias. Los participantes se van contentos porque han socializado y han obteniendo ventaja al comprar en grupo.

#### **5.5.5. El corte de cebada: siwara ichhuy**

Los pobladores de la comunidad de Jilayhua de la provincia de Canas (entrevista, setiembre del 2016), afirman que el corte de cebada,

denominado “ichhuy”<sup>21</sup> (segar) se realiza en los meses de mayo y junio, cuando las espigas están maduras y secas. Esta actividad comunitaria se realiza a base del “ayni” (principio de reciprocidad), para el que se tenía normas convenidas desde sus ancestros, las cuales cumplían estrictamente.

#### **5.5.5.1. Inicio de la actividad del corte**

Para comenzar el “chakrakuq” (quien hace su chacra) llega a la parcela de cebada en la mañana temprano, allí espera a los “aynis”, que son sus compañeros comuneros, quienes previamente han sido informados para la actividad. En cuanto van llegando son recibidos con alegría, entregando hojas de coca mientras esperan a los demás. Para iniciar, como en toda actividad, hacen sus invocaciones de saludo y agradecimiento a sus “apus” y la madre tierra (Pachamama<sup>22</sup>). Una de las primeras acciones que hace el “chakrakuq” es elegir al “qullana”<sup>23</sup> (líder) y “qaywa qullana”<sup>24</sup> (segundo líder). Estas autoridades serán los encargados de dirigir toda la actividad, también se nombran a los “kañaris”<sup>25</sup> (capitanes), quienes harán cumplir las normas y las reglas de la costumbre del “ichhuy” y están a las órdenes del “qullana”. Comienzan a segar todos desde la parte inferior de la chacra, inicia también el canto característico denominado “haychay”, en el transcurso de la siega hay personas delegadas a hacer las cargas llamadas “winay”<sup>26</sup>, luego estas cargas serán trasladadas hasta la “era”<sup>27</sup>.

---

<sup>21</sup> “Ichhuy” es la acción de recoger, cortar la paja; segar la paja (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 176)

<sup>22</sup> Pachamama, su acepción se trata de un sustantivo mítico (Madre Tierra), “Dios totémico de los Inkas representado por el planeta Tierra, al que se le ofrecían ofrendas. El brindis era con ella en las ceremonias agrícolas y ganaderas, que aún sobreviven en la actualidad en el mundo andino” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 375). También se tiene el término “Kallaric pachamama: desde el comienzo del mundo” (González Holguín, 1952 [1608], p. 107).

<sup>23</sup> Qullana: excelencia, eminencia, nobleza, egregio, soberano, jefe (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 461).

<sup>24</sup> Qaywa qullana, qaywa o qullanaman qatiq: subjefe, el que sigue al jefe principal en labores agrícolas (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 454).

<sup>25</sup> Persona de servicio que hace tareas durante los almuerzos comunales en faena o recojo de productos caídos al suelo en el cargueo de la chacra al entroje (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 199).

<sup>26</sup> Ato, tercio de leña para cargar en la espalda (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 749).

<sup>27</sup> Era o “erapata”, lugar para la trilla (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 122).

### **5.5.5.2. Formación de las cargas “winaychay”**

Para la formación del “winay” (cargas) es necesario que la cebada se corte en grupos o montones ordenados denominados “phichas<sup>28</sup>”. La formación de “phichas” consiste en colocar los manojos de tallos de cebada en pares ordenados en forma de cruz y en un solo sentido. Estas pueden ser de tres o cuatro pares de manos denominados “maki” o “hap’iy”.

Las personas encargadas de elaborar las cargas realizan las mediciones que también están convenidas; la medida se hace en brazos denominados “marq’ay”, que se forma al recoger en brazos de cuatro o cinco “phichas”. Luego es juntado en el suelo entre cuatro o cinco “marq’as” y es atado con una sogla llamado “reata”; cuando se hayan completado para todas las reatas, el “kañari” comunica al “qullana” y al resto para que todos comiencen a recoger su carga.

### **5.5.5.3. Transporte de las cargas**

Tanto los varones como las mujeres jóvenes participan del “ichhuy”; para esta actividad portan ciertas prendas características para la ocasión, los varones visten un poncho remangado, un cinturón, un sombrero, pantalones hasta la pantorrilla y sandalias adaptadas. Las mujeres llevan una manta “unkhuña<sup>29</sup>”, falda, sombrero y sandalias. Para iniciar el cargado se enfilan, el “qullana” encabeza y le secunda el “qaywa qullana”, enseguida completan los demás integrantes, las mujeres van en el medio, y los “kañaris” por los costados vigilantes de lo que acontece y guardando el orden en todo momento. El número de integrantes puede variar de entre 12 a 32 personas, a todo el conjunto se denomina una “banda”. El cargado se hace cantando, para comenzar da voz el “qullana”, luego continúa el resto en coro, con ritmos variados, los cantos son referidos al “ánima” de cebada y dedican entre hayllis, huaynos y harawis <sup>30</sup> característicos, “haycha llallay haycha, mamaparwa haycha, haycha llallay haycha”. A lo largo del recorrido hay descansos a la que se denomina “miyu”, esta parada breve es pedido por el “kañari” con la finalidad de componer sus cargas si son necesarias, prosigue

---

<sup>28</sup> Porción, manojos de cereales recién recortados que juntados forman el tercio que puede ser cargado por una persona (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 421).

<sup>29</sup> Pequeño tejido cuadrangular que recubre la espalda y también se utiliza para cargar (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 449).

<sup>30</sup> Es toda composición poética en verso o en prosa (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 143).



la marcha, dependiendo la distancia pueden haber más paradas, se llega a un lugar denominado “erapata” donde descargan todos también en fila.

Inmediatamente los “kañaris” con puñados de cebada forman una cruz, luego llaman a todos a venir a una faena para hacer la capilla, acuden cada uno trayendo piedras o terrones para hacer un recinto de la cruz (es una simulación para simbolizar a sus dioses, probablemente la constelación de la Cruz del Sur). La cruz se denomina “San Isidro”, (una evidencia del sincretismo con la religión cristiana). Luego se da comienzo a un pequeño acto ritual, donde el “qullana” dirigiéndose a sus “apus”, a San Isidro, agradece por el día y hace el llamamiento para que todos colaboren y haya orden y salga bien el trabajo, todos responden afirmativamente y con mucho respeto. A continuación colocan sus “reatas” en el mismo orden que han venido y se sirve la chicha de jora que han preparado las mujeres en casa. Haciendo con el primer vaso el “ch'allay<sup>31</sup>”, que es el acto de esparcir un poco de chicha al suelo en señal de agradecimiento a sus “apus”. Luego, el Kañari indica recoger sus reatas y reiniciar con la actividad, y dispuestos en fila se desplazan trotando a la otra chacra.

#### **5.5.6. Construcción del puente colgante Q'eswachaka: chaka ruway**

El puente de Q'eswachaka está situado sobre el río Apurímac, en el distrito de Quehue, provincia de Canas, en la región del Cusco (Perú). El puente de Q'eswachaka forma parte del Qhapaq Ñan, que era el camino principal andino que permitía la articulación e integración de los pueblos del Tawantinsuyu desde épocas anteriores al siglo XV. El eje principal de esta vía fue la cordillera de los andes; desde este eje se desprendían otros caminos que formaban una red vial que abarcaba los países de Colombia, Ecuador, Perú, Bolivia, norte de Chile y noroeste de la Argentina (Bernabé & Orellana, 2016).

Para ello implementaron los tramos con infraestructura de puentes, tambos y depósitos para la comunicación y organización administrativa de los pueblos, hasta el tráfico de productos enviados a las “qullqas<sup>32</sup>” de los centros administrativos (Fuentes, 2015, p. 425).

---

<sup>31</sup> rociar, asperjar, salpicar con líquido (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 93).

<sup>32</sup> “Ccollca: granero de maíz” (González Holguín, 1952 [1608], p. 332)

#### **5.5.6.1. Renovación del puente colgante de Q'eswachaka**

Cada año en el mes de junio renuevan el puente colgante sobre el río Apurímac, confederadas las comunidades de Huinchiri, Chaupibanda y Perqaro ubicados en la margen izquierda del río Apurímac "lloq'empí"; y una cuarta comunidad, Ccollana Quehue, en la margen derecha del río denominada "pañampi"; los comuneros construyen el puente empleando el sistema de la "mink'a", que es una forma de reciprocidad empleada desde tiempos anteriores al incanato (Fuentes, 2015, p. 428).

Los trabajos para la renovación del puente comienzan un mes antes con la siega de la "q'uya" una gramínea muy resistente que crece en las zonas húmedas del lugar y en todo el altiplano. Luego de cortada y hecha atados, se deja secar al sol por un día, después cada atado es chancado para ablandarla, posteriormente se remoja para darle mayor flexibilidad y poder torcerla para formar las soguillas o "q'iswa" (Fuentes, 2015, p. 28). Las soguillas son envueltas cada 40 brazadas (aproximadamente 70 metros); en este trabajo manual participan mujeres, varones y niños.

#### **5.5.6.2. La construcción del puente colgante**

**El primer día** de trabajo comunitario, se inicia con la celebración del rito a los "Apus", se solicita el permiso a los Apus para iniciar el trabajo, así como la protección a los pobladores que participaran en la renovación del puente. La ceremonia es dirigida por el "paqu"<sup>33</sup> un especialista cuya función le ha sido conferida por sus ancestros. Luego cada familia entrega las sogas que han elaborado a las autoridades de cada comunidad. Posteriormente, bajo la supervisión del "Chakaruwaq"<sup>34</sup> (hacedor de puente) se procede a confeccionar las "sogas madre" denominados "duros", cuatro para la base y dos para los pasamanos. Cada "duro" está formado por tres "q'iswasqas" (soga de mayor grosor), formada por 16 q'iswas normales, los cuales son torcidas, luego éstas son trenzadas. Mientras que los pasamanos se forman por dos "q'iswasqas".

**El segundo día** se desata el puente viejo, luego son colocadas las nuevas cuerdas principales, y son fijadas en la infraestructura que está diseñada en

---

<sup>33</sup> A Cayetano Ccanahuire Puma, el paqo, sacerdote tradicional de los ritos que acompañan la construcción del puente, le fue entregado un reconocimiento por el Ministerio de Cultura del Perú el 11 de enero de 2012.

<sup>34</sup> Victoriano Arizapana Huayhua y Eleuterio Callo Tapia, los chakaruwak de Quehue, fueron reconocidos el 22 de agosto de 2010 como "Personalidades Meritorias de la Cultura Peruana" (Fuentes, 2015).

cada extremo con vigas y sujetadores de piedras y palos, con los cuales son trenzados los “duros”.

**El tercer día**, después de los actos rituales se comienza con el tejido de los laterales del puente, uniendo el piso con los pasamanos desde ambos extremos. Dos ayudantes van proporcionando a los tejedores q'iswas y “cayapus”, estos últimos son maderos que serán colocados de forma horizontal y de trecho en trecho en la base del puente entre las q'iswaskas (Fuentes, 2015, p. 430). El puente se termina con el encuentro de ambos “chakaruwaq” en el punto medio, que se denomina el “tinku”; para el mundo andino tiene una connotación simbólico-religiosa. Se finaliza con el tendido del piso del puente denominado “mast'a” (tapizado). El puente mide aproximadamente 28 metros o “28 rikras” (28 varas), por 1.20 metros de ancho o “6 t'akllas p'altanman” (6 palmos de ancho). Está ubicado a 3, 700 m.s.n.m. aproximadamente.

**El cuarto día** generalmente coincide con un día domingo, se organiza un festival de danzas tradicionales donde participan además de las cuatro comunidades varios pueblos vecinos de la provincia y la región del Cusco.

El ritual de reconstrucción del puente de Q'eswachaka fue declarado Patrimonio Cultural de la Nación mediante Resolución Directoral N° 1112 del 05 de agosto de 2009 (Fuentes, 2015, p. 431). Posteriormente, en 2013 fue declarado como Patrimonio Cultural Inmaterial de la Humanidad por La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) por los conocimientos, saberes y rituales asociados a la renovación anual del puente Q'eswachaka (Bernabé & Orellana, 2016).

## **5.6. REPRESENTACIÓN DE MEDIDAS DE LONGITUD Y PESAS**

Para la representación de las medidas de longitud, pesas y tiempo recurrimos a las informaciones que proporcionan los diccionarios lingüísticos antiguos y modernos, así como las investigaciones encontradas y las investigaciones propias.

Abraham Valencia (1982) en su informe afirma que ha constatado el año 1976 las pesas y medidas legendarias en los mercados tradicionales de la provincia de Canas y otras provincias del departamento de Cusco. Para mejor explicación incorpora una serie de ilustraciones gráficas de las mediciones empleadas por los Canas que se muestran en la Figura 5.2. Los cálculos de

longitud, volumen y capacidad han sido convenidos especialmente por las medidas antropométricas como se describe a continuación.

**Sullk'a rukana** (dedo meñique) o huch'uy rukana (González Holguín, 1952 [1608], p. 299), se considera la primera medida de longitud y espesor. Empleadas en la medición del volumen de las madejas de lana y cálculos lineales.



**T'uksina rukana** (dedo índice), "ttoksina rukana mama rukana ccatiqquen: dedo segundo, o índice" (Ibíd), es la segunda medida de longitud y grosor.



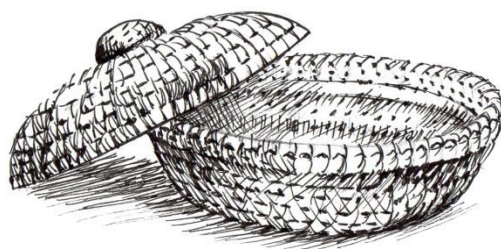
**Chaupi rukana** (dedo medio), "chaupi rukana o suni rukana: dedo de en medio" (Ibid), tercera medida de longitud y grosor.



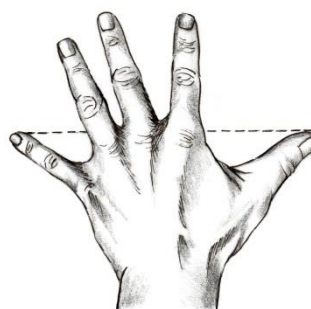
**Kuraq rukana** (dedo pulgar), para Holguín quiere decir "mama rukana: dedo pulgar" (Ibíd) se emplea frecuentemente en la medición de bayetas y jergas.



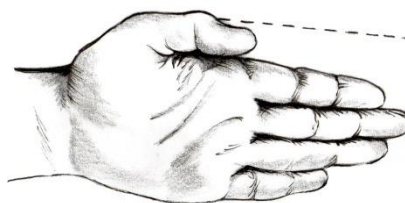
**Wik'u o Weqe** (cesma), medida de longitud que equivale a la distancia comprendida entre las puntas de los dedos índice y pulgar, con la palma de la mano extendida” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 744), se emplea para medir las bayetas, jergas y otras telas, así como para medidas arquitectónicas.



**T'aqlla** (palmo), “takllamaki: la palma de la mano” (González Holguín, 1952 [1608], p. 219), es una medida de longitud empleada en diversos objetos como: tejidos, palos, tablas, ceramios, arquitectura entre otros. Su medida es de 20 centímetros aproximadamente.



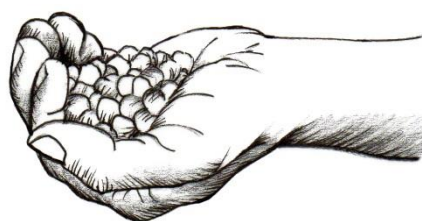
**Chaupi maki t'aqlla** (mitad de palmo), medida de longitud aproximada de diez centímetros, se emplea para medir longitudes pequeñas, y grosores.



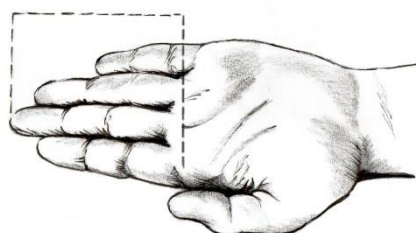
**Sakma** (Puño), “sakmani: apuñetear” (González Holguín, 1952 [1608], p. 263) se emplea como medida de volumen para ovillos de lana, también como medida de longitud que envuelve el puño.



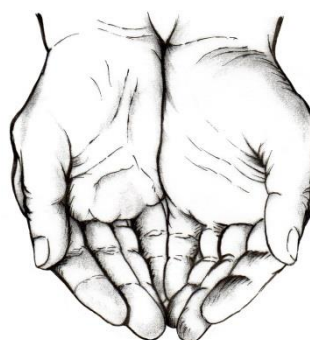
**Maki** (mano), es una de las principales medidas de capacidad, que tiene una variedad de usos tanto en las transacciones comerciales como en las actividades agrarias; en los mercados se emplean para calcular la cantidad de granos, harina, frutos, y otros.



**Kuskan maki** (mitad de la mano), medida para frutos y granos, se usa en ocasiones para hacer el aumento en las trueques. Su formación es la de un hoyo con los dedos juntados y el pulgar encogido en la palma.



**Puktuy** (entre manos), “medida de entre ambas manos” (González Holguín, 1952 [1608], p. 196), es otra medida de capacidad para calcular cantidad de granos, frutos, harinas y otros.



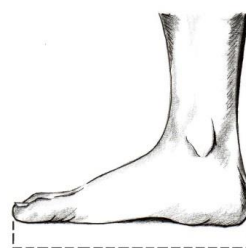
**Hapt'ay** (puñado), “puñado tomar” (González Holguín, 1952 [1608], p. 256), esta variedad de medida es particularmente usada para las hojas de coca. Valencia registra en 1981 que el “hapt'ay” de coca costaba cincuenta soles. Asimismo afirma que esta medida es sacra, porque se efectúa en el acto de convido ceremonial, en la merienda.



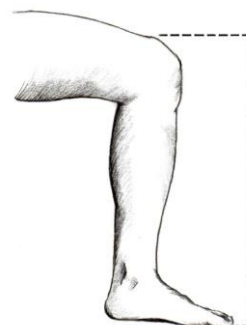
**Maki muqu** (mano codo), “palma de la mano: pampa maqui, o tanta maqui” (González Holguín, 1952 [1608], p. 376), es la dimensión entre la mano y el codo. Se emplea en la medida de madejas de hilo, cuerdas y sogas, cintillas, etc.



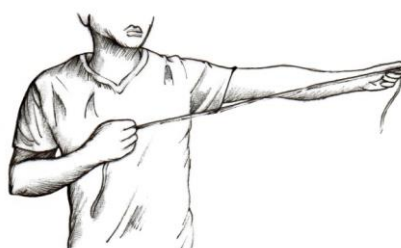
**T'aqlla chaki** (Palma de pie), y pampa chaqui: “planta del pie” (Ibíd), es la dimensión longitudinal de la palma del pie, se utiliza en la medida de las distancias de surcos de papa, maíz o haba, también para canales de riego, represas y otros.



**Chaki muqu** (pie rodilla), se utiliza para cálculos de longitud de cuerdas, sogas, lazos, etc. Se suelen contabilizar la cantidad de vueltas.



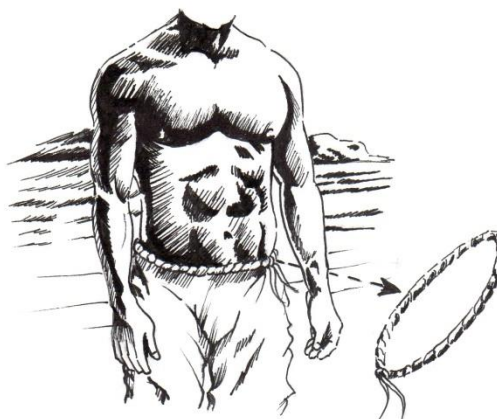
**Rikra** (hombro o brazada), “rikra: brazo, brazada, hombro; rikrani: medir a brazas” (González Holguín, 1952 [1608], p. 209), como ya se dijo anteriormente se refiere a la longitud entre la yema de los dedos de la mano al punto superior del esternón. Sirve para medir las bayetas, jergas, sogas, hilos, etc.



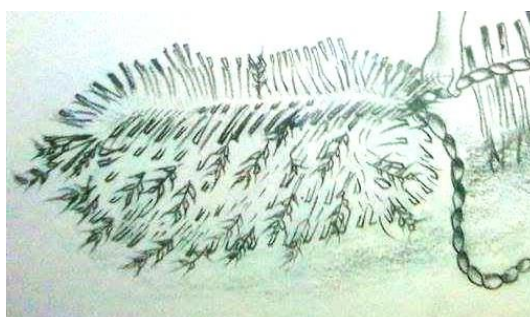
**Uma** (cabeza), “uma: cabeza” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 681) es una antigua medida de capacidad del valle de la Convención. La técnica consiste en envolver una cuerda en rededor de la cabeza a la altura frontal; la circunferencia obtenida es llenada con las hojas de coca, esta medida equivale aproximadamente a media arroba



**Wiqawi** (cintura), ésta era otra medida de capacidad utilizada principalmente en los valles de la Convención; similar a la técnica del uma, la circunferencia era llenada por las hojas de coca y es equivalente a una arroba.



**Winay** (carga), “vinay: carga, o tercio de carga” (González Holguín, 1952 [1608], p. 229). Valencia afirma que se trata de una medida legendaria de una carga equivalente a un quintal occidental, afirma también que equivale a cuatro “q’ipis” o atados, o a dos marq’ay (carga entre brazos). Los pobladores de la comunidad de Jilayhua (entrevista, 2016), afirman que un winay es el equivalente a cuatro o cinco “marq’ay” en la actividad de corte de cebada.





**Marq'ay** (carga entre brazos), “huc marcay: un brazado de lo que se lleva” (González Holguín, 1952 [1608], p. 163), Valencia afirma que es la mitad de un winay, es decir, equivaldría a la mitad de un quintal. Se emplea para acarrear los productos maduros en las cosechas, para el traslado con tallos de maíz, trigo, cebada, haba a los lugares de almacenamiento. Los pobladores de la comunidad de Jilayhua (entrevista, 2016) afirma que un “marq'ay” es el equivalente a cuatro “phichas” en la actividad de corte de cebada.



**Phicha**, consiste en colocar los manojos de tallos de cebada en pares ordenados en forma de cruz y en un solo sentido. Estas pueden ser de tres pares de manos denominado “maki” o “hap'iy”.



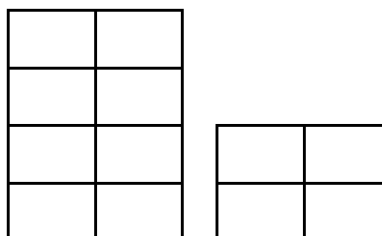
**hap'iy o Maki** (manejo), es el manejo de tallos de trigo, cebada u otros, cortados por la segadora (ichhuna).



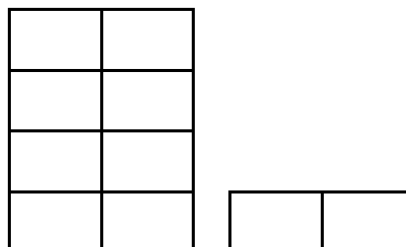
**Q'ipi** (atado), “quepi: hato de camino, o cargas” (González Holguín, 1952 [1608], p. 203), el peso equivalente es a un cuarto de quintal, es decir a una arroba. Sirve especialmente como medida en la cosecha de los tubérculos.



**Ch'iqta** (mitad de) “checta runcu: medio cesto cortado por medio” (González Holguín, 1952 [1608], p. 212).



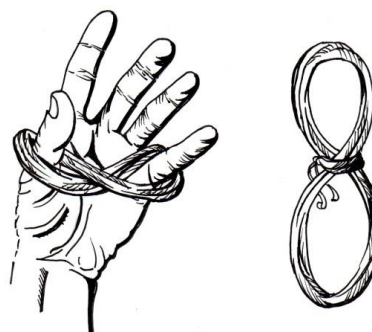
**Sillku** (cuarta parte de), “Sillcu runcu: la mitad del medio partido por medio” (Ibíd) o la cuarta parte de algún objeto.



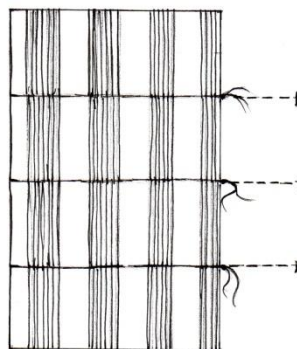
**Qutu** (montones), “Ccotto: monton, ccotto ccotto: montones, ccotoni: amontonar” (González Holguín, 1952 [1608], p. 73), medida común presente en las mercados tradicionales; el cálculo se realiza sobre una manta extendida sobre el suelo, para comerciar tubérculos, granos, frutas, hortalizas, etc.



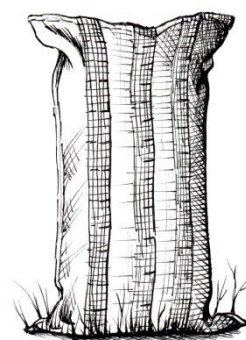
**Mayt'u** (envoltorio), “mayttu: envoltorio o manojo; mayttuni: envolver, liar, o hacer manojo de algo” (González Holguín, 1952 [1608], p. 165) medida de capacidad, que se trata de un envoltorio atado con algún hilo, cuerda o con los mismos tallos, se emplea en la comercialización de plantas aromáticas, medicinales, flores, hortalizas, etc.



**Chimpu** (fibra de costal) “chimpu o puyllu: señal de lana, hilo o bordilla de colores; chimpuscca: cosa señalada con lana” (González Holguín, 1952 [1608], p. 95). Son unos cordoncillos que se aseguran en un extremo de los costales, uno en la mitad y dos en la cuarta parte, estas señales sirven para medir la capacidad o volumen de los productos como: maíz, papa, trigo, cebada o habas.



**Kutama** (costal, saco, bolsa larga), “cutama costal” (González Holguín, 1952 [1608], p. 66), son costales tejidos de fibras de lana de llama, muy usados para transportar granos u otras cosas, generalmente son confeccionado por los pobladores de zonas geográficamente altas.



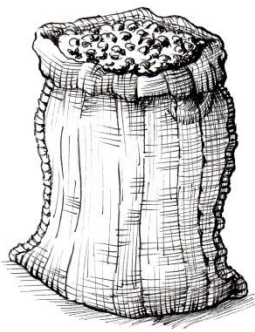
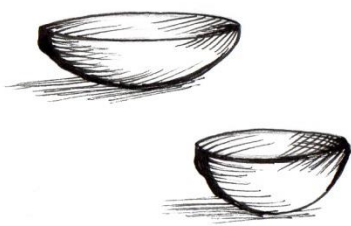
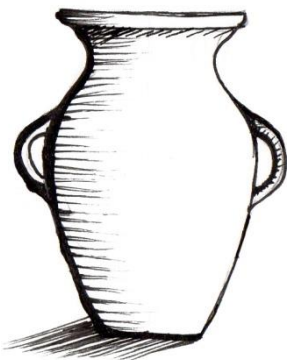
<p><b>Pukcha</b> (hanega), “media hanega<sup>35</sup>, la medida y lo medido en ella, yscay ppoccha, una hanega; patma poccha: una cuartilla” (González Holguín, 1952 [1608], p. 196), se utiliza para medir productos maduros como: cereales, tubérculos, harinas, etc.</p>	
<p><b>P'uktu</b> (cesto) son cestos o platillos que tienen diferentes dimensiones, así a una mitad de cesto se denomina “ch'eqta p'ukti” y a una cuarta parte se le llama “sillku púkti”. Se usan especialmente para la venta de frutos como el capulí, ciruelos, peras, duraznos, etc.</p>	
<p><b>Raki</b> (tinaja), “Raqui: barreno o tinaja boquiancha, medida como de media hanega y es de barro” (González Holguín, 1952 [1608], p. 208). Los rakis son unas vasijas de una altura aproximada de un metro, boca ancha; se afirma que tienen el equivalente a una fanega. También se usa para medir la capacidad (líquidos), puede contener 50 litros y medio. Un uso especial es para conservar la bebida tradicional de la chicha, “aqha”.</p>	

FIGURA 5.2. MEDICIONES EMPLEADAS POR LOS CANAS.

Fuente: Elaboración propia.

<sup>35</sup> Medida de capacidad para el grano, las legumbres y otros frutos, de valor variable según las regiones.

## **Capítulo 6.**

### **LA YUPANA Y EL KHIPU**

---

Para desarrollar la matemática andina se desplegaron dos instrumentos principales: la Yupana y el Khipu. La Yupana es un ábaco utilizado para realizar operaciones aritméticas, que se remonta a la época de los Incas. El Khipu es un objeto conformado por cuerdas de lana o de algodón de diversos colores y manejado e interpretado a través de las anudaciones que presenta. Es utilizado como un sistema de contabilidad. En este capítulo profundizamos en la aplicación de estas dos herramientas en una educación matemática para la Justicia social.



## **6.1. LA YUPANA**

### **6.1.1. Antecedentes**

Se tiene conocimiento sobre la Yupana en el ámbito académico gracias a la publicación de la obra “Primer nueva crónica y buen gobierno” atribuido al cronista peruano Guaman Poma de Ayala del año 1615. En este ámbito, se accede a la información gracias a las publicaciones realizadas en las actas del Congreso de Americanistas del año 1912, y posteriormente cuando el manuscrito fue publicado en una “versión retocada” en edición facsímil por el Instituto de Etnología de París en el año 1936 (Ríos, 2013, p. 44). A partir de estas publicaciones se han realizado interpretaciones del funcionamiento y uso de la Yupana, así como propuestas y adaptaciones metodológicas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en las escuelas.

El empleo de la Yupana como instrumento de cálculo se dispone principalmente de tres fuentes para formarnos una idea de su estructura: las fuentes lingüísticas (González Holguín, 1608; Chirinos, 2010; Ríos, 2012), fuentes escritas de las crónicas (Acosta, 1589; Garcilaso de la Vega, 1609; Guaman Poma, 1615) y las fuentes arqueológicas (Chordeleg 1869; Wiener, 1878, 1880; Max Uhle, 1922; Radicati, 1979). A continuación resumimos brevemente la información sobre estas fuentes.

### **6.1.2. Fuentes lingüísticas: términos Yupani, Yupana y Yupanqui**

El significado etimológico de la palabra yupani según González Holguín (1952 [1608]) es “contar y hacer cuentas”. Considerando este significado, el término yupani se emplea para denominar a la actividad de hacer cuentas.

Andrés Chirinos (2010) afirma que Yupana es un quechuismo, agrega además que tiene y tuvo uso en el ámbito religioso y significa estimar, honrar. Según Chirinos el término Yupana con la acepción de “tablero de cálculo” vendría a ser un neologismo en quechua y en castellano. Existe la raíz yupa-, que aplicada al verbo que significa “contar” en el sentido de hacer cuentas, es legítimo pensar en coalicionar con el nominador -na y que resulte como Yupana, con el significado de “ábaco” (Chirinos, 2010, p. 177). Por su parte, Jesús Ríos (2013), sostiene que el término Yupana tiene relación con “yupa”, que tiene la acepción de correcto, honesto, decente. Sin embargo también tiene su uso en la cuantificación, por ejemplo “papayupa”, que literalmente es el que cuenta las papas, en quechua se utiliza este término para denominar a

las personas que son tacañas o que no son generosas, porque lo correcto es “que se lo dé a manos llenas o en abundancia” (Ríos, 2013, p. 45).

De las afirmaciones revisadas podemos afirmar que “Yupana” tiene una acepción interpretativa, del vocablo quechua “yupay”, que significa cuenta, contabilizar, conteo, contar, etc. Si se tratase de una persona que teje, el instrumento que utiliza para realizar esta actividad sería el tejedor, en consecuencia por antonomasia surge el término Yupana para referirse al instrumento ancestral que sirve para realizar cuentas o contabilizar cantidades. Esta relación entre la designación de la actividad realizada y el instrumento utilizado se da también en otros contextos culturales. Por ejemplo la terminología contar en sumerio y babilonio antiguo estaba relacionada con la designación de la actividad y el instrumento (Ifrah, 1997, p. 321), en este sentido se tiene un término para expresar el verbo contar: “sid” (sumerio), ma-un (babilonio), Yupay Jakhuña (aimara), (quechua), contar (Castellano).

En este estudio también se emplea el término Yupana, en referencia a la persona que utiliza el instrumento de cálculo en la actividad de contar, además porque ya está difundido en muchas escuelas del Perú, Bolivia y Ecuador.

### **6.1.3. El término Yupanqui en las crónicas**

Encontramos en los escritos de Guaman Poma (1615) la denominación del término Yupanqui en los nombres de algunos gobernantes incas, tales como: el tercer Inca tiene de nombre “Lloqui Yupanqui Ynga”, cuyo padre es “Cinche Roca Ynga” y su abuelo “Maco Capac” (p. 97); el quinto Inca “Capac Yupanqui Ynga” (p. 101); el décimo Inca “Topa Ynga Yupanqui” (p. 111). Ello hace pensar una relación del término Yupanqui con el término raíz “yupay”.

El término “Yupanqui” existe hasta ahora como apellido, al respecto Garcilaso tradujo como “contarás”, como la segunda persona del futuro del verbo contar. Andrés Chirinos no está muy convencido del uso verbal para nominar a una persona, es decir la unión de yupa- y el sufijo -inki, sugiere un significado algo diferente. Para justificar su afirmación acude a usos de terminologías como “yachankichu” (conocerás), purinkichu (caminante) “llaminkichu” (uno que anda manoseando en estos términos el sufijo -inkichu nominaliza al verbo. Desde esta mirada Yupanqui sería traducido como nombre o adjetivo y no como verbo. Es decir significaría aficionado a



calcular, estimar, honrar (Chirinos, 2010, p. 178). Sin embargo considerando el sufijo “inki” o “nki”, las palabras que propone Chirinos estaría dado por términos “yachanki” (sabes), purinki (caminas), llaminki (coges) en ese caso no adjetiva al verbo “yupa”, la forma adjetivada sería yachaq (que conoce), puriq (caminante), llamiq (uno que manosea), así “yupaq” se emplea para quien cuenta o conoce de las cuentas, a lo que desea llegar Chirinos, pero no se cumple con el sufijo “inki” o “nki”.

Yupaychay es otro término quechua que se refiere a la acción de rendir culto, homenajear u honrar a alguien (Ríos, 2013). En este mismo contexto “yupaychaq” es la persona que se encargada de hacer efectiva esta actividad social o espiritual, y es visto como el sujeto que rinde culto. Pero la investidura tiene nombre propio y de acuerdo con sus funciones puede ser: Willakhumu, tuqrikuq, paqo, layqa, pampamisa, etc. Por lo tanto, si bien Yupana no tiene un nombre específico que refiera al instrumento para realizar cálculos aritméticos, tiene raíces que sustentan la actividad de realizar cuentas.

Chirinos cita a Cieza de León para justificar el uso del término “Yupanqui”, cuando escribe, “en la segunda parte trataré de los Incas yupangues, reyes antiguos que fueron del Perú y de sus grandes hechos gobernación”, de estas palabras podemos entender que todos los Incas eran Yupanquis, o “yupanguis” como pronunciación alternativa, esta última vigente en el norte de Perú, en Ecuador y Colombia. Evidentemente se puede contrastar en otras fuentes como: Betanzos, las Casas, Titu Cusi Yupanqui, Sarmiento y otros cronistas de la época, e incas como Inca Roca, Yawar Waqak, o el mismo Manko Inca, fueron también llamados yupanqui. Se conoce que al inca que más se le designa con el nombre de Yupanqui es a Pachakuteq. Con todo lo dicho se desea sostener que “la habilidad de contar y calcular debió estar íntimamente relacionada al *ser* de los incas, por ello es que ellos se llamarán yupanquis” (Chirinos, 2010, pp. 178-179). Por lo tanto, Yupanki, siendo un nombre, representaría a los expertos en las matemáticas e informáticas de la civilización del Tawantinsuyu, es una hipótesis de Chirinos que aún es incompleta.

#### **6.1.4. Fuentes escritas: la Yupana en las crónicas de los siglos XVI y XVII**

Entre los cronistas que informan sobre la Yupana se tiene a:

**José de Acosta**, que en su libro “Historia Natural y Moral de las Indias” publicado el año 1589, se refiere a la Yupana al escribir, “... y tenían otras suerte de khipus que usan de granos de maíz, cosa que encanta...” (Acosta, 2008, p. 210). Más adelante en relación con la división en la Yupana, dice:

*...pues verles otra suerte de quipos, que usan de granos de maíz, es cosa que encanta; porque una cuenta muy embarazosa, en que tendrá un muy buen contador que hacer por pluma y tinta, para ver a como les cabe entre tantos, tanto de contribución, sacando tanto de acullá y añadiendo tanto de acá, con otras cien retartalillas, tomarán estos [hombres] sus granos y pondrán uno aquí, tres acullá, ocho no sé dónde; pasaran un grano de aquí; trocarán tres de acullá, y en efecto, ellos salen con su cuenta hecha puntualísimamente, sin errar tilde, y mucho mejor se saben ellos poner en cuenta y razón de lo que cabe a cada uno de pagar o dar, que sabemos nosotros dáselo por pluma y tinta averiguando. Si esto no es ingenio y si estos hombres son bestias, júzguelo quien quisiere, que lo que yo juzgo de cierto es que, en aquello que se aplican, nos hacen grandes ventajas (Acosta, Libro Sexto, Cap. VIII, p. 211).*

Lo interesante de esta cita es la afirmación de la toma de piedrecillas y la disposición con previos movimientos de un espacio a otro, y finalizado los movimientos leen el resultado. Por el mensaje escrito, también podemos inferir que el autor no entiende el proceso de cálculo, por lo que no describe su funcionamiento. Acosta también hace notar el ingenio y la habilidad que tenían los originarios americanos para realizar cálculos y la aplicación a situaciones determinadas, incluso en su opinión les aventajaba a los colonizadores de su época.

**Garcilaso de la Vega** en su obra “Los Comentarios reales de los incas”, publicado en el año 1609, escribe:

*...los contadores o escribanos que tenían los nudos y cuentas de los tributos y delante del curaca y del gobernador Inca hacían las cuentas y particiones por los nudos de sus hilos y con piedrezuelas, conforme al número de los vecinos de la tal provincia, y las sacaban tan ajustadas y verdaderas, que en esta parte yo no sé a quién se pueda atribuir mayor alabanza, si a los contadores, que, sin cifras de guarismos, hacían sus cuentas y particiones ajustadas de cosas tan menudas, cosa que nuestros aritméticos suelen hacer con mucha dificultad, o al gobernador y ministros regios, que con tanta facilidad entendían la cuenta y razón que de todas ellas les daban. (Garcilaso de la Vega, Tomo I, Libro quinto, capítulo XVI, 1991 [1609], p. 245).*

Garcilaso hace referencia a las reparticiones con piedrecillas, resalta la habilidad para realizar estos cálculos y reconoce que aventajan a los aritméticos de esos tiempos.

**Guamán Poma de Ayala (1615)**, cronista de origen quechua, dibuja un khipukamayuy (contador) que sostiene un khipu y en la parte inferior un tablero de cinco filas y cuatro columnas dispuestas por puntos en foja siguiente escribe:

*...cuentan en tablas, numeran de cien mil, y de diez mil, y de ciento, y de diez, hasta llegar a una, de todo lo que pasa en este reino lo asienta, y fiestas y domingos, y meses, y años, y en cada ciudad y villa, y pueblos de [hombres/andinos] había estos dichos contadores y tesoreros en este reino. Y contaban de esta manera: comenzando de uno, dos y tres; huc [uno], iscay [dos], quimza [tres], taua [cuatro], pichica [cinco], zocta [seis], canchis [siete], puzag [ocho], iscon [nueve], chungu [diez], iscay chungu [veinte], quimza chungu [treinta], taua chungu [cuarenta], piscac chungu [cincuenta], zoctac chungu [sesenta], canchis chungu [setenta], puzac chungu [ochenta], iscon chungu [noventa], pachaca [cien], uaranga [mil], chungu guaranga [diez mil], huno [¿una décima?], pachaca huno [¿una centésima?], uaranga huno [¿Una milésima?], pantacac huno [¿innumerable?]* (Guaman Poma, 1987 [1615], p. 364)

Evidentemente la cita describe el tablero [Yupana] cuando refiere a “cuentas en tablas” y como es de imaginarse, comienza la lectura de arriba-abajo en alusión al valor de las filas. Por otra parte, podemos anotar que comienza la lectura del tablero desde “cien mil” que correspondería a un tablero de seis filas, cuando el tablero que acompaña en foja anterior es de cinco filas; esta afirmación no es contradictoria, pues cabe la posibilidad de aumentar las filas a las necesidades que se requieran. Otra información interesante es que se anuncia que eran los khipukamayuy “contadores” los especialistas de su manejo, quienes llevaban la cuenta de las fiestas, el calendario, y actividades de los pueblos. Más adelante prosigue con la numeración de las cantidades en quechua.

La ilustración que aparece el manuscrito de Guaman Poma (véase la Figura 6.1), presenta a un khipukamayuy “Curaca Condor Chava” con el título de “contador y tesorero del Tawantinsuyu”, que extiende en sus manos un khipu, y a cuyos pies está dibujado un tablero de veinte casilleros (5x4) que tienen círculos negros y blancos en su interior. El autor del manuscrito explica que el khipukamayuy tenía gran habilidad en las cuentas, para contar la cantidad de personas de un pueblo comparaba con los granos (granos de quinua) antes de registrarlos en las cuerdas o hilos de los khipus.



FIGURA 6.1. DIBUJO DE GUAMAN POMA Y LA REPRESENTACIÓN DE LA YUPANA

Fuente: Guaman Poma (1615, p. 360)

**El padre Juan Velasco** en su obra la “Historia del Reino de Quito de la América Meridional”, escribe:

*Ciertos archivos o depósitos hechos de madera, de piedra o de barro, con diversas separaciones, en las cuales se colocaban piedrecillas de distintos tamaños, colores y figuras angulares, porque eran excelentes lapidarios. Con las diversas combinaciones de ellas, perpetuaban los hechos y formaban cuenta de todo* (Velasco, 1841-44 citado por Radicati, 1979, pp. 271-272).

Esta cita afirma que este artefacto tuvo dos finalidades, una de “formar cuentas” y otra de “perpetrar los hechos”, es decir, fueron tableros para realizar operaciones de cálculo, pero también servía para registrar ideogramas (Radicati, 1979).

En el tablero de Guaman Poma, se puede observar una distribución regular de pequeños círculos negra y blanca en cada casillero: una, dos, tres y cinco circunferencias en cada columna. Muchos investigadores han interpretado esto de formas distintas. Henry Wassén (1931, p. 13) asume que los círculos blancos representan los hoyos del tablero, que al no ser utilizados durante el cómputo, quedaron vacíos; mientras que los puntos negros significan los huecos cubiertos con las fichas empleadas para calcular. Por su parte, Héctor

Calderón (1966, p. 26), afirma que las fichas blancas representaban a las unidades y las negras se utilizaban para representar el número cinco. De acuerdo con este planteamiento Emilio Mendizábal agrega que la notación de fichas de color negro son para sumar y las blancas para restar (1971, p. 5). Mendizábal (1976, p. 114) pone especial atención el significado mágico del número cinco, al indicar su uso en región norte del Perú y del número ocho en la región sur. Este detalle es corroborado por otros estudios que describen el uso frecuente incluso en los últimos siglos XX y XXI. También se observa la coincidencia en la progresión que presenta el ábaco de Guaman Poma y la secuencia aditiva de 1, 1, 2, 3, 5, 8..., del matemático de Pisa, Leonardo Bonacci o Fibonacci que, en el siglo XIII, introdujo en Europa la numeración indo-arábiga.

#### **6.1.5. Fuentes arqueológicas: uso de las tablas y su relación con la Yupana**

Se han encontrado tableros de piedra, de arcilla y de madera a las que se denomina tableros arqueológicos. Estos tableros tuvieron múltiples funciones en el Tawantinsuyu, variando en el tiempo y el lugar; fueron usados para motivos rituales, para el registro de cantos, y también como herramienta de cálculo (Rojas-Gamarra & Stepanova, 2015, p. 47).

El uso de los tableros ha sido interpretado de tres maneras: Como maquetas arquitectónicas, como Yupana o ábacos y como Taptanas o juegos de azar (Radicati, 1979, p. 280). La hipótesis de maqueta arquitectónica se dio a raíz del tablero descrito por Chordeleg (1869) (véase Figura 5.2), por la apariencia de presentar torreones con recintos cuadrados dispuestos uno seguido de otros. Apoyaron este planteamiento Adolfo Bastian (1877), y luego Federico Gonzáles Suárez (1878) al sostener que se trataría de la reproducción de un conjunto urbanístico. Radicati afirma que con el tiempo esta hipótesis fue prácticamente abandonada.

Las postulaciones de la tesis de uso como ábaco tuvo mayor aceptación entre los investigadores, entre ellos se tiene a Ch. Wiener, quien estudió el tema durante su viaje por el departamento de Áncash (1878-79) y, después lo desarrolló en su obra Perú y Bolivia (1880). En estos viajes Wiener recogió algunos relatos de los pobladores de Huamachuco “según la leyenda, dice, en ellos fueron registradas, en otros tiempos, por medio de granos de diferentes colores, las contribuciones de todos los habitantes de Huamachuco,

representando cada color una tribu especial" (citado por Radicati, 1979, p. 280-281).

Con respecto a la manera de realizar los cálculos, Wiener postula que "los diferentes pisos de estas especies de depósitos tenían la particularidad de elevar al décuplo el valor del grano que allí se hallaba; de manera que un grano en una división indicaba un valor de contribución que podía ser el décuplo o el céntuplo de aquel de otra división". Más adelante afirma que "en el Perú de ayer existía un cierto orden de cosas que se reflejaba en un libro mayor con la relación exacta del Debe y Haber". El libro mayor se referiría evidentemente a los khipus, y la distribución simétrica se trataría del dualismo de los casilleros y las torres, porque una parte simétrica de los casilleros junto a la torre serviría para calcular la cantidad de datos favorables, la otra parte para los datos desfavorables. En esta misma línea de interpretaciones, es decir como Yupanas, también estudiaron los franceses Verneau y Rivet, en la publicación *Etnología antigua del Ecuador* (1912-22), en la que opinan sobre los tableros hasta entonces conocidos, tanto ecuatorianos como peruanos.

Posteriormente, se postuló la idea de la representación de tableros de juego, uno de los que apoyó esta idea fue Max Uhle (1922). Al describir el tablero de Huancaruchu, Uhle afirma que la oposición simétrica de las casillas iguales se trataría en la práctica de juegos de azar entre dos partes contrarias. Estaría relacionado al juego ancestral "phiskay", y Uhle afirma que la conducción del juego se efectuaba tirando a los dados y por turno. Phiskay se jugaba con la phiska, que era un dado en forma piramidal confeccionado de madera, arcilla o hueso, y en cuyos cinco lados estaban indicados los valores 1, 2, 3, 4 y 5. (Gonzalez Holguin, 1989; Murúa 1946 [1590]: lib. III, cap. XXV).

#### **6.1.6. Antiguos tableros con casilleros**

El primer hallazgo arqueológico asociado a la Yupana fue una tableta simétrica (33x27cm), encontrada por Chordeleg cerca de Cuenca (Ecuador) en 1869, que mostraba 21 espacios tallados y plataformas elevadas en dos esquinas diagonales (Tun, 2014, pp. 1-2). Este objeto similar a los que describe el padre Juan Velasco, ha sido presentado por L. Heuzey en su obra "El Tesoro de Cuenca" en 1870. Se ha perdido la especie original, pero se tienen reproducciones idénticas en varios museos como el de Santiago de Chile y el Etnográfico de Berlín (Radicati, 1979, p. 271). Posteriormente se

produjo más hallazgo entre los pueblos de Cuenca y Sig Sig (véase figura 5. 3, parte a y b), sobre estos artefactos da información el padre Jesús Arriaga en su obra “Apuntes de arqueología Cañar” (1922).

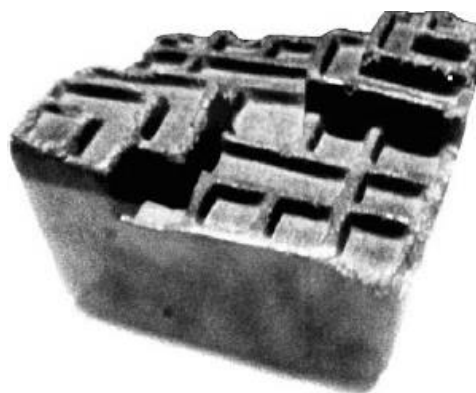


FIGURA 6. 2. TALLADO SIMILAR A LA YUPANA DESCRITO POR CHORDELEG

Fuente: Tun, (2014, p. 2)

En el Perú se han encontrado objetos similares que fueron estudiados por Ch. Wiener (1878-79) y, más tarde, por R. Verneau y P. Rivet (1912-22: I, 244-250) y por E. Nordenskiöld (1931). La mayoría de los tableros encontrados, tanto ecuatorianos como peruanos, son de piedra, madera y arcilla, con algunas diferencias unas de las otras, pero también con coincidencias importantes.

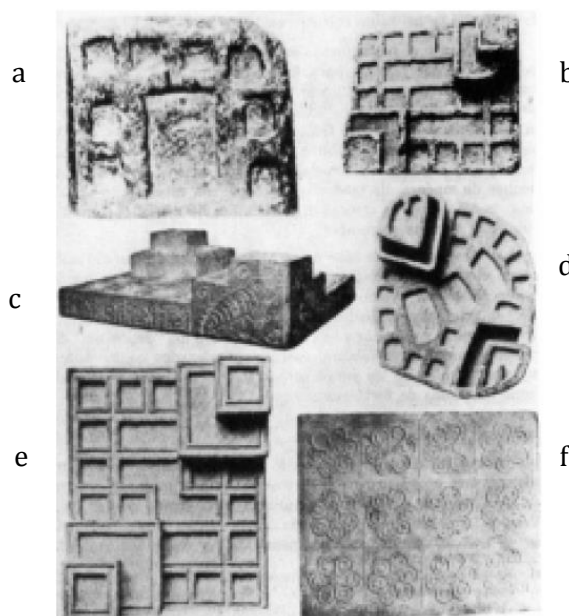


FIGURA 6.3. TABLEROS DE CUENCA

Fuente: Radicati (1979)

El primero que se ha encontrado es en Caráz (Ancash), similar al tablero encontrado en Cuenca, y se diferencia sólo por el espacio central que tiene forma rectangular en lugar de octogonal (Figura 6.3, parte b). Un segundo tablero procede de Pallasca (Áncash), tiene una base de forma ovalada, y los casilleros son simétricos (véase Figura 6. 3, parte d).

El tablero de Chan-Chan, es otro tablero también de madera, se encontró en las excavaciones realizadas en Chan-Chan (Trujillo) y se encuentra en el Museo Etnográfico de Gotemburgo (Izickowitz 1967, citado por Radicati, 1979). Es similar al tablero encontrado en Caraz y Cuenca, también tiene las torres y siguen el mismo ordenamiento (véase Figura 6.4); tiene un tamaño más pequeño (16,5 x 13,5 cm).

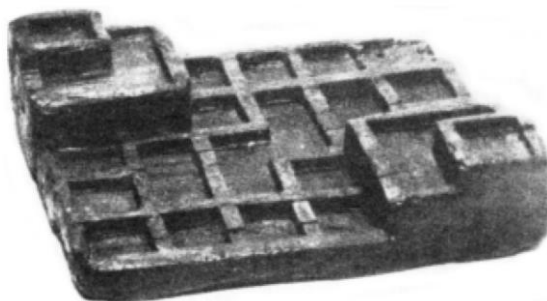


FIGURA 6. 4. TABLERO DE MADERA DE CHAN-CHAN

Fuente: Radicati (1979)

Un tablero de piedra, que forma parte de la colección Radicati, es de origen desconocido, el autor indica que podría proceder de algún lugar del Callejón de Huaylas; tiene las casillas salientes en forma de prisma en las esquinas opuestas (Figura 6.5).

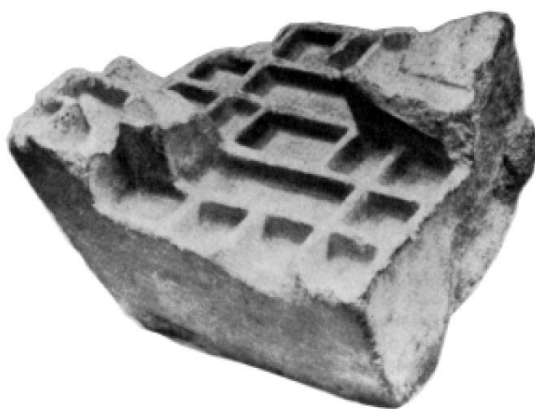


FIGURA 6. 5. TABLERO DE PIEDRA DE ÁNCASH

Fuente: Radicati (1979)



Otro tablero es el procedente del Callejón de Huaylas (Ancash), descrito por E. Nordenskiöld en su obra “Origen de las civilizaciones indígenas de América del Sur” (1931). El tablero consta de 19 casilleros, de las cuales quince casilleros de menor tamaño se distribuyen en cinco casilleros en tres de los lados, un par rectangular en la parte central y otro par de forma cuadrada en la parte central superior (véase Figura 6. 6).

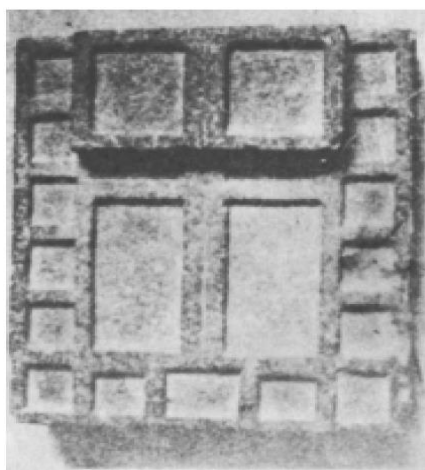


FIGURA 6. 6. TABLERO DE PIEDRA DE CALLEJÓN DE HUAYLAS

Fuente: E. Nordenskiöld

Radicati (1979) describe un tablero de arcilla que ha sido encontrado en el yacimiento arqueológico de Cárhua de la Bahía de la Independencia en la provincia de Pisco (Ica), que tiene una distribución proporcional de los casilleros: la parte central presenta un rectángulo mayor que el resto, y su borde está dividido en tres casilleros por cada lado. Se prolonga en sentido horizontal de forma simétrica para ambos lados, con la distribución de uno, dos y tres. El casillero “uno” está ubicado en la parte central y es más largo que los otros (véase Figura 6.7)

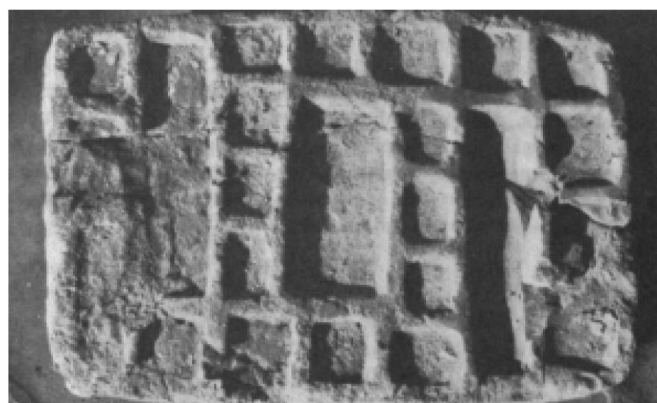


FIGURA 6. 7. TABLERO DE ARCILLA PARACAS (PISCO)

Fuente: Museo Regional de Ica

El segundo ejemplar encontrado en Paracas (Ica) es de hueso de cachalote, material frecuente de uso funeral según J.C. Tello (1959). Tiene forma rectangular (32 x 23 cm), su distribución es muy similar al tablero de arcilla. También están organizados en casilleros de uno, tres y cinco (véase Figura 6.8).



FIGURA 6. 8. TABLERO DE PIEDRA DE ÁNCASH DESCRITO POR E. NORDENSKIÖLD

Fuente: Museo Regional de Ica

Existe otro tablero de hueso proveniente también de Cárhua (Ica), tiene una distribución de uno, dos, tres y cinco casilleros, similar al tablero de arcilla encontrado en el yacimiento arqueológico de Pisco (véase Figura 6.9).



FIGURA 6. 9. TABLERO DE HUESO DE CACHALOTE DE CÁRHUA (PISCO)

Fuente: Museo Regional de Ica (Raticati, 1979)

El dibujo en cuadros o en rectángulos también estaba presente en la alfarería, no sólo con motivos decorativos, sino como un símbolo de un artefacto en forma de tablero con escaques. Raticati describe dos ceramios mochica. La primera es la representación de una escenografía de un huaco, donde aparecen individuos rodeados de pallares y en actitud de disponer sobre el suelo algunas varillas blancas y negras para formar una especie de enrejado o

damero, con la particularidad probablemente de fácil confección y desarmado (véase Figura 6. 10).

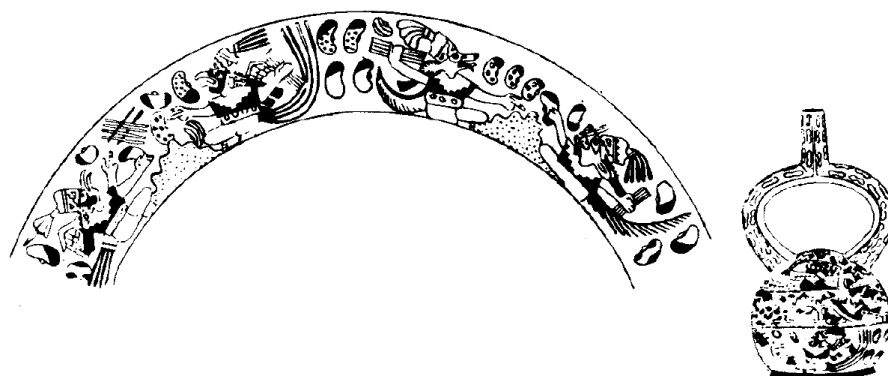


FIGURA 6. 10. VASIJA MOCHICA CON LA REPRESENTACIÓN DE UN TABLERO CUYOS ESCAQUES ESTÁN FORMADOS POR VARILLAS.

Fuente: Larco Hoyle

Una segunda representación de tablero con escaques se visualiza en una vasija Moche, que se encuentra en el Museo de Arqueología de Lima. Este cántaro presenta una escenografía de un desfile de personas que transportan con solemnidad un tablero de grandes proporciones, en cuya superficie están delineados veinte casilleros (5 x 4), la mayoría de los casilleros presentan dos puntos en su interior. La persona que lleva el tablero está “ricamente ataviada de vestido”, escoltado por un guerrero y seguido por músicos y personas que cargan un arreglo de estacas en cuya cima están clavadas cabezas humanas, que parece mostrar un acto funerario (véase figura 6.11).



FIGURA 6. 11. REPRESENTACIÓN DE UN CÁNTARO MOCHICA DONDE UNO DE LOS PERSONAJES CARGA UN TABLERO CON ESCAQUES.

Fuente: Museo Nacional de Arqueología, Antropología e Historia del Perú (Lima)

El dibujo de este tablero es muy semejante a la Figura 5.1 que aparece en los manuscritos de la “Primer nueva crónica y buen gobierno”. Más tarde esta

figura se describe con mayor detalle en los manuscritos de Blas Valera en “Exsul Inmeritus Blas Valera Populo Suo”, un manuscrito escrito en las lenguas latín y quechua.

## **6.2. INTERPRETACIONES DEL TABLERO Y FUNCIONAMIENTO DE LA YUPANA**

### **6.2.1. Estructura y organización de los números en la cultura andina por Emilio Mendizábal**

El antropólogo Emilio Mendizábal en su obra “Estructura y función en la cultura andina: fase inka” (1989), sostiene la posibilidad de que en los tawantinsuyus, además de conocer la organización decimal de los números, se conocieran otras estructuras sustentadas en la significación de los números, por ejemplo el número cinco en la parte Norte del Perú y el número ocho en la parte Sur (citado por Radicati, 1979, p. 287). Esta afirmación se corrobora con los estudios realizados por Abrahan Valencia en la provincia de Canas-Cusco (1982). En esta misma línea refuerza la información recogida en las entrevistas del estudio de campo sobre las estructuras presentes en la actividades productivas comunitarias del “cegado de la cebada” (Entrevistas a pobladores de la provincia de Canas, 2016 ), donde están presentes estructuras de cantidades en pares y manejo de grupos o colecciones ordenados.

### **6.2.2. Interpretación del tablero de Guaman Poma por Henry Waseén**

El primer intento de búsqueda sobre la interpretación de los cálculos en la Yupana fue realizado por Henry Waseén (1931), que publica en su artículo “El antiguo ábaco peruano”, que constaba de una colección de estudios etnográficos comparativos (Lisi, 1990, p. 83). Este autor asume que los puntos blancos del tablero de Guaman Poma significan ausencia de fichas y los puntos negros presencia del registro; el tablero se ubica de forma vertical, donde las filas estarían organizados en grupos de orden decimal de uno al diez mil, y los recuadros en horizontal de izquierda a derecha fueron asignados con los valores de 5, 15, 30 y 30. Es decir: en el primer casillero cada agujero tiene el valor de uno ( $5 \times 1 = 5$ ), en el segundo casillero cada agujero tiene el valor de cinco ( $3 \times 5 = 15$ ), en el siguiente cada uno a quince ( $2 \times 15$ ) y el último a treinta ( $30 \times 1 = 30$ ) (Radicati, 1979, p. 286), como se muestra en la **Figura 6.12**. Con estos criterios representar una cantidad, por ejemplo siete, sólo es necesario utilizar la columna de A y B, es decir, tres en

la columna A y uno en la columna B. Sin embargo las otras columnas no tienen mayor utilidad y se tiene varios agujeros y valores innecesarios. Esta interpretación no ha tenido mayor atención por parte de los investigadores, porque su funcionamiento resulta bastante forzado y poco práctico.

WASSÉN'S SOLUTION 1931

	A	B	C	D	
10000	○ ○	○	○	○	a
	○ 5 × 10000	3 × 50000 ○	2 × 150000	○ 300000	
	○ ○	○	○		
1000	○ ○	○	○	○	b
	○ 5 × 1000	3 × 5000 ○	2 × 15000	○ 30000	
	○ ○	○	○		
100	○ ○	○	○	○	c
	○ 5 × 100	3 × 500 ○	2 × 1500	○ 3000	
	○ ○	○	○		
10	○ ○	○	○	○	d
	○ 5 × 10	3 × 50 ○	2 × 150	○ 300	
	○ ○	○	○		
1	○ ○	○	○	○	e
	○ 5 × 1	3 × 5 ○	2 × 15	○ 30	
	○ ○	○	○		
	1	5	15	30	

FIGURA 6. 12. PROPUESTA DE TABLERO SEGÚN H. WASEÉN

Fuente: Henry Waseén (1931) en Leonard y Shakiban (2011, p. 85)

### 6.2.3. Notación simbólica en la interpretación del tablero de Diego Pareja

Una interpretación de la Yupana atendiendo a la notación simbólica de las cantidades es enfocada por Diego Pareja (1986). Este autor presenta su propuesta en base a las afirmaciones de J.A. Mason (1962), quien señaló que muchas civilizaciones del centro y sur de América han hecho uso de la notación simbólica para representar diferentes valores numéricos. Se conoce que los babilonios utilizaron ganchos verticales y horizontales y las cuñas, los chinos utilizaron líneas verticales y horizontales, y los mayas expresaron los valores numéricos con sólo tres símbolos: un punto, una barra y un símbolo similar a un pallar (que representa cero). A este respecto J.A. Mason (1962) sostuvo que las cifras de un número se representan con a lo más cinco granos de maíz o piedrecillas de dos coloraciones distintas (p. 216).

Siguiendo la lógica del empleo de símbolos y las afirmaciones de Mason, Pareja opina que los incas emplearon dos símbolos para denotar valores: un círculo blanco que representa "uno" y un círculo negro que representa "cinco". La distinción se haría usando dos colores de piedras o semillas (Lisi, 1990, p. 86). Considerando que cada cuadrado tiene un número diferente de

agujeros (uno, dos, tres o cinco), los cuadrados en blanco representan cero, y cada piedra tiene un valor diferente (uno o cinco), los valores de cada cuadrado de Yupana pueden variar desde cero a veinticinco. Esta configuración complica para los cálculos aritméticos y se evidencia la falta de uniformidad.

#### 6.2.4. Interpretación del tablero de Carlos Radicati

**Carlos Radicati** (1979) después de evaluar la interpretación de Waseén, presenta su propia alternativa. Al igual que Waseén considera los puntos o agujeros del tablero de Guaman Poma como presencia o ausencia de registro; por otra parte a la presencia de cada ficha en las columnas se asigna el valor de “uno”, mientras las filas se organizan en potencias de diez, con la flexibilidad de variar según se requiera, la cantidad de piedrecillas en cada recuadro pueden varias hasta un máximo de nueve por recuadro (Radicati, 1979, pp. 289-294). Con estos criterios resultan con cierta facilidad los cálculos de sumas y restas, pero se complican su manejo para las multiplicaciones y divisiones.

	A	B	C	D	E	F	
a							10000
b							1000
c							100
d							100
e							10
	1	1	1	1	1	1	

FIGURA 6. 13. PROPUESTA DE TABLERO SEGÚN C. RADICATI

Fuente: Carlos Radicati (1979)

#### 6.2.5. La propuesta de Yupana de William Burns

El ingeniero textil William Burns Glynn presenta en su obra titulada “La tabla de cálculo de los incas”, publicada en 1981, una explicación convincente sobre el método de uso del ábaco Inca. Las razones están basadas en: a) uso del sistema decimal, b) asignación palabras a los diferentes números, c) uso de

una tableta calculadora y d) empleo de otros contadores para representar los valores numéricos (Leonard & Shakiban, 2011, p. 90).

Burns también basa su interpretación en la ilustración de Guaman Poma, este autor a diferencia de los anteriores sostiene que la Yupana no debe situarse como está en la ilustración, sino más bien en forma horizontal (Ibíd), pero conserva la cantidad de agujeros en cinco, tres, dos y uno. En esta orientación, el tablero se adapta a la notación de los dígitos indo-arábicos, el orden va de derecha a izquierda, donde la columna más a la derecha está reservada para los dígitos de la unidad, seguida por las decenas, centenas, miles y diez miles. Para realizar los cálculos se emplean los diez agujeros, hasta la tercera fila, el agujero superior sirve de “memoria” y tiene el valor de diez. Al completar los agujeros de la columna con piedras o granos se cambia con uno de la parte superior, es decir, diez fichas o granos colocados en cada agujero y recuadro se pueden cambiar con una ficha en el espacio de la “memoria”. Luego esta piedra o ficha de la “memoria” se desplaza al siguiente nivel o columna de las decenas. Esta configuración permite realizar con cierta facilidad la suma y la resta, mientras que para los cálculos de multiplicación y división son necesarios los resultados parciales y mayor cantidad de piedras o fichas.

10000	1000	100	10	1	
○	○	○	○	○	10
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	2x1
○ ○ ○	○ ○ ○	○ ○ ○	○ ○ ○	○ ○ ○	3x1
○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	5x1

FIGURA 6. 14. INTERPRETACIÓN DEL TABLERO SEGÚN W. BURNS

Fuente: William Burns (1981)

#### 6.2.6. Solución de Nicolino De Pasquale

El Italiano Nicolino De Pasquale (2001), presentó una solución que es uniforme, toma en consideración la cantidad de agujeros en cada cuadrícula, es decir para representar el valor de un círculo cualquiera, utiliza el valor del total de círculos fijos contenida en cada cuadrícula; Pasquale propone que la

Yupana realmente es calculada en base 40. Para los valores de los cuadrados de izquierda a derecha, la piedra en el primer cuadrado tendría valor uno, las dos piedras en el segundo cuadrado tendrían cada uno el valor de dos, en el siguiente las tres piedras en el cuadrado cada uno tendría el valor de tres, y finalmente las cinco piedras en el cuadrado tendrían cada uno el valor cinco. La cuenta produce un total de  $1 + 2 (2) + 3 (3) + 5 (5) = 39$ . Estos valores de uno a treinta y nueve, podrían ser colocadas en la primera fila; una vez que esta fila esté llena, se colocaría una piedra en la segunda fila, indicando la base o grupo 40, y el proceso continuaría (Pasquale, s.f). Si bien este método es más estructurado y lógico que las propuestas anteriores, no tiene mayores sustentos de aplicabilidad en el contexto cultural. Según las autoras Leonard y Shakiban (2011) el problema de la solución de Pasquale radica en que no está en conformidad con las normas culturales y características de la cultura y la civilizaciones americanas (p. 87).

### **6.3. PROPUESTAS DE ADAPTACIÓN PEDAGÓGICA DE LA YUPANA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Se han ensayado varias propuestas alternativas para uso pedagógico en Perú, Bolivia, Ecuador, Colombia y Argentina. En Perú se tienen estudios muy interesantes que han aportado al campo educativo, como los trabajos de la maestra Martha Villavicencio (1983), Andrés Chirinos (2010) y Jesús Ríos (2013), quienes en diversos contextos han experimentado su aplicación en la enseñanza de las matemáticas en escuelas de educación primaria.

#### **6.3.1. Yupana adaptada por Martha Villavicencio**

La Yupana como material pedagógico es adaptada por primera vez por la educadora peruana Martha Villavicencio Ubillús en el año 1982, en el marco del Proyecto de Educación Bilingüe –Puno (PEEB-P), en la implementación de la enseñanza- aprendizaje de la matemática. También se presentan las concepciones numéricas y las estrategias utilizadas en el cálculos aritméticos y geométricos, en los contextos de las comunidades campesinas quechuas y aimaras del altiplano de Puno. (Villavicencio, 1983, p. 7). Villavicencio toma como referencia los trabajos realizados por Carlos Radicati (1979) y William Burns (1981), especialmente de este último. Complementa y conecta con los hechos recurrentes que los pobladores emplean a la hora de realizar cálculos, como son: el uso frecuente de las ayudas artificiales como piedras, granos, etc. La autora afirma que el uso de la Yupana fue incorporado en la fase del



proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en el nivel intuitivo concreto (Villavicencio, 1983, p. 126). El tablero adaptado presenta las siguientes características: a) las dimensiones del tablero son de 14 centímetros por 20 centímetros; b) En cada columna los recuadros presentan agujeros de cinco, tres, dos y uno en la forma que propone Burns 4; c) La cantidad de columnas varían de acuerdo a los grados escolares, dos columnas para el primer grado (véase Figura 5.16 parte a), tres para el segundo (véase Figura 5.16 parte b), cinco columnas para tercer grado (véase Figura 5.16 parte c), y ocho columnas para el cuarto grado; d) en el recuadro que corresponde a uno se coloca el símbolo “S” para indicar las Unidades (sapankuna) y “Ch” para indicar las decenas (chunkakuna), “P” de para las centenas (pachaqkuna), “W” para los millares (waranqakuna) y “ChW” para las decenas de millar (chunka waranqakuna) respectivamente, como se muestra en la siguiente figura (Villavicencio, 1983, pp. 126-127).

Ch	S	P	Ch	S
C	D	U		
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○

ChW	W	P	Ch	S
DM	M	C	D	U
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○

FIGURA 6. 15. ADAPTACIÓN PEDAGÓGICA DE LA YUPANA SEGÚN M. VILLAVICENCIO

Fuente: Martha Villavicencio (1983)

Además la Yupana de primer grado está pensada para trabajar en la lengua originaria, es decir expresada las cantidades en quechua o aimara. Mientras que a partir de segundo grado su tratamiento ya es bilingüe, es decir, en lengua originaria y la segunda lengua el castellano.

Por ejemplo, para representa la cantidad siete, en la columna “S” de sapankuna se completa con cinco granos el primer recuadro base, luego se agrega dos granos en el siguiente recuadro.

### **6.3.2. Yupana: el khipu de piedrecitas de Andrés Chirinos**

Andrés Chirinos (2010) en su obra “Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI” propone el funcionamiento de la Yupana. Este autor se basa en el dibujo de Guaman Poma para proponer el funcionamiento de la Yupana, y presenta los siguientes fundamentos:

- a) La lógica interna de la Yupana se armoniza con conceptos antiguos de mitad complementaria y opuesta, jerárquica, par-impar, paralelismo, inversión, lateralidad (derecha izquierda, abajo arriba, cruzada de arriba hacia abajo, de la derecha hacia la izquierda, o al contrario) y simetría. Afirma que estos conceptos están presentes en los mitos, en los diseños, en las organizaciones y en muchos aspectos de la vida cotidiana del poblador andino. El autor hace mención también a la presencia de descomposiciones de números superiores a 5 y menores a 10, es decir  $5+1$ ,  $5+2$ ,  $5+3$ ,  $5+4$ , que está presente parcialmente en la lengua aimara y en otras lenguas amazónicas (awajun, wampis, shuar, huitoto murui, ticuna, bora, matses, etc.)
- b) Existen khipus arqueológicos que muestran el llenado de una o varias filas en la Yupana.
- c) Los testimonios de los siglos XVI y XVII de funcionarios españoles indican el empleo de piedras para realizar divisiones o repartos de una manera eficiente (Matienzo, Acosta, Las Casas, Garcilaso).
- d) La posibilidad de expresar palabras en los khipus y la colocación de piedras en la Yupana guarda relación con la posibilidad expresiva de la Yupana, en el sentido que una cantidad se puede expresar de varias maneras.
- e) El diseño de la Yupana (dibujo de Guaman Poma) sugiere la no uniformidad de valores para todos los casilleros de una fila, como se ha venido considerando hasta ahora. Además, si se asigna a todos los

casilleros de cada fila el mismo valor, se deja sin ninguna explicación de la existencia de los 11 casilleros.

Chirinos reconoce que ninguno de los fundamentos expresados aisladamente constituye una “prueba” de que la Yupana se usó en la manera que propone. Por lo tanto, resulta ser un intento más de interpretación que suma a las posibilidades de uso y su potencial pedagógico en la enseñanza escolar. El autor afirma que su propuesta ha tenido resultados exitosos en la experiencia de los cientos de alumnos y decenas de docentes en las escuelas amazónicas, durante los años 2008 al 2010, en el Proyecto de Educación Intercultural Bilingüe de las regiones Loreto y Amazonas (PEIBLA). Chirinos propone el siguiente diseño de tablero:

<div>○</div> <div>11 000</div> <div>○</div> <div>10 000</div> <div>○</div> <div>9 000</div> <div>○</div> <div>8 000</div> <div>○</div> <div>7 000</div> <div>○</div> <div>6 000</div>	<div>○</div> <div>6 000</div> <div>○</div> <div>4 000</div> <div>○</div> <div>5 000</div>	<div>○</div> <div>3 000</div> <div>○</div> <div>2 000</div>	<div>○</div> <div>1 000</div>
<div>○</div> <div>1 100</div> <div>○</div> <div>1 000</div> <div>○</div> <div>900</div> <div>○</div> <div>800</div> <div>○</div> <div>700</div>	<div>○</div> <div>600</div> <div>○</div> <div>400</div> <div>○</div> <div>500</div>	<div>○</div> <div>300</div> <div>○</div> <div>200</div>	<div>○</div> <div>100</div>
<div>○</div> <div>110</div> <div>○</div> <div>100</div> <div>○</div> <div>90</div> <div>○</div> <div>80</div> <div>○</div> <div>70</div>	<div>○</div> <div>60</div> <div>○</div> <div>40</div> <div>○</div> <div>50</div>	<div>○</div> <div>30</div> <div>○</div> <div>20</div>	<div>○</div> <div>10</div>
<div>○</div> <div>11</div> <div>○</div> <div>10</div> <div>○</div> <div>9</div> <div>○</div> <div>8</div> <div>○</div> <div>7</div>	<div>○</div> <div>6</div> <div>○</div> <div>4</div> <div>○</div> <div>5</div>	<div>○</div> <div>3</div> <div>○</div> <div>2</div>	<div>○</div> <div>1</div>
<div>○</div> <div>1,1</div> <div>○</div> <div>1,0</div> <div>○</div> <div>0,9</div> <div>○</div> <div>0,8</div> <div>○</div> <div>0,7</div>	<div>○</div> <div>0,6</div> <div>○</div> <div>0,4</div> <div>○</div> <div>0,5</div>	<div>○</div> <div>0,3</div> <div>○</div> <div>0,2</div>	<div>○</div> <div>0,1</div>

FIGURA 6. 16. ADAPTACIÓN DEL TABLERO DE LA YUPANA SEGÚN A. CHIRINOS

Fuente: Andrés Chirinos (2010, p. 182)

La primera fila presenta los valores de derecha a izquierda y de abajo hacia arriba, cada circulo de 0,1 a 1,1. La segunda fila de 1 a 11, la tercera de 10 a 110, la cuarta de 100 a 1100 y la quinta fila de 1000 a 11000.

La estructura de la Yupana, presenta ciertas regularidades de múltiplos de cinco, por ejemplo en la segunda fila, la suma en vertical es: 30, 15, 10, 5, 5 y 1; la suma por cuadrículas es: 45, 15, 5 y 1; y la suma por mitades es 60 y 6.

Para representar la cantidad siete, el tablero tiene un agujero específico, está ubicado en la posición siete contada desde izquierda-derecha y de abajo-arriba, es en esa posición donde se ubica la piedrecilla. También existe la posibilidad de descomponer en cinco y uno y uno.

### **6.3.3. Yupana ancestral adaptado por Jesús Ríos**

El matemático Cusqueño Jesús Ríos Mencía, en su artículo “Las Matemáticas ancestrales y la Yupana” afirma que junto a un grupo de quechuas realizaron una búsqueda de información sobre los conocimientos ancestrales de la cultura andina en las diversas provincias de la región Cusco (Ríos, 2013, p. 45). Producto de las investigaciones informa algunos hallazgos, que son publicadas el año 2012, entre ellas se tiene: a) que los incas conocieron diferentes formas de calcular en la yupana: por una parte, que existían formas de realizar operaciones aritméticas bajo un mismo algoritmo, que se asume se realizaban sobre trazos en el suelo; por otra parte, se realizaban sobre una matriz en forma de tablero. La primera forma era empleada por la mayoría de las personas, mientras la segunda forma era de uso de especialistas, cuyo origen se remontaría a más de 2500 años antes de la época incaica; b) La yupana consiste en un tablero de cuatro columnas y cinco filas. Cada casilla o escaque presenta pequeños círculos de 5, 3, 2 y 1 círculos respectivamente. La primera fila (empezando de la parte inferior) es para las unidades (sapanka), la segunda para las decenas (chunka), la siguiente para las centenas (pachaq), millares (waranqa), decena de millar (chunka waranqa), respectivamente. El autor afirma que se pueden seguir construyendo más filas, centena de millar (pachaqwaranqa), millón (huno o tunaq) según la región, y termina la fila con millar de millón (waranqatunaq).

Una de las características que presenta la Yupana de Ríos es que cualquier número entre el uno y el diez, se puede conseguir con las tres primeras columnas, al que los denomina patanraki (patan: encima; raki: distribución). La cuarta columna (formada por un solo punto o círculo) es una especie de “columna comodín”, que sirve y se utiliza para reemplazar cinco unidades en un solo grano denominado phisqa rantin (a cuenta de cinco), lo que quiere decir que las fichas o piedrecillas en este casillero tiene el valor de cinco (Ríos, 2013, p. 46).





















DM				
UM				
C				
D				
U				
	<i>patanraqui</i>			<i>P.R.</i>

FIGURA 6. 17. TABLERO DE LA YUPANA SEGÚN J. RÍOS

Fuente: Jesús Ríos (2013, p. 46)

Para realizar los proceso de sumas y restas, se colocan las cantidades sobre el patanraki de uno a diez, con la posibilidad combinar el phisqa rantin. Por ejemplo el número siete se puede representar como: 5 granos en la primera columna y 2 en la segunda; con la posibilidad de emplear menos granos: 1 en phisqa rantin y 2 en la primera columna.

#### 6.3.4. Adaptación pedagógica de la Yupana Multibase

La Yupana para motivos pedagógicos se representa por un tablero rectangular de 20 compartimentos, dispuestos de cuatro columnas y cinco filas; proveídas de piedrecillas o fichas. La orientación de las columnas es de derecha a izquierda cuya representación está dada por los grupos 1, 2, 3 y 5. Para la representación de las cantidades y realizar los cálculos aritméticos se emplean piedrecillas de tres colores, una principal generalmente oscura y dos auxiliares que pueden ser de variado color. Estos colores son utilizados en los algoritmos de multiplicación, división, potenciación, radicación, etc.

Para el caso de base decimal, las filas orientadas de abajo hacia arriba, comenzando del primer nivel con el campo de las unidades (S=sapan), el siguiente nivel por diez (CH=chunka), continuado por cien (P= pachaq), mil (W=waranqa) y diez mil (CHW= chunka waranqa). También precisamos la compatibilidad con la estructura que presenta el khipu numérico decimal.

Por ejemplo para representar la cantidad ocho en la Yupana, podemos optar por diferentes opciones de composición como: (una vez cinco y una vez tres); (una vez cinco y una vez dos y una vez una); (dos vez tres y una veces dos); (dos veces tres y dos vez una)... hasta (ocho veces una); esta forma de visualizar las cantidades flexibiliza el pensamiento numérico.

La Yupana multibase se adapta en base a la ilustración que aparece en el manuscrito “Primer nueva crónica y buen gobierno” (Guaman Poma, 1615, p. 360), y las aportaciones del italino Nicolino de Pascuale con la publicación de “Decima Guaman Poma”. Esta adaptación se justifica con las fuentes lingüísticas de cuentas aimara y quechua, así como las actividades agrarias comunitarias.

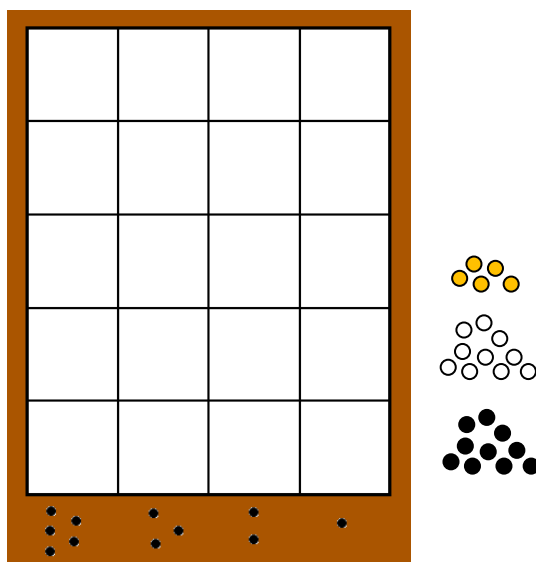


FIGURA 6. 18. ADAPTACIÓN PEDAGÓGICA DE LA YUPANA MULTIBASE

Fuente: Elaboración propia

Los vocablos andinos quechuas y aimaras, siguen una estructura que relaciona con el funcionamiento de la Yupana. Para mostrar esta sugerencia citamos algunos ejemplos. En la lengua quechua para designar la cantidad trece, se emplea el término “chunka kimsayuq”, en su estructura presenta como “diez y tres” o “diez con tres” (chuka: diez; y kimsa: tres).

La lengua aimara presenta otra particularidad, en este caso muestra los indicios de un sistema quinario, lo que aproxima mejor a la estructura de la Yupana. Para expresar las cantidades siete y ocho se emplea la base cinco (qallqu). Por ejemplo siete se expresa con “paqallqu” como “cinco y dos” (qallqu: cinco; pä: dos), de forma similar el ocho se expresa con el vocablo “kimsaqallqu” como “cinco y tres” (qallqu: cinco; kimsa: tres).

El pensamiento matemático andino se manifiesta de forma concreta especialmente en las actividades productivas agrarias y sus actividades derivativas, desde esta perspectiva se pueden señalar algunas cualidades que son reiterativas, como son la organización de grupos y su designación a los mismos. En la actividad del “corte de cebada” está presente el uso de concepción de: “iskay makinka” (cada par de manos), que se emplea para organizar los montones de manojos de los tallos de la cebada al momento del corte propiamente; a cada grupo constituido por tres pares de manos se denomina “phicha”; otra medida es el marq’a (brazo) que está formado por cuatro phichas y el “winay” (carga) formada por cuatro o cinco marq’as (brazos).

#### **6.3.4.1 Tableros de Yupana de Base: 2; 3; 4 y 10**

La base 2 o sistema binario está compuesta por una columna o por el grupo de uno, las filas se extienden según la necesidad, el tablero multibase presenta cinco filas, cuyos niveles son:  $2^0$ ;  $2^1$ ;  $2^2$ ;  $2^3$ ;  $2^4$ . Por ejemplo para representar la cantidad cinco en binario sería: una vez en el primer orden, cero en el segundo orden y una en el tercer orden [ $101_{(2)}$ ].

La base 3 o sistema ternario está compuesta por dos columnas o por los grupos: uno y dos, las filas se extienden según la necesidad, el tablero multibase presenta cinco filas, cuyos niveles son:  $3^0$ ;  $3^1$ ;  $3^2$ ;  $3^3$ ;  $3^4$ . Por ejemplo para representar la cantidad cinco en ternario sería: dos veces una en el primer orden, y una en el segundo orden [ $12_{(3)}$ ].

La base 4 o sistema cuaternario esta compuesta por tres columnas o por los grupos: uno, dos y tres, las filas se extienden según la necesidad, el tablero multibase presenta cinco filas, cuyos niveles son:  $4^0$ ;  $4^1$ ;  $4^2$ ;  $4^3$ ;  $4^4$ . Por ejemplo para representar la cantidad cinco en binario sería: una vez en el primer orden, y una vez en el segundo orden [ $11_{(4)}$ ].

La base 10 o sistema decimal es la descrita en el apartado anterior (6.3.4.), esta compuesta por cuatro columnas o por los grupos: uno, dos, tres y cinco, las filas se extienden según la necesidad, el tablero multibase presenta cinco filas, cuyos niveles son:  $10^0$ ;  $10^1$ ;  $10^2$ ;  $10^3$ ;  $10^4$ .

*Journal of Management Studies*, 2006, 39(7), 819–834  
DOI: 10.1111/j.1365-3113.2006.03511.x

\_\_\_\_\_

1. *Journal of the American Medical Association*, 1997; 277: 1039-1043.



Radicati (1979) y otros, afirman que con los khipus se podían realizar perfectamente las operaciones de cálculo, sin tener que recurrir necesariamente al empleo de la Yupana, como tuvieron que hacerlo aquellos pueblos que desconocieron el valor de posición de las cifras.

Se han evidenciado estos cálculos en algunos khipus como el HP001 de Pachacamac, estudiado por Pereira (1990). Por ejemplo para realizar la operación de juntar las cantidades: 1655, 2973 y 1885..., consistía en anudar estas cantidades en cuerdas de igual longitud, dispuestas una a continuación de otra. La operación se efectuaba totalizando los nudos en forma horizontal, de izquierda a derecha o viceversa, comenzando por los situados en la parte inferior de las cuerdas, que representan las unidades, el siguiente nivel a las decenas, así sucesivamente hasta conseguir el último nivel. Andrés Chirinos sugiere que las cantidades que se registran en el khipu HP001 presentan regularidades en sus cifras y lo explora como juegos, al que denomina “saltos yupana” (Chirinos, 2010, p. 239).

Para mayores precisiones en el cálculo de varias cantidades, antes de registrarlos en los khipus utilizaban piedrecitas u otros materiales, para luego anudar los resultados obtenidos en las cuerdas del khipu.

#### **6.4.1. Khipukamayuy, khipuy**

Los khipukamayuy eran los funcionarios públicos encargados de la administración, el instrumento que empleaban para esta labor era un ramal de cuerdas anudadas denominada khipus (Radicati, 1979, p. 299). El sistema de cuerdas anudadas es calificado por los académicos como la manifestación de uso de signos como medio de expresión o de registro.

Los khipukamayuy eran los que se encargaban de operar los khipus, probablemente desde la elaboración, diseños y confección de las cuerdas o hilos, es decir, el proceso del hilado, tenido y el trenzado de las cuerdas; finalizando con la organización y registro de la información en los nudos del khipu (Ibíd). Esta información era codificada siguiendo una serie de variables como: color de los hilos, el torcido del hilo (existen hilos torcidos en sentido derecho “S” y en sentido izquierdo “Z”), la secuencia de la cantidad de nudos, los tipos de nudos, los espacios entre grupos de nudos, el grosor de los hilos, etc.

El término quechua *kipuq*, encontramos en los escritos de Guaman Poma como: “*quipoc*”, “*quipucoc*” este término es atribuido a la persona que conocía del manejo (escritura y lectura del *kipu*). Mientras el *Khipukamayuy* es el especialista y autoridad en la administración de los pueblos del *tawantinsuyu*. En los escritos de Guaman Poma aparecen los nombres de cargos “*ynkap quipocninc*” (secretario), “*Tawantinsuyo quipoc*” (contador); “*hucha quipoc*” (contador de incumplimientos), son los cargos que corresponden a la administración de los pueblos del *Tawantinsuyu*, que una especie de función del ministro y consejero del Inca. Podemos advertir en el siguiente texto de la “Primer nueva crónica y buen gobierno”:

*Topa Ynga Yupanqui... el que comenzó a mandar que aderezasen todos los caminos reales y puentes. Y puso correones hatun chaski [postillón principal], ch'uru chaski [mensajero de caracol] y mesones. Y mandó que hubiese corregidores, toqrikoq; alguaciles, wata kamayuq a; oidores, presidente, consejo de estos reinos, Tawantinsuyu kamachiq. Y tubo asesor ynkab rantin rimaq; procurador y protector runa yanapaq; secretario ynkab khipuqnin escribano; Tawantinsuyu khipuq contador; hucha khipuq [contador de incumplimientos]. Y puso otros oficios y hablaba con todos los ídolos wakas cada año. (Guaman Poma, 1987 [1615], p. 104)*

Los *khipukamayuy* eran los encargados de llevar la cuenta y dar razón de los bienes, asimismo, de la historia y los acontecimientos de sus respectivos pueblos o regiones (*suyus*). En cada pueblo o provincia había 2 o 3 *khipukamayuy* encargado de llevar la contabilidad e informar estas cuentas dos veces al año, en los meses de junio y diciembre. Gracias al sistema de comunicación por medio del *kipu*, se organiza la vida de los pueblos del *tawantinsuyu* (Cajavilca, 2009, p. 111).

El sistema de comunicaciones usado para enviar mensajes era a través del *chaski*, este sistema aseguraba la integridad del *Tawantinsuyu* en el espacio y en el tiempo (Ibíd). Luis Cajavilca (2009) afirma que para ser *khipukamayuy* en el sistema Inca de los *kipus* se requería de cuatro años de formación en el “*Yachayhuasi*”.

Radicati di Primeglio explica que el sistema de “escritura” de los incas no fue desarrollado en dos dimensiones ni de manera gráfica como en otras culturas antiguas, sino a través de los *kipus*: de cuerdas, nudos y colores organizados en tres dimensiones. Radicati afirma que existieron tres grados de conocimiento: el *kipu* estadístico, el *kipu* ideográfico simple y el *kipu* ideográfico más perfecto (Radicati, 1964 citado por Urton, 2006).

## 6.4.2. Distintas fuentes que informan sobre los Khipus

### 6.4.2.1. Los khipus en las crónicas

Muchos cronistas han escrito sobre los khipus, uno de los primeros es Hernando de Pizarro, en su Carta a la Audiencia de Santo Domingo (1533), que relata el viaje de Cajamarca a Pachacamac, durante el cual observó el registro en cuerdas de lo que ingresaba y salía de los depósitos y la estadística del ejército (citado por Radicati, 1979, p. 300). Sin embargo, la primera descripción del khipu y las indicaciones de sus principales funciones fue proporcionada por Cieza de León (Cieza de León, 2005 [1880], cap. XII). Posteriormente también escribieron otros cronistas como: Miguel Cabello Balboa, Cristóbal de Molina el Cuzqueño, Martín de Murúa, José de Acosta, Garcilaso de la Vega, Felipe Guaman Poma, Blas Valera, Giovanni Anello Oliva, Fernando Montesinos, Bernabé Cobo y Antonio de la Calancha (Radicati, 1979, p. 300), se agrega a Sarmiento de Gamboa, Santa Cruz Pachacuti Yamqui.

El cronista Pedro Cieza de León en su la segunda parte de su obra “El señor de los Incas”, describe los khipus como un sistema de cuentas, y afirma que los especialistas denominados Khipukamayuy eran los encargados de comunicar cuentas y razones. Este cronista escribe:

*Y esto fue los khipus, que son ramales grandes de cuerdas anudadas, y los que de esto [saben] eran contadores y entendían el guarismo de estos nudos daban por ello razón de los gastos que se habían hecho o de otras cosas que hubiesen pasado de muchos años atrás; y en estos nudos contaban de uno hasta diez y de diez hasta ciento y de ciento hasta mil; y [en] uno de estos ramales está la cuenta de lo uno y en otro lo de lo otro, de tal manera está esto que para nosotros es una cuenta donosa y ciega y para ellos singular. En cada cabeza de provincia había contadores a quien llaman [khipukamayuy], por estos nudos tenían la cuenta y razón de lo que habían de tributar los que estaban en aquel distrito desde la plata, oro, ropa y ganado hasta la leña, y las otras cosas más menudas; y por los mismos khipus se daba a cabo de un año, o de diez o de veinte, razón a quien tenía comisión para tomar la cuenta, tan bien que un par de alpargates no se podía esconder (Cieza de León, 2005 [1880], parte 2, Cap. XII, p. 232).*

Además agrega de los acontecimientos importantes eran aprendidos en cantares, que la administración de la producción en las provincias se asentaban en khipus.

Por otro lado, el cronista Gómez Suárez de Figueroa (apodado Inca Garcilaso de la Vega) en los Comentarios Reales, libro 2, cap. 27, este autor relata cómo

obtuvo un himno compuesto por un amauta, dedicada a Viracocha y su poder sobre el relámpago y el trueno. Escribe un pasaje:

*La fábula y los versos, dice el padre Blas Valera que halló en los nudos y cuenta de unos anales que estaban en hilos de diversos colores; y que la tradición de los versos y de las fábulas se la dijeron los [especialistas] contadores, que tenían cargo de los nudos y cuentas historiales; y que, admirado de que los amautas hubiesen alcanzado tanto, escribió los versos y los tomó de memoria para dar cuenta de ellos (Garcilaso de la Vega, 1991 [1609], p. 115).*

La población andina tuvo como política la “maximización” de los recursos agropecuarios a través de innovaciones tecnológicas, tales como la construcción de sistemas de canales y de irrigación; la expansión del cultivo del maíz, papa y otros; el uso del estiércol de los animales como fertilizante; la como la construcción de una red de caminos y almacenes estatales e los diferentes pueblos y pongos situados en los caminos (Cajavilca, 2009, p. 110). Como hemos remarcado en capítulos anteriores las relaciones de producción y de distribución estaban basadas en los principios de reciprocidad y ayuda mutua.

En 1583, en el Tercer Concilio de Lima, la corona española consideró que los khipus constituían idolatrías. El misionero y organizador de la Iglesia Católica en Perú, Toribio Alfonso de Mogrovejo dispuso que los khipus sean decomisados y destruidos por completo, mientras los khipukamayuc y los sacerdotes andinos fueran reprimidos. Esta disposición aconteció en la Casa Santa Cruz en la ciudad de Lima, en la tercera sesión del concilio provincial limeño, que tuvo lugar en la Iglesia Catedral de Lima el 23 de setiembre de 1583, en esta reunión participaron los principales obispos del virreinato, en entre ellos: de la ciudad Imperial de Cusco, de Santiago de Chile, de Tucuman, de la Plata, del Río de la plata. Esta ordenanza decretada en el capítulo 37, versa:

*Y cómo entre los [andinos], había en vez de libros, ciertos signos de diferentes cuerdas, que ellos llaman quipos, y con éstos surgen no pocos testimonios de antigua superstición en los que guardan el secreto de sus ritos, ceremonias y leyes inicuas, procuren los obispos destruir por completo todos estos instrumentos perniciosos (Lisi, 1990, p. 191).*

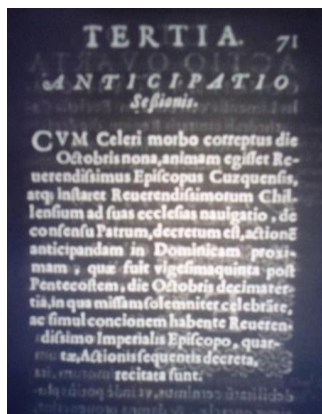


FIGURA 6.20. ORDENANZA DE LA PROHIBICIÓN Y DESTRUCCIÓN DE LOS KHIPUS

Fuente: tercer Concilio Provincial Limense (1614, p. 71)

#### 6.4.2.2. Los Khipus etnológicos

A fines del siglo XIX, el arqueólogo Max Uhle halló cerca del lago Titicaca, dos khipus empleados por los pastores para el recuento de sus ganados, su estudio es publicado en un folleto titulado “Un moderno quipu de Cutusuma, Bolivia” (1897). Más tarde Enrique de Guimaraes (1907) publica en la revista “Histórica de Lima”, la descripción de un khipu confeccionado por un pastor de Santiago de Chuco, que empleaba para llevar la cuenta de sus animales. También se tiene en la misma línea de trabajo a Óscar Núñez del Prado (1950) que reporta los khipus encontrados en la región de Paucartambo, también confeccionadas por pastores (citados por Radicati, 1979, p. 302).

Sin embargo, tanto la información proporcionada y la descripción de los khipus etnológicos no es material suficiente para explicar con precisión el funcionamiento del khipu y, sobre todo alcanzar su capacidad expresiva real (Radicati, 1979, p. 304). Algunos autores consideran el inicio del estudio del Khipu arqueológico con los ejemplares encontrado por J. J. Tschudi en las inmediaciones de Lurín, cerca del templo de Pachacamac (Lima) en 1846; seguido por las colecciones de José Mariano Macedo en Lima, luego fue llevada a Europa, donde se distribuyó entre los Museos de París y Berlín; por otra parte, las colecciones de antigüedades de Joseph Dombey, al igual que Macedo distribuyó algunos de los ejemplares entre el Museo de Arqueología de Madrid, Museo de Louvre y del Trocadero en París (Radicati, 1979, p. 305). Con estos hallazgos se dio inicio al conocimiento de los khipus arqueológicos, como los estudios realizados por Leland L. Locke, en su obra titulada “El quipu antiguo o registro peruano de nudos” publicada en 1923.

### 6.4.3. Descripción de los khipus

Radicati realiza una descripción detallada de los khipus existentes en museos y colecciones privadas. Estas descripciones fijaron un primer criterio para explicar las técnicas de elaboración de los khipus, consistente en el arreglo de los nudos en las cuerdas, los marcadores en las cuerdas principales, el grosor de la cuerda, la dirección de la torsión (Urton, 2006, p. 48). Otra contribución de que hace Radicati es el reconocimiento del concepto de “archivo” de los khipus. Otra de las importantes contribuciones es la codificación de los khipus, para el cual propone un enfoque como la teoría de la “seriación” (Ibíd).

Un khipu está compuesto por: una cuerda madre o principal en dispuesta forma transversal; varios colgantes o flecos que son cuerdas más pequeñas que penden de la cuerda transversal; las cuerdas subsidiarias o auxiliares que cuelgan de los colgantes; los nudos de diferentes formas y colores; y finalmente los nudos y cordeles. En base a estos elementos se configuran una variedad de valores, símbolos y significados, que es parte de la expresión textil. En el caso de la población dedicada a la actividad del pastoreo, el khipu servía para llevar el registro de contabilidad de las llamas, alpacas y vicuñas.

Algunas características de lo khipus mencionadas por Burns (2001, pp. 18-19) son:

- Artefacto admirable de la cultura andina.
- Consta de un cordón o cuerda principal, que termina en un nudo que sujeta el torcido. Es portadora de cuerdas o hilos con o sin nudos, que son llamados colgantes.
- Los hilos colgantes varían en cantidad y longitud, así mismo presentan agrupaciones por colores u otros.
- Los hilos colgantes pueden tener otras cuerdas subsidiarias.
- La distribución de los colgantes es en toda la extensión de la cuerda principal, algunos separadas por pequeñas distancias, o formando grupos generalmente por mismo número de cuerdas.
- Las cuerdas colgantes pueden ser de uno o varios colores, un grupo puede estar compuesto de un solo color o varios colores.
- En los nudos se pueden distinguir en clases: simple, normal y compuesto. Los hilos pueden presentar hasta nueve nudos, aunque se ha encontrado uno de quince nudos.

- Los nudos están colocados a distintas distancias de la cuerda transversa, y es frecuente que en la parte final se anuda con la forma compuestos y flamenco, y los simples en la parte media y superior.
- La cuerda colgante estaba formado por un solo color, o por dos o tres combinaciones de colores.
- Algunas khipus presentaban cuerdas cubiertas por una especie de canutos de diferentes colores.
- El khipus estaba hecho de fibras de algodón, fibras de llama, alpaca, vicuña.

Una khipu se lee, mirando las cuerdas verticales anudada de abajo hacia arriba, o el grupo de nudos más alejada de la cuerda matriz, de forma que, el primer grupo de nudos registra las unidades; le sigue decenas; luego las centenas; finalmente los millares.

En configuración de las cuerdas colgantes, varios khipus presentan cuerdas denominadas subsidiarias o auxiliares, estas cuerdas no están atadas de la cuerda principal o matriz, sino de las cuerdas colgantes. Los nudos son registrados en las cuerdas colgantes y las subsidiarias. A los tipos de nudos Radicati los ha descrito como: a) el simple, que es el nudo normal; b) el flamenco, denominada también como nudo doble o nudo ancho y tiene la forma en ocho; c) el compuesto, que son los nudos que forman varias vueltas en espiral que van de dos a nueve; d) el ojal, que son “los nudos a medio hacer”; e) los nudos que sujetan alguna cosa, como puede ser hilos de distintos colores o materiales, mechones de algodón o de lana. En cuanto al color, se distinguen los que presentan colores naturales, luego los teñidos de diferentes tonalidades (Radicati, 1979, p. 313). Por su parte, Luis Cajavilca afirma que el color de los nudos correspondía a la naturaleza del objeto: amarillo para el oro, rojo para el ejército, blanco para la paz, carmesí para el Inca; el negro indicaba el tiempo; el gris para los acontecimientos de la guerra (Cajavilca, 2009, p. 105)

Por otra parte, los documentos jesuíticos *Exsul Immeritus Blas Valera populo suo* (1618) e *Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum* (final del siglo XVI), el primer manuscrito corresponde al Padre mestizo Blas Valera y el segundo a los italianos H. Antonio Cumis y P. Anello Oliva (1737), estos documentos son dos fuentes recién descubiertas en Italia (1994-1997) y difundidas principalmente por la investigadora Laura Laurencich Minelli (2016), el aporte que nos proporciona estos documentos, además de complementar

información sobre varios aspectos del khipu y las yupanas, sino revela y clarifica que el “Primer nueva crónica y buen gobierno” no es de la mano del quechua Guaman Poma de Ayala sino de los jesuitas P. Blas Valera, P. Anello Oliva y del H. Gonzalo Ruiz que “compraron” a Guaman su autoría a cambio de un caballo y de una carreta (Laurencich, 2016, p. 71).

A los manuscritos acompañan, dos khipu numéricos: uno de lana, de color rojo y amarillo, y otro de hilo de oro. El primero es un khipu numérico de posición, el segundo es un khipu mixto: es decir, presenta cuatro cordeles de khipu numérico de posición y tres de khipu de escritura. También, Exsul Immeritus adjunta una cajita sellada, que contiene el curioso “contrato” por el cual, en Huanca el 16 de febrero 1614, los jesuitas Anello Oliva, Gonzalo Ruiz y Blas Valera “compraron” a Guamán Poma de Ayala la autoría de la Nueva Crónica, en cambio de un caballo y de una carreta (Ibid).

Laurencich (2016) identifica dos tipos de khipus: los khipus numéricos (el aspecto extra numeral del khipu numérico, el miraypakhipu, el khipu ordinal), y los khipus de escritura (el qhapaqkhipu o khipu real, el pachakhipu o khipu calendarial, los Seqekuna o el khipu de los seque).

#### **6.4.4. Los khipus numéricos**

Son los khipus más conocidos y estudiados, principalmente por fuentes proporcionadas por los cronistas, luego por los khipus etnológicos. El khipu numérico evidencia que los antiguos peruanos, tuvieron dos grandes privilegios la “aritmética” o actividad de cálculo a) el manejo de un sistema de numeración decimal de posición y b) el conocimiento del valor de la cantidad cero (Laurencich, 2016, p. 73).

##### ***6.4.4.1. El aspecto extra numeral del khipu numérico***

Este tipo de khipus numéricos, consiste en la combinación de símbolos (nudos), colores, posiciones e indicadores de clases. Gary Urton (2005) aporta sobre los sentidos de la torsión de los hilos en la forma de S (dextrógiros) y Z (levógiros), que es el giro dado a los hilos que forman cada una de los cordeles y/o el nudo, esté hacia la derecha o hacia la izquierda. Para Blas Valera (1618) los nudos en dirección derecha significan sumas y las de sentido izquierdo restas. Valera agrega al khipu numérico el concepto de indicador de clase, denominado “señal”, que es el significado de los colores de cada cordel. Por ejemplo, para el color rojo, cuando el khipu pertenece a la



clase de los minerales, el color rojo de los cordeles indica el cinabrio, cambio, si pertenece a la clase agrícola, indica el ají.

Conforme las investigaciones realizadas aún queda develar la lectura de los khipus numéricos como lo hacían los khiipukamayuy en el antiguo Perú.

#### **6.4.4.2. El miraypakhipu**

Blas Valera en “Exsul Immeritus” presenta un dibujo de este tipo de khipu. El autor explica el registro del resultado de la multiplicación del número cuatro en la cuerda de un khipu. En esta ilustración se muestra el valor posicional que adquiere el color de los nudos: verde para unidades y rojo para las decenas.

#### **6.4.4.3. El khipu ordinal**

Valera presenta otro dibujo, que denomina khipu ordinal, porque se considera el orden (primero, segundo...) o alguna agrupación en el terreno, luego se dispone de un cordel totalizador, según Valera este tipo de khipus eran utilizados por los pastores.

#### **6.4.5. Relación entre el khipu y la Yupana**

Carlos Radicati en su obra “El sistema contable de los incas: yupana y quipu” (1979) establece una relación importante entre el khipu y la Yupana. En esta obra realiza un análisis de las técnicas y procedimientos del mantenimiento del registro de los khipus numéricos o estadísticos (Urton, 2006, p. 50); Además Radicati sostiene que los khipus no eran instrumentos para realizar cálculos, sino para registrar información previamente recogida, los cálculos eran realizadas en las Yupanas. En la mencionada obra Radicati propone una alternativa de funcionamiento para los cálculos de adición, sustracción y multiplicación en la Yupana. Estos resultados son registrados en las cuerdas y organizados en grupos, con los acabados correspondientes, para contener una información completa.

### **6.5. LA YUPANA EN “EXSUL IMMERITUS BLAS VALERA POPULO SUO E HISTORIA ET RUDIMENTA LINGVAE PIRUANORUM”**

En este apartado se expone brevemente la información revisada en la Biblioteca Nacional de Alcalá de Henares de España, referidas a los documentos que vinculan con la Yupana y el khipu, en esta colección se ha revisado los documentos “Exsul Immeritus” Blas Valera populo Suo del

jesuita Blas Valera (1618), e *Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum* escrito en los años 1600(?) y 1638 por los Jesuitas italianos Antonio Cumis y Anello Oliva; ambos documentos traducidos por Laura Laurencich (2009). Así mismo se hará mención a la interpretación que hace la autora sobre el contenido de dichos documentos, y la relación con los trabajos que se viene realizando en la presente investigación.

#### **6.5.1. Breve historia y vida de Blas Valera**

El manuscrito comienza con el título “Tawantinsuyu Llatanpac/ mana huchayoc carcusca” [A su pueblo el Tawantinsuyu, sobre el destierro al inocente]. Blas Valera se dirige a su pueblo el Tawantisuyu, con la esperanza que en algún tiempo tenga luz su mensaje. Afirma que por defender los conocimientos de su cultura y la causa de la verdad ha sido acallado y desterrado de su pueblo (Valera, 2009 [1618], p. 131). Afirma haber nacido en Llawantu en Chachapoyas, el año 1545, en tiempos de Paullu Inca. Su madre fue la ñusta (princesa) Urpay (tórtola) y su padre el capitán español Alonso Valera. A los trece años quedó huérfano de madre, tras el asesinato en manos de su propio padre.

Blas Valera afirma haber recibido la sabiduría de su abuelo materno el curandero Illavanqa, éste había curado al Amauta (sabio) Machaquymuqta de una herida en batalla, éste en gratitud transmitió parte de la sabiduría y objetos al curandero, estos conocimientos serían transmitidos a Blas Valera. Gracias a las instrucciones de su tío Luis Valera, entró a la Compañía de Jesús a los 23 años (Valera, 2009 [1618], p. 134). Sin embargo, por su pensamiento y la defensa de los suyos, afirma que el Padre Aquaviva con ignominias acusaciones trató de expulsarlo de la Orden, en complicidad con el Padre Maldonado.

Otra de las revelaciones que hace Blas Valera, es respecto a la autoría de la obra “Primer nueva crónica y buen gobierno” afirma que escribió él, en colaboración de dos hermanos, sin embargo, adrede hizo que firmara como autor, Guaman Poma de Ayala, quien también colaboró relatando su historia y las costumbres de su pueblo (Valera, 2009 [1618], p. 136). Afirma haber recurrido a esta estrategia porque estaba impedido para escribir cualquier cosa, y su única finalidad era difundir la verdad y combatir la destrucción que se producía contra la cultura de su pueblo.

Blas Valera hace un extenso tratado de los khipus, asevera que los verdaderos diccionarios del idioma general de los pueblos eran los khipus de sílabas (Valera, 2009 [1618], p. 138). Afirma que como la mayoría de las palabras son compuestas, se pueden hallar significados distintos en una misma palabra, según su composición, por ejemplo para decir eclipse lunar, en prosa se compone como killam, tuta, killa, luna, tuta, noche; en cambio los poetas (harawik) forman yanpintuy, yana, negro, pintuy, sábana fúnebre.

Al referirse a los khipus numéricos, escribe que existían de varias formas y se diferenciaban unas de otras, eran según las cuentas, los temas en él tratados y las funciones de las personas a las cuales se destinaba (Valera, 2009 [1618], p. 144). Es necesario tener en cuenta, si se trataba de una resta, los nudos se hacen a la izquierda, a la derecha para la suma. Además para indicar algún producto de la tierra, era necesario insertar en un anillo del cordel maestro frondas de mazorca. Si se deseaba contar metales, se envolvía, hilos de oro, plata u otros, como señal específica en el cordel maestro.

#### **6.5.2. Yupana en “Exsul Immeritus”**

En el documento en Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo se hace mención de dos tipos de Yupana: el numérico y el literario. Laurencich denomina al primero como Yupana para el cálculo administrativo y al segundo como Yupana para cálculos sagrados.

Con referencia a la Yupana, refiere que se utilizaba especialmente para realizar las multiplicaciones, afirma que tenía la forma de un ábaco, era confeccionada de arcilla, madera o de otro material, también señala que se disponía de piedrecillas coloreadas o algunas semillas; agrega las sumas y las restas resultaban muy sencillas de realizar, porque al observar el tablero con las piedrecillas, se asemejan a varios cordeles colgantes del Khipu, así mismo advierte que, como ocurre en el Khipu, el cero se representa por la ausencia del nudo en el cordel, en la Yupana la casilla queda vacía. (Valera, 2009 [1618], p. 146). Sin embargo, Valera se olvida del color de las piedrecillas al pasar a las cuerdas del Khipu, mientras en el tablero la posición se determina por el color de las piedrecillas, en las cuerdas se determina por el espacio proporcional de los nudos.

En todo caso se trata de anudar las piedrecillas en las cuerdas y de las cuerdas hacia la distribución de piedrecillas en el tablero. Estas artes eran aprendidas en el “yachaywasi” (centro de instrucción especializado), además

trata de la tejedura y el bordado, se enseñaba la práctica de la Yupana y de los khipus (Ibíd).

En la obra se presenta una ilustración de la multiplicación de  $326 \times 183$ , que se reproduce en la Figura 6.21.

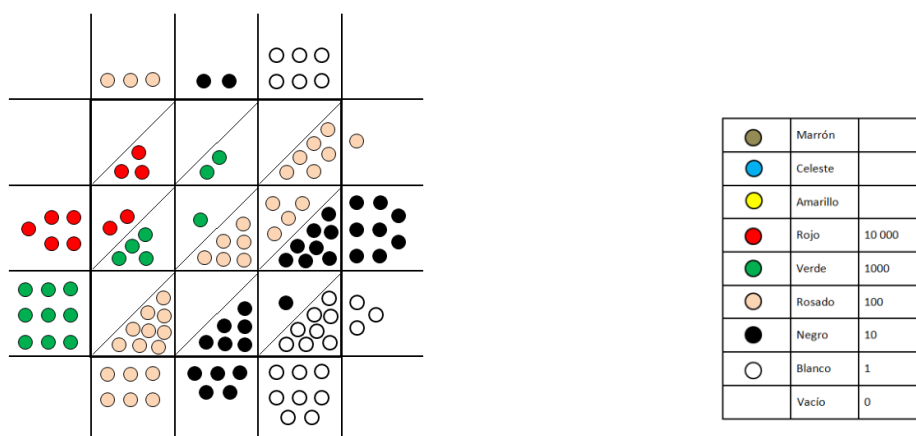


FIGURA 6.21. MULTIPLICACIÓN CON PIEDRECILLAS SEGÚN B. VALERA

Fuente: Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo (Laurencich 2009)

El tablero consta de nueve cuadrículas, de tres columnas por tres filas, cada cuadrícula está dividida por una diagonal, se “registra” en la parte superior el multiplicando y a la izquierda el multiplicador, en cada recuadro se “escribe” los resultados de la multiplicación parcial, para obtener el resultado se cuentan las piedrecillas del mismo color en diagonal. Así se obtiene:  $326 \times 183 = 59\ 658$ . La equivalencia de colores esta consignada como en la Figura 6.21.

A continuación se mencionan las coincidencias y diferencias de la Yupana que explica Blas Valera y la que en este estudio se adapta a la que denominaremos “Yupana MB”.

#### Coincidencias con nuestro trabajo

- **Tablero:** La organización de las filas en órdenes de unidades, decenas, centenas, millares y diez millares coinciden con la propuesta en este estudio. Como se visualiza en la organización para realizar la multiplicación en Figura 6.21.

- **Piedrecillas de color:** hay una coincidencia en el uso de piedrecillas de colores, pero con finalidades distintas: Valera explica que el color de piedrecillas define el orden del valor posicional, en cambio en este estudio “Yupana MB” se sostiene que el orden posicional está definida por el espacio que ocupa la piedrecilla en el tablero, el color se utiliza como auxiliares para realizar las operaciones correspondientes (multiplicación, repartos, radicación, etc.)
- **Filas:** La presencia de las piedrecillas en las filas pueden o no pueden totalizarse. En la propuesta de Valera, para el caso de la multiplicación se totalizan en las diagonales. En la “Yupana MB” se totalizan cada fila, y luego cada columna.

### **Diferencias con nuestra propuesta**

- **Columnas:** En la propuesta de Valera las columnas no se diferencian, son espacios para organizar cantidades inferiores a 10. Nosotros las diferenciamos y la establecemos como grupos fijos de uno, dos, tres y cinco. Es precisamente la base para configurar las representaciones de cantidades decimales, que coinciden con la lengua andina del antiguo aimara. Además están presentes estas representaciones en distintas actividades productivas andinas (nominación a grupos de cantidades con nombres diversos).
- **Procesos de operación:** En el caso específico de la operación de la multiplicación, la propuesta de Valera, simplifica los procesos de la operación, es decir es necesario aprender la tabla de multiplicar. A diferencia, nosotros presentamos un procedimiento más intuitivo de la multiplicación como sumas repetidas, reflejando en forma más concreta la multiplicidad de una cantidad. Por ejemplo tres multiplicado por cinco, es visualizada en el material tres veces la cantidad cinco o cinco veces la cantidad tres. Luego realizando sumas y composiciones de equivalencia por filas, se obtiene el producto como quince.
- **Punto de inicio.** Para el caso de las columnas son coincidentes, en ambos casos aumenta de abajo-arriba. Mientras para las filas, Valera no distingue orden alguno, todos tienen el mismo valor; el nuestro si presenta orden fija, de izquierda-derecha con los grupos de uno, dos, tres y cinco.

### **Aporte a nuestro trabajo**

- Consideramos que el concepto de números sacros (o cantidades sacros) tiene una carga de información cultural que se aproxima al pensamiento Andino. Es decir al vincular los signos o símbolos que tienen una significación terminológica coherente. A diferencia de otros cronistas de su época.
- La vinculación o relación de la Yupana con otros instrumentos como: el khipu, los tiqsisimi, y los tokapu, los integra como parte de un sistema de comunicación.
- La función de la Yupana en la escritura quechua a través de: los khipus, los tiqsisimi y los tokapus.

Respecto a la técnica de cálculo de la multiplicación tienen un coincidente parecido con los ábacos árabes o europeos, específicamente con la multiplicación por “gelosia” en “larte de labbacho en Treviso”, esta observación también es advertida por Laurencich (2007).

### **6.5.3. La Yupana en “Primer nueva crónica y buen gobierno”: cálculo literario**

En la obra “Exsul Immeritus Blas Valera populo Suo” se explica el funcionamiento de la Yupana que aparece en “Primer nueva crónica y buen gobierno”, es necesario destacar que hasta antes que se conociera “Exsul Immeritus”, muchos han interpretado como una Yupana numérica. Valera afirma que el tablero que allí se dibuja, esconde el canto popular de “Sumaq Ñusta” (hermosa princesa), lo que quiere decir, que no se trata de una Yupana numérica, cómo la mayoría de los investigadores intentaron interpretar. A la luz de lo que presenta el autor, se trataría del uso de la Yupana para el cálculo literario. Explica, que el discípulo aprendía de memoria el canto, recibía la instrucción de ejercitarse en la composición del canto en la Yupana y luego su correspondiente registro en el khipu; Este proceso se trataría de contar las 23 palabras cardinales en el tablero, previamente había que tejer estas palabras a base de signos o símbolos; luego se calcularía en la Yupana las treinta y dos bolas blancas, que eran las sílabas que contenía el canto; posteriormente esta distribución se registraba en los nudos del khipu. De este modo se podía leer en los cordeles la conjugación de las sílabas, y confirmar la clave numérica en la Yupana, en el caso de este canto era el cinco.

#### **Canto**

**SÚMAQ ÑUSTA**

#### **“Sumaq Ñusta”:**

hermosa princesa,

<b>TORALLÁY</b> QUIM	tu hermano
<b>PUYÑUY</b> KITA	tu cántaro
<b>PÁKIR</b> CAYAN	rompe
<b>UNUY</b> KITA	tu linfa
PACHAKAMAQ	Pachacamaq
<b>VIRAQOCHA</b>	Viraqocha
PARAMUNKI	manda lluvia (haz que llueva)

● ○ ○ ○ ○ ●	○ ● ○ ○	● ● ● ●	○
○ ○ ○ ○ ● ●	○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	●
● ● ● ● ● ●	○ ○ ○ ○	○ ○	○
○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○	○
● ● ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○	○ ○	●

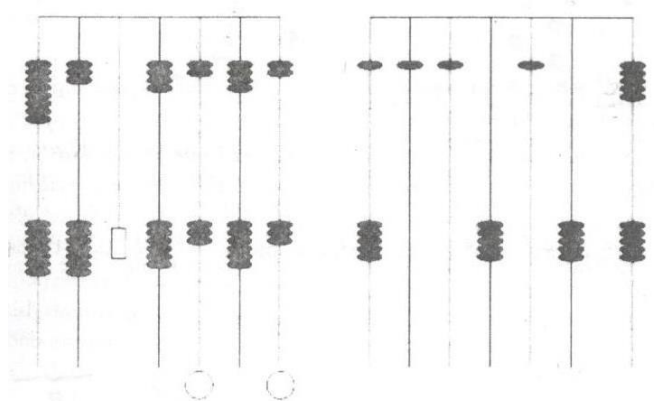


FIGURA 6.22. REPRESENTACIÓN DEL CANTO SUMAQ ÑUSTA EN LA YUPANA Y EL KHIPU

Fuente: Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo (Laurencich 2009)

### Cálculos realizados para obtener el número sacro

Para realizar los cálculos en la Yupana, se consideran las columnas independientes, que equivalen cada una a una cuerda en el khipu, se registran de derecha a izquierda: las piedrecillas negras tienen el valor de diez y las blancas y las marcadas con una cruz tiene el valor de uno (Vease la Figura 6.22):

Columna1: 8 negras y 7 blancas, resultado 87

Columna2: 3 negras y 7 blancas, resultado 37;

Columna3: 4 negras y 6 blancas, resultado 46

Columna4: 2 negras y 3 blancas, resultado 23 (número sacro  $2+3=5$ )

Columna5: 4 negras y 6 blancas, resultado 46;

Columna6: 2 negras y 3 blancas, resultado 23 (número sacro  $2+3=5$ )

Cálculos:

De las columnas 1 y 2:  $87+37=124$ ; y las columnas 4 y 6:  $46+46=92$ ;

Conversión:  $124-92=32$  (número sacro  $3+2=5$ )

TABLA 6.1. DISTRIBUCIÓN DE LAS PALABRAS SACRAS (PALABRAS CARDINALES) Y CANTIDADES SILÁBICAS DEL CANTO SUMAQ ÑUSTA

Columnas	1	2	3	4	5	6	Totales
p. negras (10)	8	3	4	2	4	2	23 (palabras sacras)
p. blancas (1)	7	7	6	3	6	3	32 (cantidad sílabas)
En khipu	15	10	10	5	10	5	55

Fuente: Elaboración propia.

En el canto “sumaq ñusta”, el número sacro obtenido en la Yupana es el número cinco, que representa a Pariacaca, se calcula el número cinco, o sus múltiplos, como se puede visualizar en la Tabla 6.1. y el significado de la cantidad en la Tabla 6.2.

TABLA 6.2. SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS EN LA REPRESENTACIÓN DE LOS TIQISIMI (SEGÚN VALERA, 1618)

Nº	Tiqsisimi	Significado
0	Killa	Luna
1	Inti	Sol
2	Pitukhipu	Fuerzas opuestas
3	Amaru	Serpiente (masculinidad)
4	Pachamama	Hermanos fundadores, Madre tierra (la feminidad)
5	Pariacaca	Dios del agua
6	Illapa	Dios de rayo
7	Inka - Qoya	Inca y su Qoya
8	Uru	Araña (antepasados fundadores)
9	Amaru	Creador
10	Pariacaca Pachacamac; Viraqocha; Inti killa	Fundador del universo; dios supremo; sol y luna

Fuente: Elaboración propia.

Las funciones de la Yupana en “Exsul Immeritus”, según Laura Laurencich (2007, pp. 380-382) son las siguientes:

- a) Como ábaco para determinar el número sagrado de las wakas de los cuatro suyus (véase la Figura 6.22), a los que Valera denomina



seq'ekuna (khipu sagrado de los seq'es). Se trata de un tablero de 5x4 casillas.

- b) Como ábaco cuadrado para calcular las multiplicaciones (Figura 6.21). El cuadrado principal cuenta con nueve casillas (3x3), y cada casilla está dividida por la diagonal para facilitar el cálculo.
- c) Como palabra llave, denominada "tiqsisimi" en quechua. Esta palabra llave sirve para "escribir" cantos sagrados de manera fonética silábica, como en el caso del canto yayallay (padre mío).
- d) Para indicar el número de palabras que hay que extrapolar de un texto breve escrito, mediante el tiqsisimi sueltos, como figura del paititi.
- e) Como ábaco para calcular el número sagrado que corresponde a los cantos sacros escritos en qhapaqkhipu fonético y silábico (Figura 6.22), para este caso se presenta el canto "sumaq ñusta" y "pachamama". En el primer canto es una Yupana de 5x4 casillas y para el segundo de 5x6 casillas.

#### **6.5.4. Descripción y funcionamiento de la Yupana conforme a los documentos de "Exsul Immeritus"**

Laurencich (2007, pp. 383-389) identifica dos formas de funcionamiento de la Yupana: las yupanas para el cálculo administrativo y las yupanas para el cálculo sagrado. Aunque resulta incoherente separar lo administrativo y lo sagrado para el pensamiento andino.

- a) La lectura de la Yupana es similar a la lectura del khipu, por ejemplo para 3x3 casillas, se lee como un khipu de tres cordeles y que se lee cada columna desde arriba hacia abajo, decir centenas, decenas y unidades.
- b) Las yupanas se usan para sumas, restas y multiplicaciones, cuyo resultado se anudaban en los khipus.
- c) El color de las piedrecillas determinan el valor posicional en la Yupana, mientras que en el khipu es determinado por los espacios proporcionales de las cuerdas. Sin embargo el color de las piedras es preferible organizar por niveles, colocando la piedra de mayor valor en la parte superior.

Respecto de la Yupana en el ámbito sagrado o literario, Laura Laurencich (2007, pp. 380-382) infiere de los documentos escritos por Valera lo siguiente:

- a) El ábaco no toma en cuenta el significado de la posición para indicar unidades, decenas, centenas, etc., sino el color: las unidades son de color blanco, y las decenas de color negro.
- b) El procedimiento permite sacar la construcción óptima de qhapaqhipu (kipu real); que consiste en conseguir el número sacro.
- c) En la Yupana se distribuyen los tiqsisimi (palabras clave) y el número de sílabas extrapoladas, para conseguir la armonía numérica.
- d) La Yupana personifica a la Pachamama, la tierra antropizada, y los números escritos en ella, se leen como wakas masculinas y femeninas, y el trabajo del amauta (el sabio) consiste en atrapar simbólicamente en ella al Amaru, el destructor.
- e) Finalmente la distribución de las piedrecillas en la Yupana son volcados al khipu, anudando en los cordeles la cantidad de piedrecillas.

Sobre el Qhapaqhipu del canto “Sumaq ñusta” (Figura 6.21) Laurencich afirma que:

- El número sacro es el número cinco, que representa al dios Pariacaca.
- El canto es una versión realizada por Quichca Tupac Inca del antiguo canto Pachamama de los tiempos de Wayna Qapaq.
- Los cálculos realizados en la Yupana son reproducidas luego en el khipu numérico de posición.
- El Canto Sumaq Ñusta y el canto Pachamama, al igual que las yupanas, contiene la plenitud del misterio macho hembra de la Divinidad.

## Yupana y los seq'es

Los seq'ekuna o khipu de los seq'es son conjunto de líneas o una especie de cuerdas, en ellas se organizaba las wakas distribuidas en el territorio del tawantinsuyu, cuyo centro iniciaba en el templo de "Qorikancha" en Cusco.

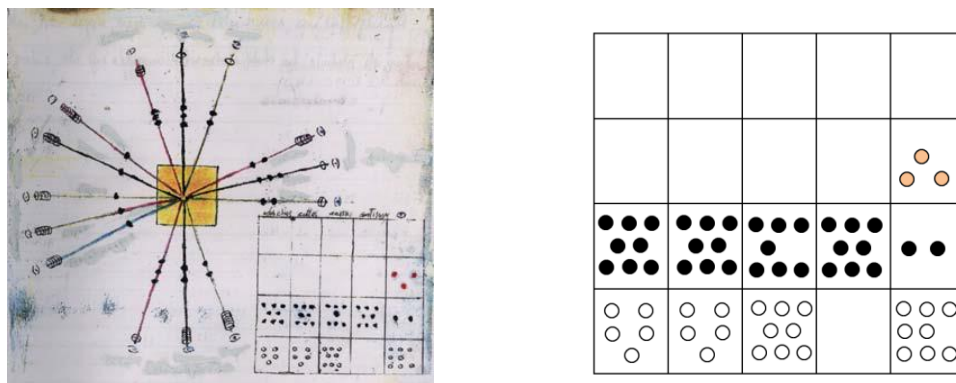


FIGURA 6.23. REPRESENTACIÓN DE LA CANTIDAD DE WAKAS DEL TAWANTINSUYU EN EL KHIPU Y LA YUPANA

Fuente: Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo (Laurencich 2009)

Los nudos allí anudados corresponden al número de wakas que se pueden contar a cada cuerda del khipu.

TABLA 6.3. DISTRIBUCIÓN DE NUDOS Y COLORES POR CUERDAS DE COLORES DEL KHIPU SEQ'EKUNA.

CUERDA	CANTIDAD	COLOR
1	33	R
2	31	N
3	21	V
4	25	R
5	31	N
6	22	V
7	27	V
8	26	N
9	32	R
10	15	C
11	15	R
12	14	V
13	17	N
14	19	R
	328	

Fuente: Elaboración propia.

TABLA 6.4. DISTRIBUCIÓN DE CUERDAS Y NUDOS POR COLORES DEL KHIPU SEQ'EKUNA.

Colores de cuerdas	Cantidad de cuerdas	Cantidad de wakas
VERDE (V)	4	84
ROJO (R)	5	124
CELESTE (C)	1	15
NEGRO (N)	4	105
TOTALES	14	328

Fuente: Elaboración propia.

Laura Laurencich en el artículo “La Yupana de la Nueva Crónica y las Yupanas de Exsul Imeritus Blas Valera populo suo” arriba a las siguientes conclusiones:

- ¿Es el ábaco andino dicho Yupana, instrumento tradicional de los Andes, es decir, sigue la lógica y el ars memoriae de esta área, o más bien una forma de sincretismo con el ábaco Europeo? Afirma que si corresponden a una lógica Andina, porque según las yupanas examinadas son un instrumento y sistema de escritura al mismo tiempo, que utiliza signos y materiales distintos que los otros sistemas

de escritura (khipu, tiqsisimi, tokapu), pero perfectamente integrados. Además en sus reglas de práctica, la lógica holística de los Tawantinsuyu son distintos a la lógica lineal de las europeas. *“La Yupana, es una Pachamama en escala reducida, permite al amauta, el sabio inca, controlar y ordenar a la Pachamama en tamaño natural, eso es, el territorio del tawantinsuyu, en lo que concierne en la administración de sus riquezas materiales y sagrados”.*

- b) ¿Es la Yupana en forma de damero un producto del sincretismo jesuita? Afirma que no es fácil responder a esta pregunta. Sin embargo agrega que por lo menos se tiene claro que los jesuitas, ya sea por Blas Valera y sus colaboradores en el trabajo de la Nueva Crónica u otros como José de Acosta, Juan de Velasco, estaban interesados en la Yupana. Agrega que el cuadrado y el damero son figuras características del mundo andino precolombino, que en la cerámica Moche está la figura del tablero/ábaco parecido a la de Nueva Crónica; así como las observaciones de Ton Zuidema sobre los Incas, el cuadrado y el ajedrezado. además existe el tiqsisimi Yupana metálico de 3x3cm, anexo al Exsul Immeritus, que es de cobre laminar plateado mediante el sistema de la “mise en couleur”, eso es, una manera prehispánica de trabajar los metales. Concluye sobre esta pregunta, que no se puede excluir todavía que los jesuitas, hayan fomentado varias hipotéticas yupanas, con la finalidad de recíproco entendimiento con los Incas coloniales, y con esta idea hayan sugerido una Yupana más especializada como para la multiplicación.
- c) ¿Cuál es el específico significado de la Yupana de la Nueva Crónica que es objeto de documentación tan detallada en el ms. Exsul Immeritus y del jesuita italiano P. Anello Oliva? En el segundo de los documentos Miccinelli, el sm. HR (a pesar de que el P. Anello intentó inútilmente traducir en números el Qhapaqkhipu Sumaq Ñusta), afirma que dicha Yupana, que sintetiza en números el canto Sumaq Ñusta, era una Yupana especial por contener la Divinidad: esto es la totalidad de los dioses, de los antepasados y las fuerzas sagradas del Tawantinsuyu.
- d) ¿Cuál es la influencia que este grupo de jesuitas ha recibido del ars memoriae del franciscano, el P. mestizo Diego Valdez, sobre la manera de comunicarse, con los runas del Tawantinsuyu, a través de figuras, puesto que en la biblioteca del colegio de Noviciados de Lima tenían esta obra? Afirma que es un tema a investigar.

## **6.6. EMPLEO PEDAGÓGICO DE LA YUPANA MULTIBASE**

La relación de la Yupana con las concepciones simbólicas y los valores presentes en la matemática andina se puede fundamentar en tres tipos de fuentes como hemos visto en los capítulos precedentes:

- a) Fuentes de investigación.
- b) Fuentes lingüísticas.
- c) Fuentes de la práctica en las actividades productivas comunitarias.

En este capítulo se describirán las características del funcionamiento de la Yupana MB, propuesta como material de apoyo válidos para:

1. Comprender el valor posicional del sistema decimal y otros sistemas.
2. Construir la sucesión de números naturales o enteros positivos.
3. Descubrir las técnicas operativas de la adición, sustracción, multiplicación y división.
4. Descubrir las técnicas operativas de potenciación y radicación.
5. Descubrir las técnicas operativas, sistemas operativos distintos al decimal.

Su uso pedagógico se ha desarrollado en tres etapas:

- a) Discusión con los docentes.
- b) Adecuación pedagógica con los docentes.
- c) Aplicación en aula con estudiantes.

Para su adaptación pedagógica se toman como base:

- a) Actividades productivas comunitarias (conceptos, procedimientos, y valores).
- b) Actividades matemáticas de **contar** y **explicar** (conceptos, procedimientos, y valores).

El nivel de uso de la Yupana se puede clasificar en:

- a) Nivel intuitivo concreto.
- b) Nivel representativo gráfico.
- c) Nivel conceptual simbólico .

### **6.6.1. Elaboración del material**

El procedimiento de elaboración de la Yupana ha sido orientado bajo las siguientes características:

**Material para el alumno:**

- a) El material empleado ha sido una pieza rectangular de cartón prensado, con dimensiones de 21cmx31 cm.
- b) Una lámina de papel bond con las mismas medidas 21cmx31 cm. En la parte central del papel bond se trazan las cuadrículas de 4 columnas y 5 filas. En la parte superior se escribe el término “Yupana”, en la parte inferior se marca o se dibuja grupos de puntos de: 5, 3, 2 y 1.
- c) En la parte lateral derecha del mismo papel bond se escriben las iniciales: “S” de Sapankuna (unidades), “CH” de chunkakuna (decenas), “P” de pachaqkuna (centenas), “W” de waranqakuna (unidades de mil) y “CHW” de chunka waranqakuna (decenas de mil). Para el caso de tercero a sexto grados de primaria no es necesario escribir estos símbolos en el lateral derecho.
- d) El papel bond dibujado se fija al cartón prensado, con una lámina transparente (Papel Contact Transparente).
- e) El marco del tablero es forrado con alguno de los tres colores convenidos: verde (primer y segundo grado), rojo (tercer y cuarto grado) y azul (quinto y sexto grado).
- f) Los señalizadores son piedrecillas coloreadas, semillas u otros. Para primer grado los señalizadores son más grandes. La cantidad estándar de piedrecillas es: 20 blancas o claras, 20 negras u oscuras y 10 de color marrón o rojo. Se dispone de una bolsa de tela o cajita para guardar las fichas.

#### **Material para el Docente:**

- a) El material empleado ha sido un pliego de cartulina tamaño ocho oficios, es decir con las dimensiones de 70cmx100 cm.
- b) Se repite el proceso anterior, con la diferencia de la proporción en el tamaño (pasos anteriores b, c, d y e).
- c) En lugar de los señalizadores, se emplearon fichas circulares del material corrospun, una cinta adhesiva para fijar en la pared; los señalizadores utilizados son: 20 fichas blancas o claras, 20 fichas negras u oscuras y 10 fichas de color marrón o rojo. Y una bolsa de tela o cajita para guardarlas.

### **6.6.2. Secuencia de actividades pedagógicas con el uso de la Yupana**

#### **6.6.2.1. Actividades previas y vínculos con los saberes matemáticos del contexto**

- a) **Vivenciación o diálogo sobre una situación real o problema.**  
Para esta actividad, se recomienda realizar visitas de campo para iniciar una unidad, modulo o proyecto de aprendizaje, también se

puede invitar a especialistas conocedores del tema al inicio o proceso de las actividades.

En la guía pedagógica del docente se presenta como ejemplo la actividad productiva comunitaria “cosecha de cebada”, para esta sesión se inicia con la presentación de un esquema (dibujo de segado de cebada), se invita a los niños a un diálogo con sus compañeros, respondiendo algunas preguntas que orientan la conversación, luego son socializadas con todo el grupo.

Por ejemplo, para responder en forma individual observando la ilustración presentada, las preguntas formuladas fueron:

¿Qué hacen las personas en este dibujo?

¿Cuántas personas ves en este dibujo?

¿Cómo se hace el corte de cebada?

El diálogo se realiza en pares o tríos, en base a preguntas orientadoras que guían la conversación, también en base a la observación del dibujo:

¿Cuántas personas había en la cosecha de cebada?

¿Con qué se había cortado la cebada?

¿Cómo se había hecho una phicha?

**b) Recuperación de saberes previos**

En esta fase se relacionan las prácticas reales de la comunidad con las actividades pedagógicas, consistentes en conceptos matemáticos, procedimientos, valores seleccionados por el docente. Se sugiere que esta selección sea discutida y reflexionada por el equipo docente del centro. El propósito de esta fase es recoger los conocimientos previos de los estudiantes, para elaborar nuevas sesiones de aprendizaje. Los niños de primer y segundo grado pueden comunicar con dibujos los diálogos o verbalizando ideas breves. Pueden, por ejemplo, dibujar un manojo de cebada, dibujar una phicha, etc.

**c) Sistematización de las ideas matemáticas o matematización.**

Esta etapa es necesaria, en caso de que se desee construir nuevas ideas o conceptos. Para ello puede ser necesario apoyarse de materiales no estructurados como: piedras, chapas, palillos, etc.

Se recomienda algunas estrategias que relacionen conceptos y procesos matemáticos con representaciones o simbolizaciones empleando material concreto. Esta etapa se considera la tercera fase de la construcción de conocimientos, habilidades y actitudes.

Para esta actividad se utilizaron palillos de madera, que representan los “maki” (manojos de cebada), con la consigna de formar “phichas” (un grupo de manojos ordenados). Se sugiere hacer estas actividades en pares o tríos. Para desarrollar las ideas y conceptos matemáticos se proponen preguntas tales como:

- ¿Cuántos palitos completaran a una phicha?
- ¿Cuántos palitos completaran a dos phichas?
- ¿Cuántos palitos completaran a cinco phichas?

### 6.6.3. Actividades con apoyo de la Yupana

Para la presentación de situaciones que involucran operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación), se trata de partir de las actividades productivas comunitarias del “segado de cebada”, procurando una sistematización como propuesta pedagógica en la guía para el docente.

#### 6.6.3.1. Composición y descomposición de cantidades en la Yupana

Las composiciones y descomposiciones de las cantidades consisten en la combinación de grupos base 1, 2, 3 y 5 respectivamente. Estos grupos base son los números primarios, el resto de los números son derivaciones de estos números: con ellos se pueden componer las cantidades 4, 6, 7, 8, 9.

#### Composición de la cantidad cuatro

Por ejemplo el número cuatro se obtiene combinando o componiendo en la fila de las unidades, usando las piedrecillas: una vez tres y una vez una, o dos veces dos, o una vez dos y dos veces una, o cuatro veces una. Cualquiera de estas composiciones es válida, se emplea según las necesidades o estrategias propias de cada estudiante. Por una convención más que una regla, se sugiere utilizar la menor cantidad posible de piedrecillas y una piedrecilla por casillero, con este criterio la representación de la cantidad cuatro es: una vez tres y una vez una.

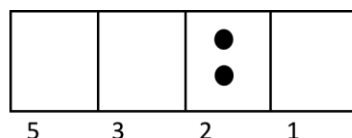
Con los niños de primero y segundo grado conviene emplear las actividades en la lengua originaria, la representación de una phicha (cuatro manojos) es representada con dos piedrecillas:



Sin embargo, según la estrategia requerida o necesidad, también puede ser representado como dos veces dos:



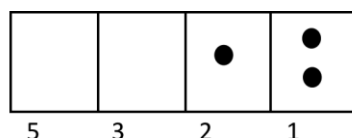
**Tawa: 4**



Iskaykuti iskay  
Dos veces dos

O de esta otra forma:

**Tawa: 4**



Huqkuti iskay, iskaykuti huq  
Una vez dos y dos veces una

O incluso utilizando sólo el casillero del grupo o columna de los “uno”:

**Tawa: 4**



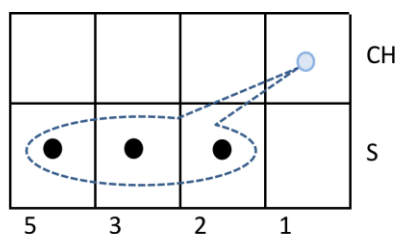
Tawakuti huq  
Cuatro veces una

### Representación de cantidades de 0 al 20.

Para fijar el grupo de cada diez o la decena, se emplea el cambio de nivel o de fila, es decir cada grupo de diez unidades, se cambia por una en la siguiente fila de las decenas.

El ejemplo presenta el grupo de diez formado por cinco, tres y dos:

**Chunka (10)**



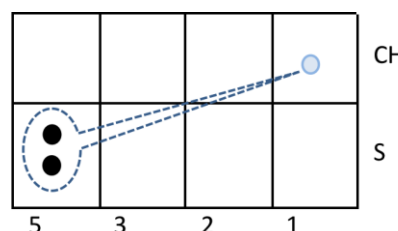
CH

S

Chunkantin  
Un grupo de diez

Grupo de diez formado por cinco y cinco:

**Chunka (10)**



CH

S

Chunkantin  
Un grupo de diez

La cantidad dieciséis se representa por ejemplo como una vez diez, una vez cinco y una vez una:

**16 (10; 5; 1)**

			●	CH	Chunka suqtayuyq
●			●	S	Dieciséis
5	3	2	1		

### 6.6.3.2. La adición en la Yupana

El término quechua que define la acción de sumar es “yapay” (Urton, La vida social de los números. Una ontología d los números, y la filosofía de la aritmética quechua, 2003, p. 158), y de forma similar al campo semántico de la palabra “sumar” (aumentar, incrementar, unir y extender). El término “yapay” comparte un espacio gramatical de cuatro encabezados distintos pero relacionados: Palltay (aumentar), t’antay (unir), ashkayachiy (expandir), yanantin (con su par, con su complemento). Estos cuatro términos se han seleccionado en base a los presentados por Gary Urton.

La operación de adición en base decimal se efectúa bajo los siguientes criterios:

- Los números base o representación de grupos son: cinco, tres, dos, uno y cero.
- El resto de los números: 4, 6, 7, 8, 9 son expresados en base a los números base.
- Para adicionar se requiere que las piedrecillas sean del mismo color.
- La suma de dos o más cantidades se puede expresar de distintas formas.
- Se sugiere totalizar con la cantidad mínima de piedrecillas y una piedrecilla por casillero.

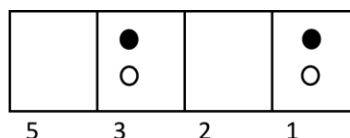
Para mostrar el proceso de adición en la Yupana utilizamos algunas situaciones de la actividad productiva comunitaria del corte de cebada “ichhuy”.

### Adición cuya suma es menor que 10

Situación 1: de acuerdo a la formación de “phichas” simulado con palillos que hacían los manojos de cebada ¿Cuántas manos hay en dos phichas?

Se representa el primer grupo “phicha”, colocando en la Yupana las piedrecillas de color negro (cuatro manos), y luego el segundo grupo con el color blanco (también cuatro manos).

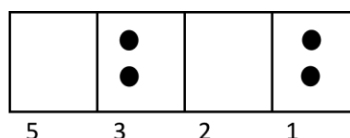
**4 y 4**



Tawata churasun (pongamos 4)  
Tawata yapasun (sumamos 4)

Para realizar el proceso de adición se homogeniza el color de las piedrecillas.

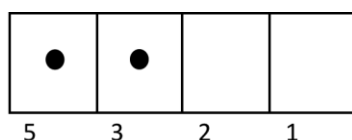
**4 y 4**



Kikinman llamp'isun yapanapaq  
Mismo color para sumar

Luego se procede a la composición de las cantidades, lo que se denomina “totalizar las cantidades” en términos de números primarios (5, 3, 2, 1). Una alternativa es completar a cinco y eso se logra componiendo 3; 1; 1, este resultado se cambia por una piedrecilla del mismo color, ubicando en el casillero del grupo cinco. Así se obtiene la cantidad derivada ocho, formado por los números primarios cinco y tres.

**Pusaq (8)**



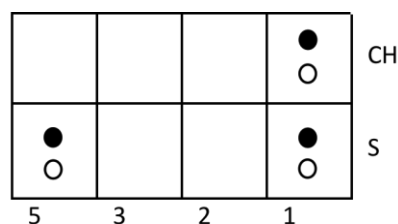
Pusaq maki iskay phichapi  
Hay ocho manos en dos phichas

### Adición cuya suma es menor que 100 (llevando)

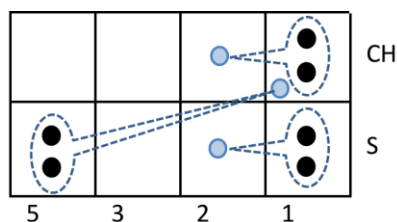
Situación 2: En el segado de la cebada, se conoce que un brazo (marq'a) está formado por 16 manos (maki). ¿Cuántas manos hay en dos brazos?

Colocamos 16 piedrecillas de color negro (primer brazo), luego 16 piedrecillas de color blanco (segundo brazo).

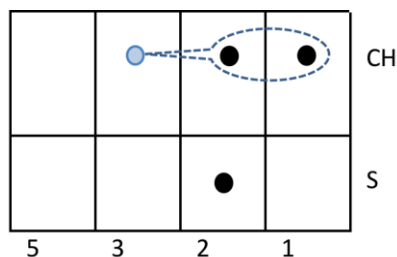
**(16 y 16)**



Homogenizamos todos los valores en piedrecillas de color negro. Luego proseguimos a componer o canjear en los espacios más favorables, por ejemplo en la unidades: dos veces una por una vez dos, dos veces cinco por una vez diez; y en la fila de las decenas: dos veces una por una vez dos.

**(16 y 16)**

Se puede seguir cambiando en la fila de las decenas: una vez dos y una vez una por una vez tres.

**(32)**

Finalmente se lee el resultado: tres decenas y dos unidades o lo que es lo mismo: una vez treinta y una vez dos.

La respuesta a la pregunta es: hay 32 manos en dos brazos de cebada segada.

#### 6.6.3.3. *Sustracción en la Yupana*

En quechua el término nuclear para la sustracción es “hurquy”, que en castellano equivale a “sacar”, “extraer”, “retirar” y “levantar” (Urton, La vida social de los números. Una ontología d los números, y la filosofía de la aritmética quechua, 2003, p. 162). El campo gramatical de “hurquy” podría estar dada por los términos quechuas: pisiyachiy (disminuir), qichuy (reducir); tawqaray (desagregar), chhikanin (pequeño pedazo necesario).

La operación de sustracción se efectúa bajo los siguientes criterios:

- Para sustraer se requiere que las piedrecillas sean emparejadas en el mismo recuadro y cada pareja estará constituida por colores opuestos o distintos.
- La diferencia de dos cantidades se obtiene retirando todas las parejas, luego se lee las piedrecillas que han quedado en el tablero.
- Se sugiere totalizar con la cantidad mínima de piedrecillas y una piedrecilla por casillero.

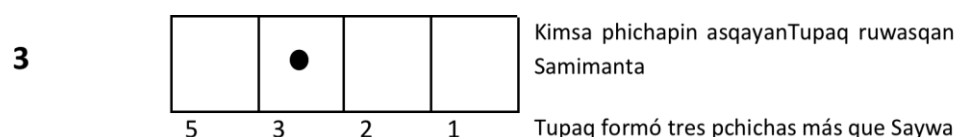
#### **Sustracción con cantidades menores que 10**

Situación 3. Tupaq formó ocho phichas y Saywa cinco. ¿Cuántas phichas más formó Tupaq que Saywa?

Se representa el sustraendo con piedrecillas de color negro (ocho phichas). Luego se coloca el minuendo con piedrecillas de color blanco (cinco phichas).



Para realizar el proceso de sustracción se compara las cantidades, la estrategia es igualar o emparejarlas, las cantidades iguales o emparejadas son retiradas de la Yupana, leyendo lo que queda como el resultado.

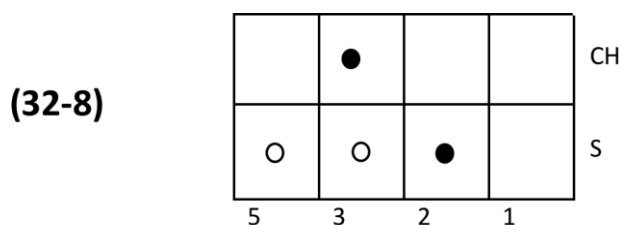


### Sustracción de números menores que 100

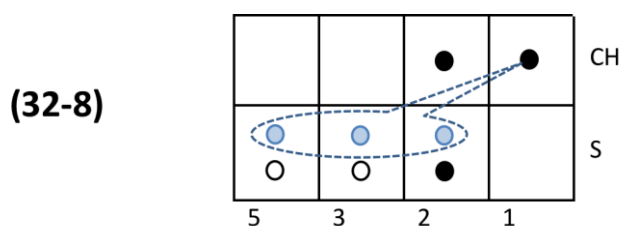
Situación 4. Tupaq tiene para dos brazos de cebada ya segadas, se da cuenta que dos phichas están estropeadas. ¿Cuántas manos de cebada están correctamente formadas?

Del problema anterior se sabe que, en dos brazos hay 32 manos, y en dos phichas hay 8 manos.

Se colocan 32 piedrecillas de color negro y 8 piedrecillas de color blanco.



Para el proceso de la sustracción, es necesario conseguir emparejar las piedrecillas de color blanco, una estrategia para lograr este objetivo es descomponer la piedrecilla de mayor valor inmediato, en este caso es tres decenas. Luego de descomponer en 20 y 10, la decena obtenida se vuelve a descomponer en 5; 3 y 2.



De esta forma se logra emparejar, 5 y 3.

(32-8)

		●		CH
○	○	●		S
5	3	2	1	

A continuación se retira del tablero las parejas formadas, con lo que se obtiene el resto buscado.

(24)

		●		CH
		●		S
5	3	2	1	

Ya es posible leer el resultado, una vez veinte y dos veces dos, es decir: 20 y 4.

La respuesta: están correctamente formadas 24 manos.

#### 6.6.3.4. Multiplicación en la Yupana

El concepto clave para la operación de la multiplicación es el término quechua “miray”, sin embargo Urtón (2003) considera también el término “kuti”, este término será empleado para la operación de potenciación. El campo semántico estaría dado por los términos: askhayachiy (hacer que se reproduzca), wiñay (crecer).

La operación de multiplicación se efectúa bajos los siguientes criterios:

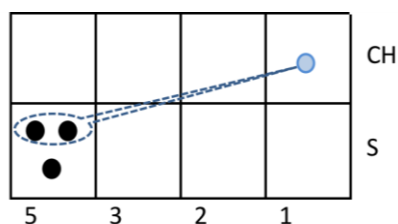
- Para obtener el producto se emplea la concepción de sumas repetidas del multiplicando, indicado por la cantidad de veces del multiplicador.
- Se utilizan piedrecillas de color negro para el multiplicando y piedrecillas auxiliares de color marrón para el multiplicador.
- Cuando el multiplicador es mayor a 10 se sugiere emplear piedrecillas de color blanco como referentes.

#### Multiplicación cuyo producto es menor que 20

Situación 5. Se conoce que una carga se forma de cinco brazos de cebada. ¿Cuántos brazos hay en tres cargas?

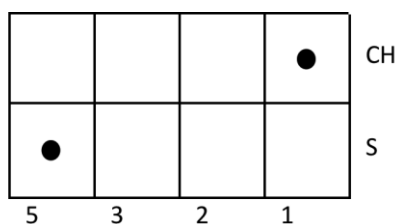
Para efectuar la multiplicación  $5 \times 3$ , se coloca en el tablero tres veces cinco en el casillero correspondiente, con piedrecillas de color negro.

(3 veces 5)



Luego, se expresa el resultado de la forma simple o básica, para ello se recurre a las composiciones y cambios, por ejemplo: cinco y cinco unidades se cambia por una decena en la segunda fila.

(15)



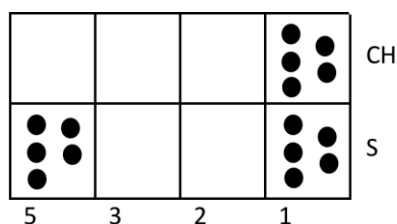
Finalmente se lee el resultado una decena y cinco unidades. Por tanto la respuesta es: en tres cargas hay 15 brazos de cebada.

### Multiplicación cuyo producto es menor que 100

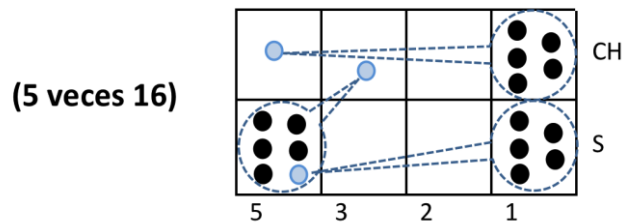
Situación 6. Sabiendo que la carga de un varón es de cinco brazos, la carga de una mujer es de cuatro, y cada brazo es de 16 phichas. ¿Cuántas phichas hay en una carga de varón?

Para resolver la multiplicación  $16 \times 5$ , se repite cinco veces dieciséis, como en la forma anterior.

(5 veces 16)

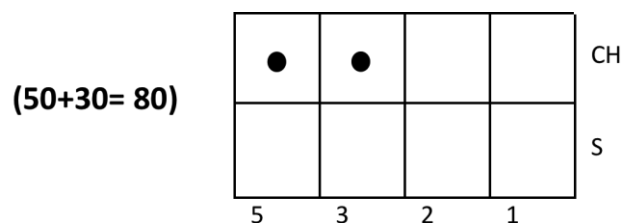


Según los requerimientos se realizan algunos procesos previos de composición y cambios antes de expresar en la forma simplificada o resumida. Por ejemplo, en la fila de unidades, se cambia cinco veces una por una vez cinco, con este último se cambia seis veces cinco por una vez tres decenas; luego en la fila de las decenas se compone cinco veces una decena por una vez cinco decenas.



A continuación se lee el producto, ocho decenas o lo que es lo mismo 80 unidades.

Una carga de varón es de 80 phichas.

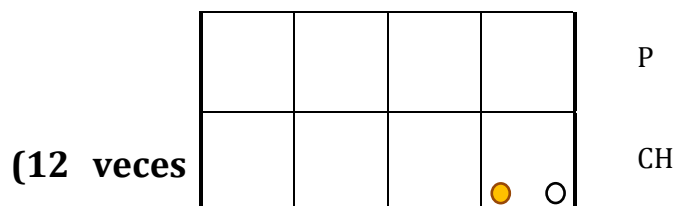


Existen varias formas de proceder con la composición y los cambios, el estudiante ira descubriendo estrategias cada vez más eficaces. Otra estrategia puede ser iniciar en la columna de las decenas: cinco veces una por una vez cinco; luego en las filas de las unidades se compone, cinco veces una por una vez cinco; a continuación se cambia seis veces cinco unidades por una vez tres decenas; y también se obtienen 80.

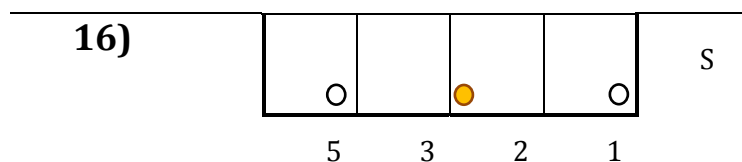
### Multiplicación cuyo producto es menor a 1000

Situación 7. Sabiendo que la carga de un varón es de cinco brazos y la carga de una mujer es de cuatro, y cada brazo es de 16 phichas. ¿Cuántas phichas hay en 12 brazos?

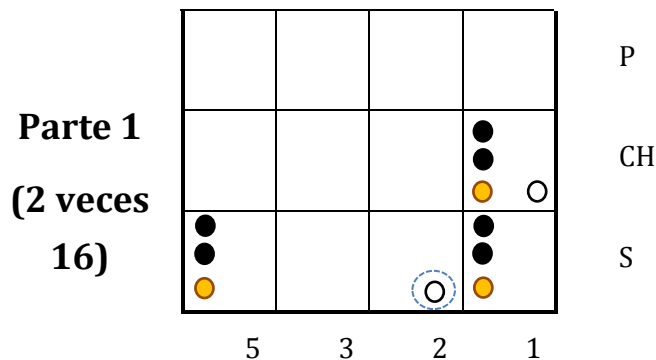
Para efectuar la multiplicación  $16 \times 12$ , cuyo multiplicador es más de diez, en estos casos se emplean piedrecillas referentes o guías para controlar las multiplicaciones parciales. Para este caso las piedrecillas blancas representan al multiplicando (16), y las de marrón al multiplicador (12):



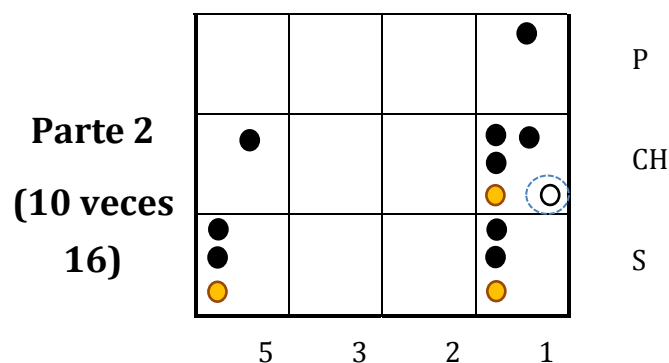




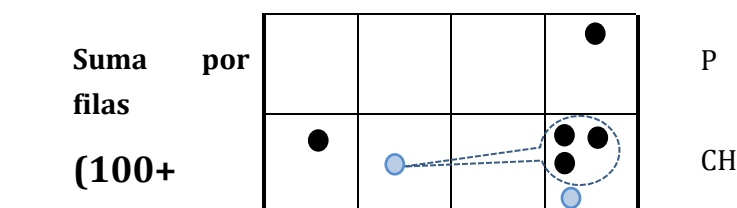
Se efectúa la primera multiplicación parcial dos veces dieciséis ( $16 \times 2$ ), para ello se colocan duplicados las piedrecillas de color negro en cada recuadro que indica el multiplicando (16).

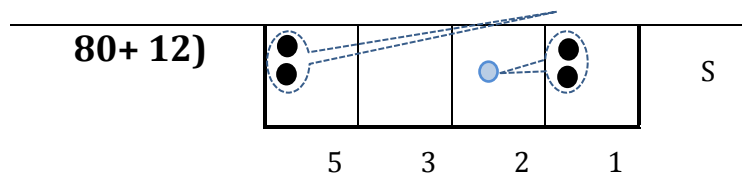


Luego se efectúa la segunda multiplicación parcial, diez veces dieciséis ( $16 \times 10$ ), se coloca una piedrecilla en el segundo nivel de la misma columna. Subir un nivel indica: diez veces seis son seis decenas, y diez veces diez son una centena.

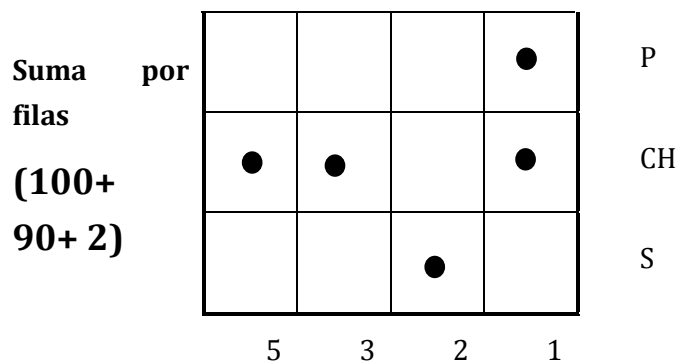


Se retiran las piedrecillas guía, luego se realizan las composiciones y los cambios necesarios en cada fila.



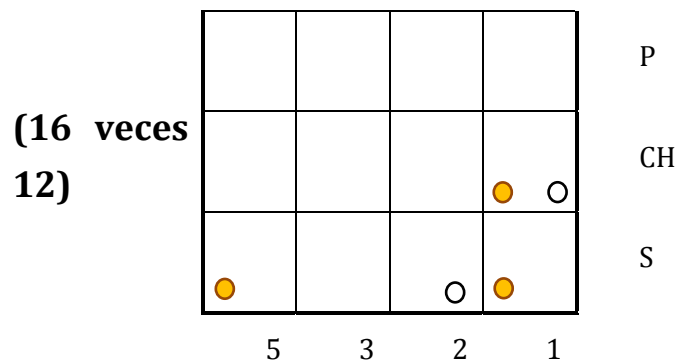


Finalmente se representa en su forma simplificada y se lee el producto. Hay 192 pichas en 12 brazos.

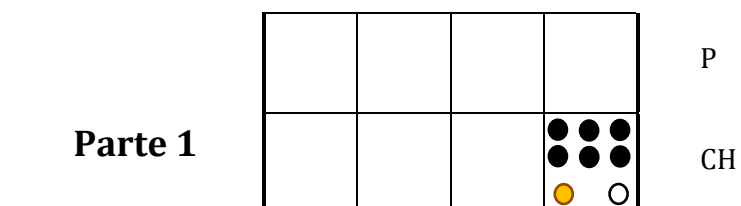


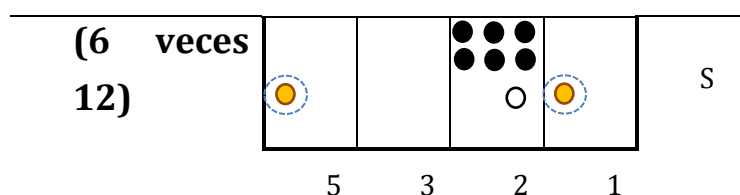
En este ejercicio también es posible resolver empleando la propiedad conmutativa (12x16), es decir la obtención de 16 veces 12.

Representamos adecuadamente el multiplicando (12) y el multiplicador (16).

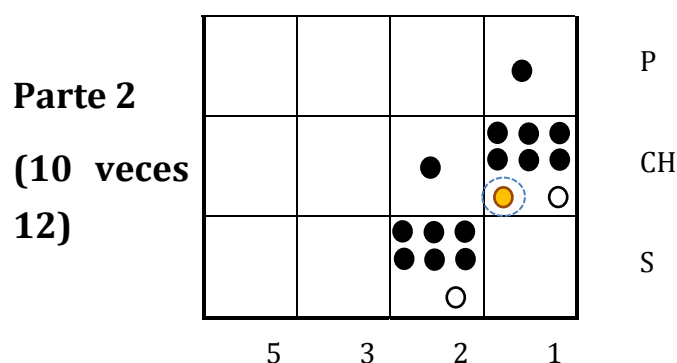


A continuación, se procede a efectuar las multiplicaciones parciales, en primer lugar seis veces doce (12x6), que consiste en colocar seis piedrecillas en el espacio del dos y seis en el espacio del diez. Al término del producto parcial, se retira la piedrecilla referente en la fila de las unidades.

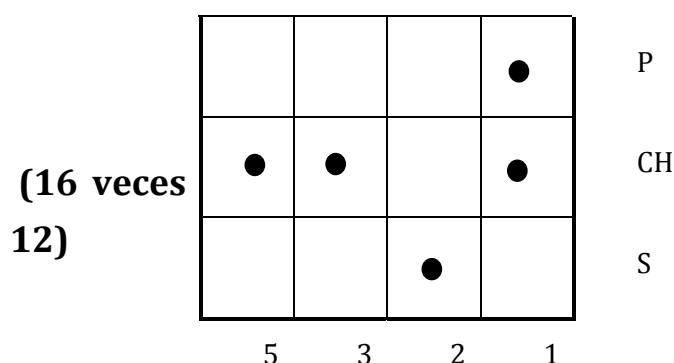




Se prosigue con la segunda multiplicación parcial de 10 veces 12, esto significa 10 veces 2 que es 20 y 10 veces 10 que es 100.



Se retira la última piedrecilla referente, y también las piedrecillas blancas que indican el dividendo. En seguida se componen y se cambian los valores en cada fila y columna. Finalmente se obtiene producto compuesto por una centena, nueve decenas y dos unidades (192). Por lo tanto, la respuesta a la pregunta es, en 12 brazos hay 192 phichas.



#### 6.6.3.5. División en la Yupana

En este estudio se considera al término quechua “rakiy” como término nuclear para la acepción de la división, y se comparte el campo semántico con los términos: t’aqay (repartir, distribuir) y “palqay” (separar). Sin embargo Gary Urton (2003, p. 172) afirma que los tres términos son nucleares.

La operación de división se efectúa bajos los siguientes criterios:

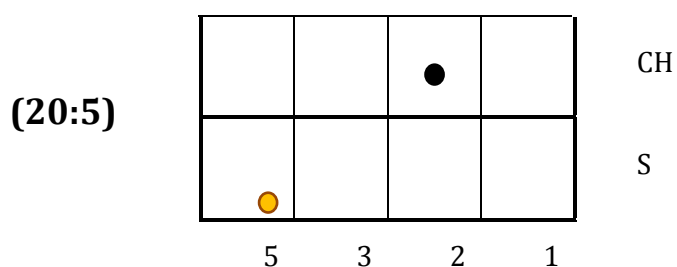
- Para obtener el cociente se emplea la concepción de “distribuir en grupos” (rakiy). Desde esta forma de concebir la división, el tablero ayuda a plasmar esta idea, ya que su misma estructura permite a organizar las cantidades en distintos grupos.
- El dividendo es distribuido en grupos según indica el divisor, las cantidades que no completan al grupo indicado por el divisor son los residuos del proceso de distribución.
- Se utilizan piedrecillas de color negro para el dividendo y piedrecillas auxiliares de color marrón para el divisor.
- Cuando el dividendo es menor a 10 se sugiere no emplear piedrecillas auxiliares.

### División de números menores a 20

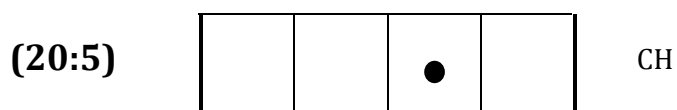
Situación 8. En segado de la cebada. Se sabe que una carga se forma de cinco brazos ¿Cuántas cargas se podrán formar de 20 brazos?

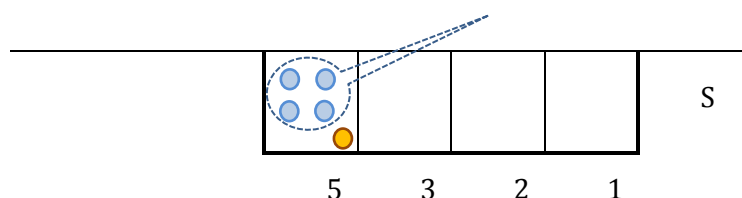
Para efectuar el proceso de división, empleamos los conceptos quechuas: “rakiy” que significa dividir, separar, fragmentar; “t’aqay”, repartición, distribución; y “palqay” separar (Urton, La vida social de los números. Una ontología d los números, y la filosofía de la aritmética quechua, 2003, pp. 174-175).

La representación de la cantidad a distribuir (dividendo) serán las piedrecillas de color negro, y el grupo a separar, o fragmentar (dividendo) con piedrecillas de color marrón.



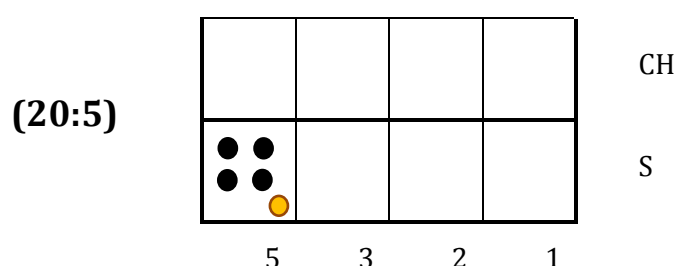
Este proceso consiste en formar grupos que indica la piedrecilla guía (dividendo), en este caso la piedrecilla que representa a 20, se descompone en cuatro veces cinco. Para explicitar este proceso, se sugiere contar colocando de cinco y cinco en el espacio correspondiente.





Realizada la descomposición de 20 en grupos de cinco. Finalmente para su lectura se cuenta la cantidad de grupos de cinco que se ha obtenido, o emplear la preguntas ¿cuántos grupos de cinco se ha formado?, se forman cuatro grupos de cinco.

La respuesta al ejercicio es, con 20 brazos se podrán formar cinco cargas de cebada.

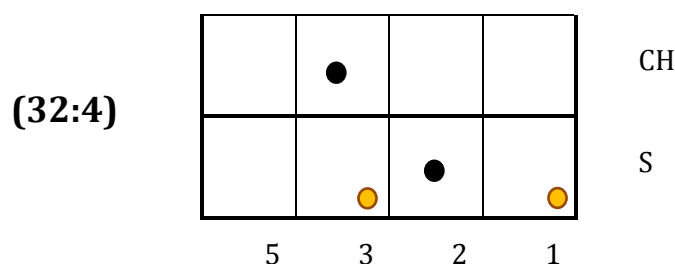


### División de números menores a 100

Situación 9. En el segado de la cebada, se sabe que una carga se forma de cinco brazos y cada brazo por cuatro pichas. ¿Cuántos brazos se podrán formar de 32 pichas?

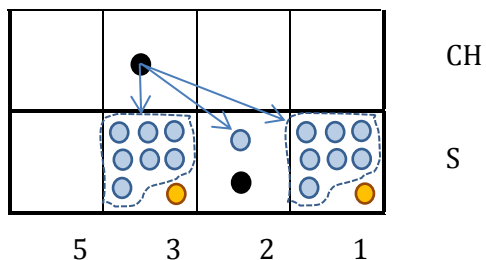
Para las divisiones que tienen dos o más factores como dividendo y una cifra como divisor, se procede de la misma forma a la anterior.

Para este caso, la cantidad 32 se representa con piedrecillas de color negro y 4 con piedrecillas de color marrón que hacen de guía.



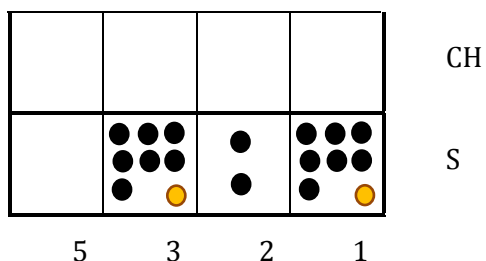
Para efectuar el reparto, la piedrecilla que equivale a 30 se descompone en grupos de cuatro, esto se consigue repartiendo: una vez cuatro, dos veces cuatro que hacen ocho, tres veces cuatro que hacen doce..., hasta siete veces cuatro que hacen veinte ocho, quedando dos que es ubicado en el casillero correspondiente al grupo dos.

(32:4)



Las piedrecillas en el espacio del grupo dos completan a cuatro: dos veces dos, también forma parte del grupo cuatro, no habiendo más piedrecillas por repartir, finaliza el proceso de reparto.

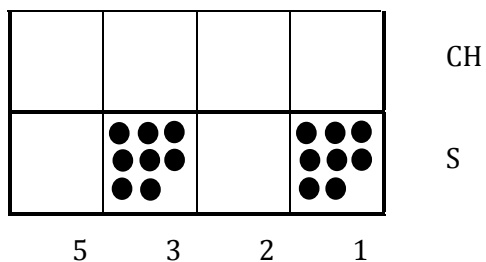
(32:4)



Una vez completada la distribución, se da lectura o respuesta a la pregunta, ¿Cuántos grupos de cuatro se ha obtenido?, en este caso se contabiliza ocho grupos

La respuesta a la situación propuesta es, con 32 pichas se podrá formar ocho brazos.

(32:4)

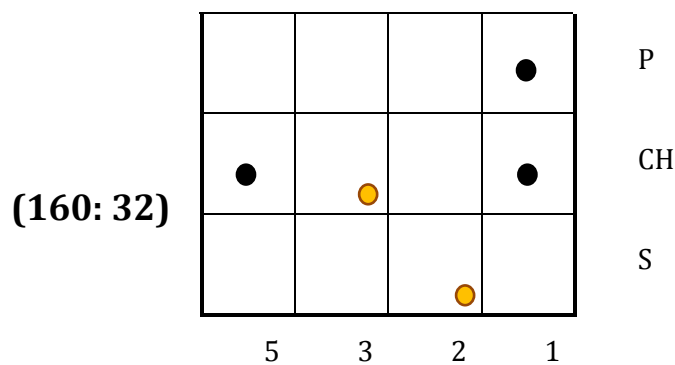


### División de números menores a 1000

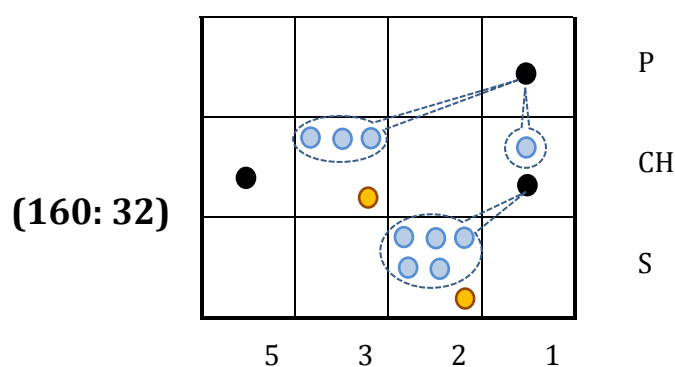
Situación 100. Sabiendo un par de brazos se forman por 32 pichas. ¿Cuántos pares de brazo se podrán formar de 160 pichas?

Para dar respuesta a esta interrogante es necesario distribuir las 160 pichas en grupos de 32 (160:32).

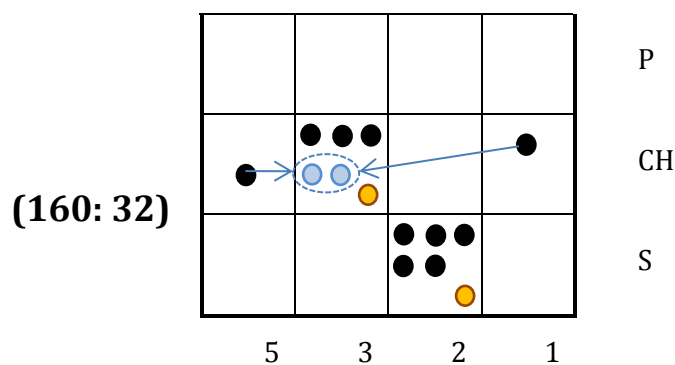
Se ubican el dividendo 160 con piedrecillas de color negro, y el divisor 32 con marrón.



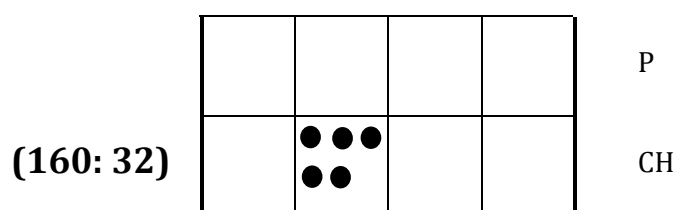
A continuación se distribuye: una centena en tres veces treinta y una vez diez, también la decena se distribuye como cinco veces dos.

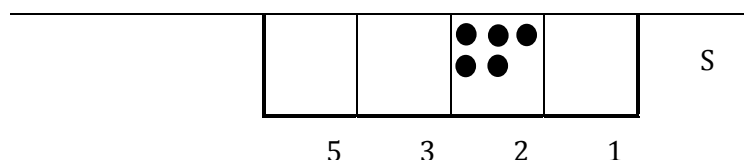


Además, se puede componer en la fila de las decenas como una vez cinco y una vez una como dos veces tres.



A continuación se lee. Con 160 pichas se pueden formar cinco pares de brazos de cebada.





#### 6.6.3.6. Potenciación en la Yupana

El término nuclear para la operación de potenciación está dado por el quechua “kutipay”, que tiene la acepción de reiterar el turno o cantidad especificada. Otro significado es la acción de “volver a hacer, rehacer” (Academia Mayor de la Lengua Quechua, 2005, p. 216).

La operación de potenciación se efectúa bajos los siguientes criterios:

- Para obtener la potencia se emplea la concepción de multiplicaciones reiterativas de la base (kutipay).
- El proceso es similar a la multiplicación. La idea es multiplicar reiteradas veces la denominada “base”, según las veces que indique el “índice”.
- Se utilizan piedrecillas de color negro para las multiplicaciones reiterativas de la “base” y las piedrecillas auxiliares de color marrón para indicar el “índice”.

#### Potencia de números menores a 20

Hemos averiguado que los manojos de cebada se contabilizan en pares.

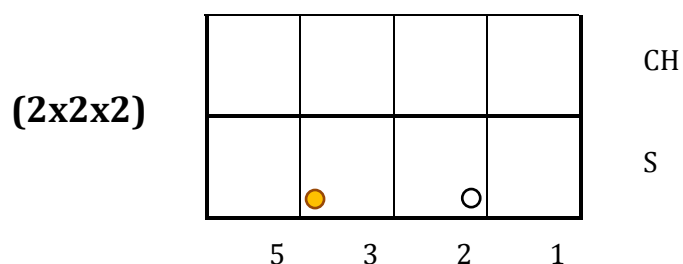
Situación 11. La profesora Martha indica a sus estudiantes, cada estudiante formará dos phichas, luego se juntan en parejas. ¿Cuántos pares de manojos tendrán cada pareja de estudiantes?

Cada phicha	Cada niño	Grupo de niños
2 pares	2 phichas	2 estudiantes
2	2x2	2x2x2

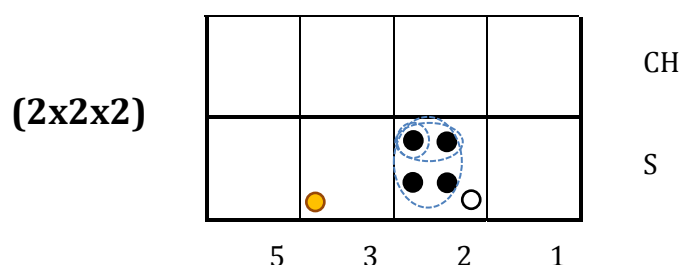
Esta situación alude a un cálculo simple de multiplicaciones reiteradas y no al concepto de potencia geométrico; sin embargo servirá para mostrar el procedimiento de cálculo de potencia de dos.



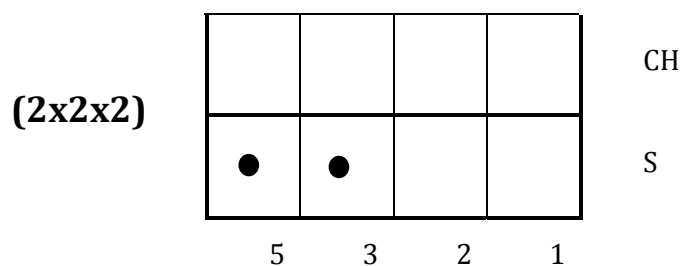
La base de la potencia es 2, y está representado por la piedrecilla de color blanco; el exponente que indica la cantidad de multiplicaciones reiteradas se representa con piedrecilla de color marrón.



El proceso de potenciación está dado por la duplicación de la base, en tres reiteraciones: la primera está representada por la base, la segunda la duplicación de éste; y el tercero se vuelve a duplicar el resultado anterior.



Luego se representa en forma simplificada y se da lectura. Cada pareja de estudiantes tendrá ocho pares de manojos.



### Potencia de números menores a 100

Situación 12. Se sabe que una phicha está formada por cuatro manos, un brazo (marq'a) está compuesta de cuatro phichas, una carga (winay) para una mujer está constituida por cuatro brazos. ¿Cuántas manos serán necesarias para obtener una carga (de mujer)?

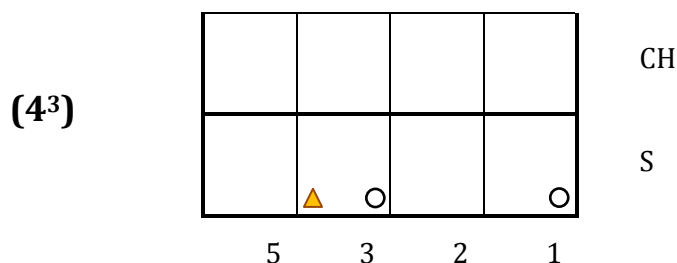
Para resolver esta situación, previamente los estudiantes han reflexionado y comprendido sobre la estructura que presenta en cada uno de los conceptos matemáticos: phicha, marqa, winay (carga de varón y carga de mujer), por ejemplo en el primer orden (columna 1) una (1) phicha está compuesta de

cuatro manojos de cebada segada (4), en el segundo orden (2) una brazo (marca) está compuesto por cuatro phichas, en el tercer orden (3) una carga (winay) para mujer está compuesta por cuatro marca, así se puede seguir formando para cuatro vueltas, cuatro días, cuatro comunidades (ayllus), donde se conserva claramente la base cuatro en el proceso de formación grupos.

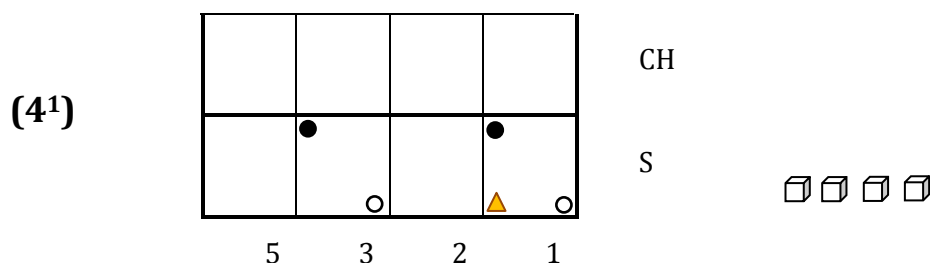
1	2	3	4	5	6	7
4	4	4	4	4	4	4
phicha	marca	Winay mujer	4 mujeres	4 vueltas	4 días	4 Ayllus

En este ejercicio relacionamos la potenciación con una concepción geométrica. En este sentido, la primera representación será la base dispuesta en una fila; la segunda será la formación de un arreglo cuadrangular, es decir, una misma cantidad de filas y columnas; y la tercera aludirá a la formación de un cubo.

Para la resolución de la situación planteada, se coloca las piedrecillas blancas para representar la base cuatro y el exponente con la piedrecilla de color marrón. Cabe señalar que estas piedrecillas blancas y marrones, son los indicadores de las operaciones a realizar.

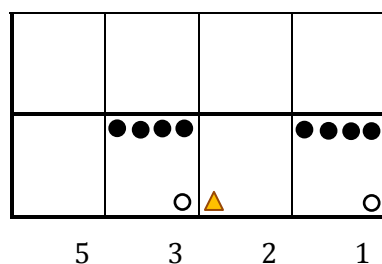


La primera potencia, consiste en la ubicación de la base: cuatro piedrecillas de color negro. Geométricamente equivale a una fila de cuatro objetos.



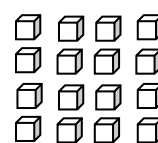
La segunda potencia, es la multiplicación de la base por la base. En este caso, cuatro veces cuatro. Lo que equivale a la formación de un arreglo de cuatro filas y cuatro columnas.

$(4^2)$



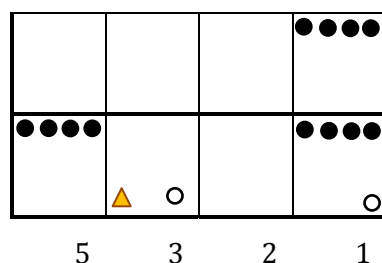
CH

S



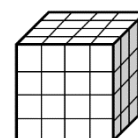
La tercera potencia consiste en la multiplicación de la base por el resultado anterior. Es decir cuatro veces dieciséis. Es importante notar aquí que el resultado anterior se representa con el criterio de “menor cantidad posible de piedras” y “una piedrecilla por casillero”. Más en general, se usa este principio en pasos intermedios. De esta forma que se obtiene el siguiente resultado:

$(4^3)$



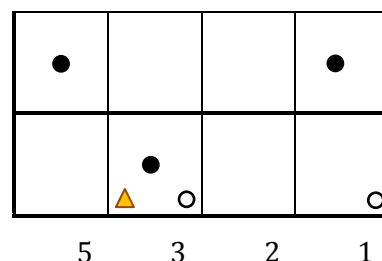
CH

S



Finalmente se lee la respuesta. Para obtener una carga de mujer se requiere, 64 manos.

$(4^3=64)$



CH

S

En general, en todos los procesos, el reagrupamiento con el principio de “menor cantidad posible de piedrecitas” y “una piedra por casillero” es clave para las operaciones. Sin embargo este reconocimiento será producto de la propia experiencia de los estudiantes.

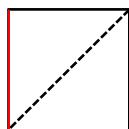
### 6.6.3.7. Raíz cuadrada en la Yupana

El núcleo conceptual que se equipara a la “raíz cuadrada” es el término quechua “chakana ch’iquy” que alude a “tallar el lado de un cuadrado”. El término chakana es empleado por Calor Milla (1983) como la relación entre

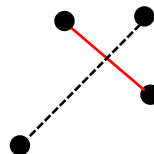
el lado y la diagonal de un cuadrado con idea imaginaria de las “diagonales mayor y menor” de las estrellas de la constelación de la cruz del sur.

El proceso de obtener la raíz cuadrada es análogo al empleo del término quechua “chakanaq chirunta ch’iquy” que quiere decir “tallar el lado de un cuadrado”, en el diccionario de la Real Academia de la lengua quechua, ch’iquy glosa como la acción de tallar en piedra (2005, p. 102). Mientras el término “chiru” significa lado (González Holguín, Vocabulario de la lengua general de todo el Perú llamada lengua Qquichua o del Inca, 1952 [1608], p. 345).

También se puede emplear el término quechua “chakanaq suninta ch’iquy” (tallar la altura del cuadrado)



**Chakanaq chiquin**  
(lado del  
cuadrado)



**Chakana: constelación**  
de la cruz del sur

La operación de radicación se efectúa bajo los siguientes criterios:

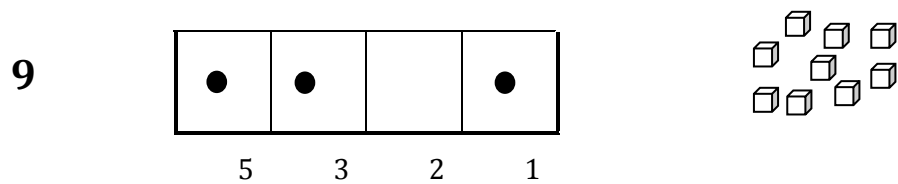
- Para obtener la raíz cuadrada se emplea la concepción “encontrar (tallar) el lado de un cuadrado”.
- El proceso de obtención de la raíz cuadrada consiste en la formación de un arreglo de forma cuadrada con la cantidad de objetos dados denominado “radicando” y para leer la raíz se fija el lado del cuadrado obtenido.
- En la Yupana, se efectúa una serie de sustracciones de 1, 3, 5, 7..., (números impares) que son las cantidades con las que se forman los cuadrados, y los lados denominados “base”, se registran contabilizando las veces que se han retirado.

### **Raíz cuadrada de números menores a 10**

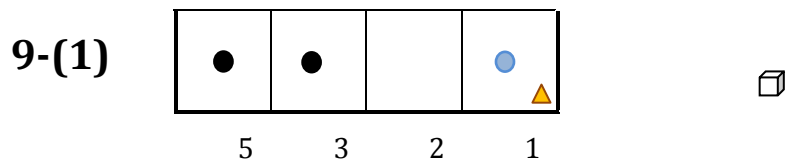
Situación 13. En la erana pampa se dejan las cargas de cebada traídas de la chacra. En la mañana han descargado nueve personas. Al contabilizar se dan cuenta que hay igual cantidad de filas que columnas. ¿Cuántas filas o columnas habrían formado?

Para resolver este problema es necesario formar un arreglo de forma cuadrada, y luego contabilizar la cantidad de filas o columnas. La obtención de la raíz cuadrada consiste en averiguar la base del arreglo cuadrado. La estrategia es la formación de cuadrados. El proceso de obtención de la raíz cuadrada de cualquier cantidad, consiste en el registro de la cantidad de veces de una sustracción sucesiva de cuadrados.

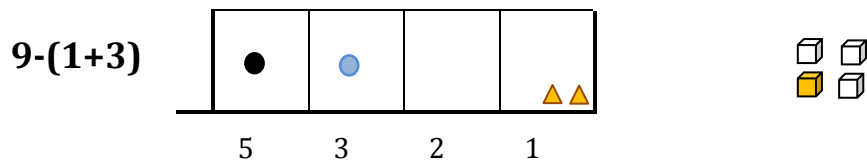
La cantidad que se dispone para la formación de un cuadrado (el radicando) se registra con piedrecillas de color negro. De forma análoga se muestra su explicación con objetos. Se anotarán con piedrecillas de color marrón la cantidad de veces de las sustracciones sucesivas.



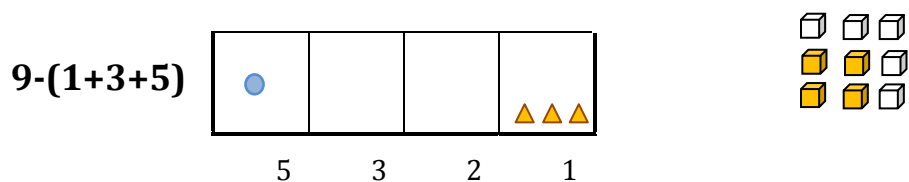
La primera forma cuadrada está formada por la unidad, por tanto se retira la piedrecilla de valor uno y se registra una vez con piedrecilla de color marrón.



La segunda forma cuadrada está formada por tres objetos más, por lo que se retira el valor tres y se vuelve a registrar esta sustracción.



La tercera forma cuadrada está formada por cinco objetos más, por lo que se retira cinco y se vuelve a registrar esta sustracción. No habiendo más cantidades para seguir formando más cuadrados, finaliza el proceso.

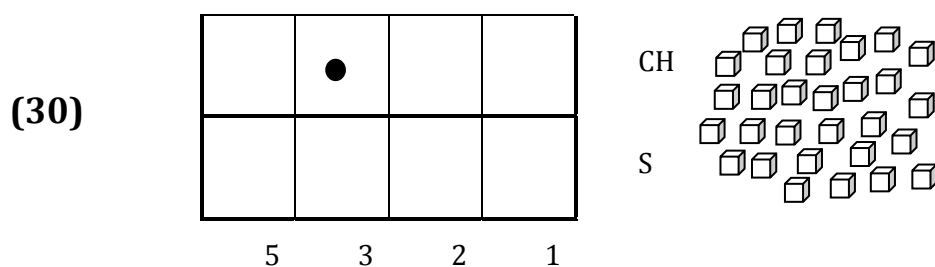


En este punto, conviene notar otra “clave” para la comprensión del proceso que se sigue en la obtención de la raíz cuadrada de una cantidad, y este es la relación estrecha con la suma de los “n” primeros números impares. Esta sucesión de números impares como se ha mostrado viene a ser la acumulación sucesiva para completar cuadrados.

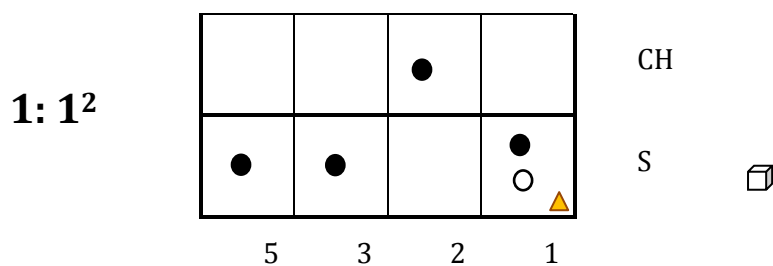
### Raíz cuadrada menores a 100

Situación 14. En la erana pampa han descargado 30 cargas de cebada. ¿Cuántas filas y columnas iguales se pueden formar?

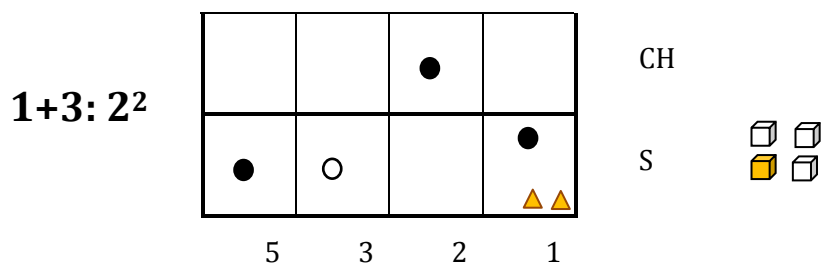
Se registra la cantidad que se dispone para formar un arreglo de forma cuadrada, 30.



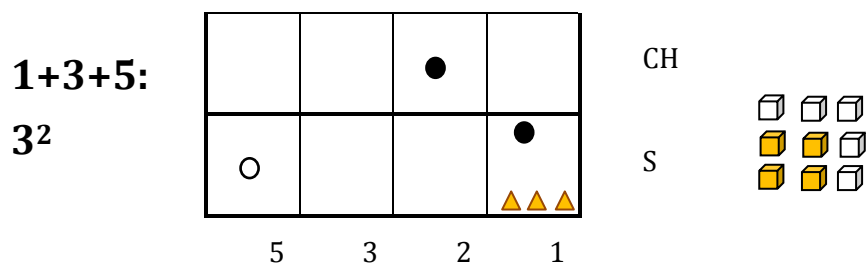
La primera forma cuadrada está formado por la unidad, por lo tanto se retira la piedrecilla de valor uno y se registra una vez con piedrecilla de color marrón.



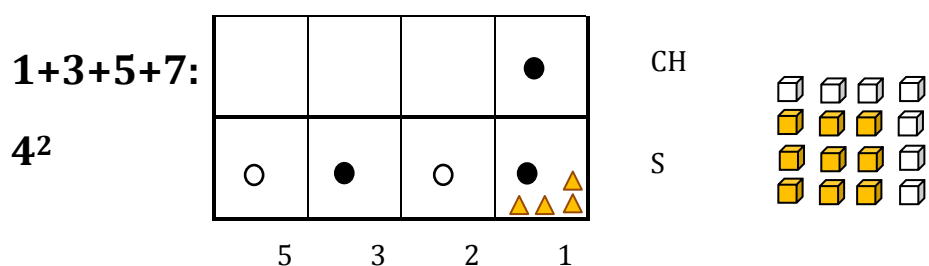
La segunda forma cuadrada está formada por tres objetos más, por lo que se retira el valor tres y se vuelve a registrar esta sustracción.



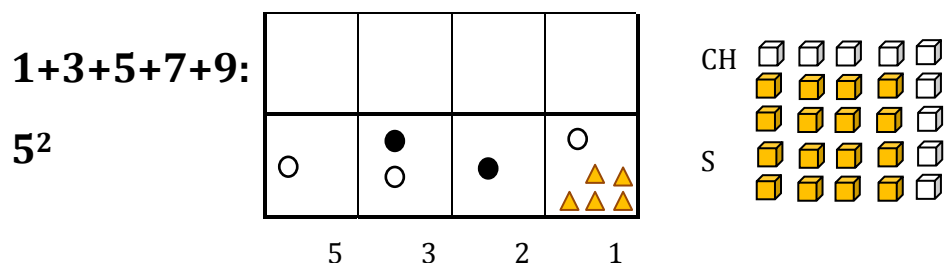
La tercera forma cuadrada está formada por cinco objetos más, por lo que se retira cinco y se vuelve a registrar esta sustracción.



La cuarta forma cuadrada está formada por siete objetos más, por lo que se retira siete y se vuelve a registrar esta sustracción.

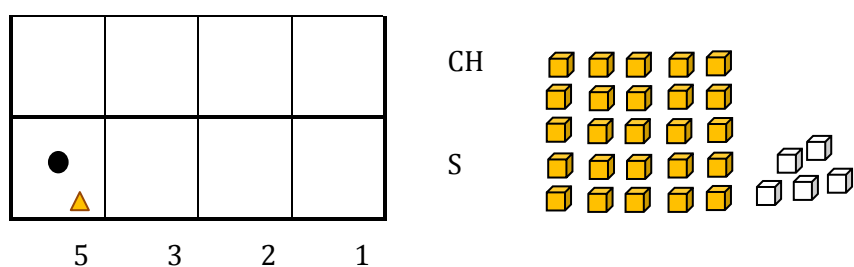


La quinta forma cuadrada está formada por nueve objetos más, por lo que se retira nueve y se vuelve a registrar esta sustracción.



Sobran cinco objetos con los que no es posible completar un nuevo cuadrado, en consecuencia finaliza el proceso.

La raíz obtenida es cinco, con residuo de cinco. La respuesta a la pregunta planteada es, con 30 cargas se pueden formar 5 columnas iguales.



### Raíz cuadrada menores a 1000

Situación 15. En la erana pampa se han descargado 500 cargas de cebada. Al contabilizar se dan cuenta que hay igual cantidad de filas que columnas. ¿Cuántas filas o columnas habrían formado?

Para resolver situaciones que implique cantidades mayores a 100, es necesario utilizar algunos recursos que faciliten o simplifiquen la obtención de la raíz cuadrada.

Es preferible auxiliarse de algunos resultados conocidos o experimentados, o simplemente recurrir al algoritmo que se ha seguido. Por ejemplo un cuadrado de cien objetos se consigue con una base de diez, un cuadrado de 400 objetos se consigue con una base de 20.

La cantidad 500 es representada por la piedrecilla de color negro.

**(500)**

				P
●				CH
				S
5	3	2	1	

Como 400 está próximo a 500, comenzamos retirando el valor cuatrocientos en la Yupana. Otro criterio para resolver es centrarse en la fila de las centenas, allí se tiene cinco centenas, con el cual se puede formar un cuadrado de uno, otro de dos, para ello se emplea cuatro y sobra una.

**500-(400)**

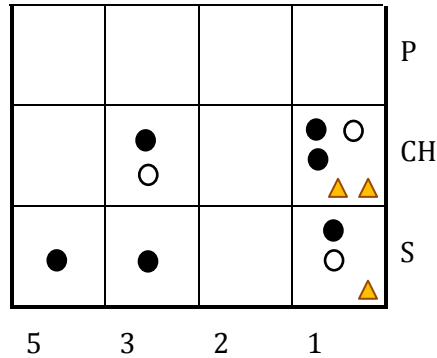
	○		● ○	P
				CH
			▲▲	S



5      3      2      1

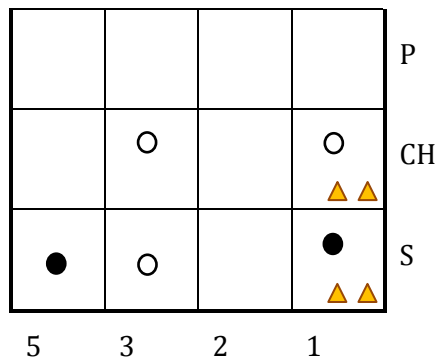
Para continuar formando más cuadrados, es necesario descomponer en las decenas y unidades de acuerdo al requerimiento. Para formar el siguiente cuadrado hacen falta 41 objetos (21 filas y 20 columnas), para ello se descompone la centena restante en 2(30), 3(10), 5; 3; 2(1). Luego son retirados 41 (30; 10; 1) piedrecillas, quedando aun 59 en el tablero.

**500-  
(400+41)**



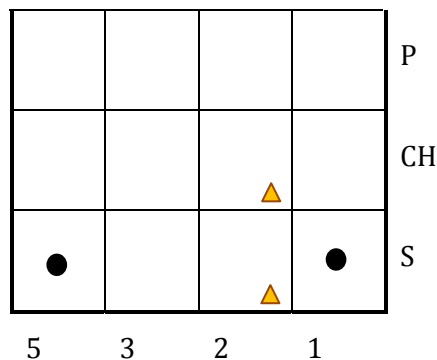
Para el siguiente cuadrado harán falta retirar 43 objetos. En este caso se retiran del tablero 30; 10; 3, quedando como residuo, seis.

**500-  
(400+41+43)**



Finalmente se lee la raíz obtenida: con 500 cargas se puede formar 22 filas y columnas iguales, sobrando seis cargas.

**500<2>  
: 22**



#### **6.6.4. Aplicación de la alternativa metodológica y uso de la Yupana**

La alternativa metodológica se aplicó en diez instituciones educativas de educación primaria de Canas (Cusco), previa reflexión y capacitación con los docentes sobre su funcionamiento pedagógico, en el marco del proyecto local “Yupana para la educación matemática cultural” y la propuesta metodológica constructivista de “Educación Intercultural Bilingüe” del Ministerio de Educación peruano. Se aplicaron a los estudiantes de primer a sexto grado en los meses de julio a setiembre del 2015.

Investigación evaluativa y seguimiento:

El proceso evaluativo y de seguimiento del proyecto estuvo encargada por el equipo de especialistas de la Unidad de Gestión Educativa Local de Canas y los docentes que han participado del proyecto. Se realizó en base a un test a los estudiantes de educación primaria y la observación de las clases de matemática.

## **7. CONCLUSIONES**

---

En el último capítulo cerramos la presente doctoral con las principales ideas conclusivas de la investigación. Asimismo, destacamos el trabajo que hemos seguido haciendo para avanzar en el trabajo teórico realizado y los puntos fuertes y limitaciones de esta tesis.



*“La neutralidad no es posible en el arte educativo, y en el acto educativo. Mi punto de vista –yo diría mi opción- es, el de los excluidos, el de los condenados de la tierra”.*

Paulo Freire

En cada apartado mostraremos de forma sucinta las dificultades que hemos encontrado en el desarrollo de la investigación, los principales hallazgos, los aportes a la ciencia y los aportes personales.

En relación al concepto de Justicia social hemos localizado las siguientes dificultades:

No hay un único concepto de Justicia social. Por su carácter social, político y cultural que esta adquiere.

Los trabajos que hemos seleccionado para apoyar la concepción de Justicia social, y que son el norte de nuestro trabajo, han presentado varias dificultades. En una primera fase de revisión y lectura crítica, ha sido preciso profundizar en la obra de los distintos autores y corrientes filosóficas a las que se aproxima cada autor. En esa búsqueda ha sido preciso analizar variada bibliografía y dejar de atender muchas otras corrientes que hemos desdeñado por no entenderlas como válidas para nuestra propuesta pedagógica. De cualquier modo, eso no implica que no tengan valor. Tan sólo ha sido la selección de unos referentes pedagógicos que con una defensa académica de su pensamiento docente, puedan refutarse con otras visiones complementarias. Desde esa visión aún faltaría aproximarse más a cada una de estas corrientes y a la obra de cada uno de estos autores, para responder a las preocupaciones que motivaron la investigación. Por este motivo se realizó la segunda fase de revisión y lectura crítica, esta vez desde la filosofía andina.

En relación a los hallazgos sobre la concepción de Justicia social desde la filosofía occidental –europeo podemos concluir que en una realidad concreta donde coexisten dos o más culturas es necesario considerar las mismas en los procesos de relaciones sociales o comunitarios. Bajo esta premisa, para la realidad de las comunidades andinas, se identifican la coexistencia de dos racionalidades, la occidental europea y la andina originaria que se mantiene viva en el tiempo. Dicho esto, es necesario conjugar ambas racionalidades en los procesos educativos de contextos andinos, amazónicos o costeros.

La racionalidad occidental europea está inserta en las escuelas casi con exclusividad, con aislados intentos de integrar la racionalidad andina en el sistema educativo. En estos intentos, se percibía una ausencia de fundamentación académica y de referentes internacionales que justificasen las intervenciones que desde la “buena voluntad” se atendían en contextos alto andinos. Esperamos que este trabajo aporte cimientos teóricos que apoyen dichas propuestas de intervención. En la actualidad, las bases teóricas de la concepción de Justicia social se fundamentan desde la racionalidad occidental europea, teorizada desde los diferentes autores y corrientes que se han seleccionado para la interpretación y comprensión de la realidad actual en los procesos educativos.

En este sentido concluimos, desde la dimensión del reconocimiento, que los trabajos de Charles Taylor como referente del modelo comunitarista, proporcionan las concepciones básicas: identidad, comunidad y libertad, que son elementos a tener presentes en la construcción de sociedades más justas.

Concluimos, apoyados en Taylor, que se ha de definir la identidad desde el conocimiento de dónde se encuentra uno ubicado y de qué manera se dan las relaciones y compromisos. Sugerimos la apuesta por una identidad colectiva, para motivar el interés de los ciudadanos a participar en política, con la finalidad de tomar el control sobre el destino de sus propias comunidades, que es lo mismo participar en el proceso educativo de estudiantes.

Por otra parte defendemos junto con Taylor, Sandel y MacIntyre, que el sentido de comunidad es un espacio fundamental donde el sujeto construye su identidad. La serie de capacidades humanas sólo se desarrollan gracias a la vida en comunidad y para ello paradójicamente podemos retrotraernos a los trabajos e ideales de Rousseau y apoyarnos en su postura sobre el Estado libre. Libertad (no dominación), ausencia de roles diferenciados y un propósito común. Junto con estos autores concluimos una fundamentada crítica a los liberales que consideran que una política neutral posibilitaría la unión y coexistencia de personas de todas las culturas, y para ello afirman que es necesario distinguir lo que es público y lo que es privado.

De la figura e ideas de Alex Honneth, hemos aportado a esta base teoría los tres niveles de reconocimiento intersubjetivo: el amor, el derecho y la solidaridad. El amor es el primer estadio del reconocimiento que involucra la integridad física del sujeto, cuya contraparte en forma de menosprecio es la agresión física. La segunda forma de reconocimiento es el derecho, que tiene

su contrapartida positiva o segunda forma de menosprecio, en la exclusión social. Y solidaridad o la valoración social es la tercera forma del reconocimiento, que es el grado de reconocimiento social que un sujeto merece por su autorrealización y su identidad en particular, dentro de un conjunto de valores, que puede ser una comunidad, un estado o una colectividad.

La Justicia social es entendida por Honneth y nosotros lo compartimos, como la garantía de las condiciones para un reconocimiento mutuo, donde la formación de la identidad personal y la autorrealización individual se desarrollen de manera plena. Honneth a diferencia de Rawls y Fraser, se centra en el reconocimiento y respeto de la cultura de las personas, preocupándose por establecer las relaciones justas dentro de la sociedad (o comunidad).

Del pensamiento de John Rawls, recogemos su definición de algunas categorías tales como; sociedad, institución, persona, y otras, para plantear la concepción de “Justicia como equidad”. Entendemos, orientados por sus ideas, que la sociedad es la agrupación de personas en torno a una serie de intereses sociales. Por institución entendemos, siguiendo las ideas de Rawls, como un conjunto de reglas que definen cargos y posiciones con sus derechos y deberes, poderes e inmunidades. Por último compartimos la preferencia con la denominación de ciudadanos en lugar de personas, por cuanto se entiende a los ciudadanos como los sujetos que participan en la cooperación social como personas libres e iguales.

Los principales aportes de Rawls, sus principios de la Justicia, apuntalan la fundamentación teórica de las intervenciones etnomatemáticas:

*“Cada persona tiene el mismo derecho irrevocable a un esquema plenamente adecuado de libertades básicas iguales que sea compatible con un esquema similar de libertades para todos”; y b) “Las desigualdades sociales y económicas tienen que satisfacer dos condiciones:*

- en primer lugar, tienen que estar vinculados a cargos y posiciones abiertos a todos en condiciones de igualdad equitativa de oportunidades;*
- y, en segundo lugar, las desigualdades deben redundar en un mayor beneficio de los miembros menos aventajados de la sociedad (el principio de la diferencia).”*

Estos principios nos orientan a la hora de decidir sobre la atención diferenciada a los estudiantes. Siguiendo las bases filosóficas del mismo Rawls, planteamos como irreconciliables dos formas de analizar el problema de la distribución. La primera es la de pensar en la justicia distributiva como equidad, referida a la necesaria regulación de las instituciones apoyada en una estructura estatal y en un esquema unificado que permita mantener en el tiempo, un sistema eficiente y productivo de cooperación social. La segunda sería de la justicia asignativa, que trata la distribución como si se tratase de un paquete de mercancías que deben repartirse entre diversos individuos, de los cuales no se conocen sus necesidades, deseos y preferencias particulares y que no han cooperado en la producción de dichas mercancías.

A este respecto compartimos con Murillo y Hernández (2011) que la noción de Justicia Distributiva de Rawls está referida al modo de reparto de los bienes primarios en la sociedad, proponiendo cuatro modos: a) Justicia igualitaria, entendida como a cada persona una parte igual, resulta complejo materializar esta idea, porque cada persona comienza con diferentes beneficios o desventajas sociales. b) Justicia según la necesidad, a cada persona de acuerdo a sus necesidades, los que tienen mayores necesidades reciben mayores asignaciones. c) Justicia según el mérito, a cada persona según su mérito, las personas que contribuyen con mayores beneficios a la sociedad, les corresponde también recibir mayores beneficios. Y d) El principio de diferencia: las desigualdades sólo se pueden aceptar si benefician a los menos aventajados, en caso contrario se rechaza, de tal forma que las desventajas naturales o de nacimiento sean compensadas.

De Nancy Fraser recogemos su idea de establecer esta triple dimensión de la concepción de la Justicia social como: Redistribución, Reconocimiento y Participación. Después del debate sostenido con Honneth, entre ¿Redistribución, Reconocimiento?, examinamos que ambas concepciones deben confluir. De su obra “Escalas de justicia” concluimos la necesaria introducción en la fundamentación teórica, del tercer elemento, que es la “participación” con su doble significado. Dos niveles de comprensión: primero se entiende como participación directa como voz política, y segundo, como el cuestionamiento del mismo marco.

Sobre la concepción de Justicia desde la filosofía andina podemos generar los siguientes hallazgos. Hasta aquí, los distintos aportes de los autores que hemos seleccionado explicando las bases teóricas que aproximan la



concepción de la Justicia social a los procesos educativos. Sin embargo estas concepciones están contextualizadas desde la realidad y el contexto de las reflexiones del mundo occidental y europeo. Para sostener y ajustar a nuestro contexto y observar su pertinencia con las ideas de las comunidades altoandinas hace falta revisar las bases teóricas filosóficas de este contexto en concreto. Para tal propósito hemos seleccionado una lista de autores que expondrán el problema desde otra mirada. Postulemos las relaciones interculturales en los procesos educativos a los cuales queremos dar respuesta.

Desde la filosofía andina recuperamos los trabajos del peruano José Calos Mariátegui desde el ámbito político y cultural. También las del filósofo, también peruano, Antonio Peña Cabrera. En tercer lugar los del filósofo y teólogo Suizo Josef Estermann.

De las aportaciones de José Calos Mariátegui, concluimos que en las primeras décadas del siglo XX, un grupo de académicos peruanos junto a integrantes de movimientos sociales ponen en agenda política el debate de la situación económica y social de los andinos con la denominación “problema del campesinado”, denunciando la exclusión y el abandono en las decisiones políticas y económicas del Estado peruano. Entre los que destacan se pueden citar a: Gonzales Prada (1924), José Carlos Mariátegui (1928), Dora Mayer (1907), Pedro Zulen (1924), Hildebrando Castro Pozo (1936) y Luis E. Valcárcel (1927). Posteriormente también en esta misma línea aportan los trabajos de José María Arguedas, José Antonio Encinas y otros. Hemos elegido los trabajos de José Carlos Mariátegui, como representativo de este movimiento sin desdeñar la obra del resto de autores. Además porque contextualiza una la lucha por la Justicia cultural. Mariátegui explica el contexto del debate político y social del momento en su obra, “7 Ensayos de la interpretación de la realidad peruana”.

En su mencionada obra Mariátegui introduce el término “comunismo incario” y aclara que este principio no tiene una concepción similar o parecida al “comunismo” occidental y europeo desarrollado ampliamente por la tradición académica.

Expone el problema de los andinos, señalando que una élite social minúscula, que se pretende de la alta sociedad, se apodera del poder económico y político del país, mientras la mayor parte de la población vive en extremas condiciones de pobreza. Los grupos culturales andinos, amazónicos y

costeros han sido reducidos a “un grado extremo de depresión e ignorancia”, la República instaurada después del periodo colonial (1821), ha continuado con la postergación, exclusión y abandono, por esta élite que se mantuvo en el poder político y económico del país. Concluimos junto a Mariátegui afirmando que el problema de la opresión del campesinado tiene sus raíces en el régimen de propiedad de la tierra. Además es necesaria una aproximación al significado simbólico que la palabra “tierra” tiene para los peruanos originarios. El trabajo de la tierra tenía un significado simbólico de celebración de la vida, no exclusivamente material y físico.

Sobre la racionalidad andina en Antonio Peña Cabrera, este autor nos aporta algunas de las diferencias que posee la racionalidad andina respecto a la occidental. Sostenemos apoyándonos en su magisterio que pensar en la racionalidad no implica remitirnos necesariamente a la “razón” como su única fuente. Ésta puede ser estudiada en las acciones y las prácticas humanas, en los resultados de las actividades comunitarias, sin la necesidad de recurrir a la coherencia de medios y fines. Con el autor afirmamos que la racionalidad de los medios y fines está en la racionalidad de la ciencia y la tecnología. Sin embargo, la racionalidad puede ser guiada también por valores y sentimientos diferentes, los cuales por su misma estructura serán distintas. Peña Cabrera afirma que el pensamiento andino no opera con la lógica de medios y fines, sino que se afirma en creencias, efectos, mitos rituales de producción, éste planteamiento es constatable en las prácticas actuales en las comunidades andinas del Perú.

De la filosofía andina en Josef Estermann (2006) sostenemos que cada filosofía parte de unos “presupuestos” que a su vez ya no son objeto o tema de la investigación filosófica misma. Estos “presupuestos” son sus puntos ciegos que sólo pueden ser explicitados desde fuera. A partir de esta premisa explicamos el pensamiento de las personas del mundo andino. Avanzamos con Estermann, afirmando que toda filosofía surge de una experiencia colectiva, de una realidad que es el primer nivel hermenéutico, es decir la primera interpretación (2006, p. 97).

El aporte más importante que hace Esterman a la comunidad científica es la identificación de los “presupuestos de la filosofía andina”, que son: presencia simbólica, relacionalidad del todo, una racionalidad no-racionalista, y una ciencia andina que pretendimos explicar en la Tabla 2.2.

Como educador e investigador, esta base teórica permite proponer procesos educativos, realizar planificaciones pedagógicas y gestionar los contenidos y los valores de dichos trabajos. La existencia y reivindicación de estas otras racionalidades, posibilitan la mejor comprensión a las diferencias y su convivencia social.

Complementamos las referencias pedagógicas con la mirada de la educación peruana desde el pensamiento pedagógico de José Antonio Encinas.

En relación a la educación matemática y etnomatemática concluimos que es posible una educación matemática para la Justicia social. Una metodología constructivista de la educación matemática cultural nos permitirá llegar a una enculturación matemática recuperando saberes matemáticos andinos ancestrales que perviven en nuestras comunidades campesinas. Ejemplo de ello son las medidas etnohistóricas de la provincia de Canas que recuperamos en el capítulo quinto o las cantidades y sistemas de numeración usados por los andinos que pueden ser estudiados al igual que los sistemas de numeración de romanos, mesopotámicos o egipcios. Reivindicamos la riqueza de la variedad de la numeración decimal quechua así como el sistema geométrico proporcional de medidas.

Nuestra tesis también presenta interesantes avances en relación al uso de la Yupana y el Khipu. En relación a la Yupana la tesis recoge algunas de las diversas interpretaciones del tablero y funcionamiento de la herramienta. Insistimos y concluimos que, más allá del conocimiento explícito de la forma de trabajar de los Incas, si es que la hubo, la posibilidad de ofrecer diferentes interpretaciones del uso de la herramienta enriquece el proceso pedagógico y la didáctica de las matemáticas, generando beneficios en los procesos de enseñanza aprendizaje del alumnado. Debemos concluir que uno de los objetivos que debemos perseguir en la formación matemática del alumnado es alejarles de la idea de una única forma de resolver el algoritmo. No es relevante conocer el procedimiento sino entender el concepto matemático y saber que existen muchas formas de resolverlo.

La tesis también aporta la necesaria referencia a la Yupana en el relevante trabajo *Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo e Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum*. Del trabajo de Blas Valera, podemos concluir que sospechamos la existencia de una causa general inquisitorial de los conquistadores cristianos sobre la cultura y la ciencia precolombina. No ha sido, ni es el motivo de la tesis pero las sospechas de esta causa general e

incluso de la utilización de personajes como Guaman Poma para justificar la ausencia de conocimiento y la necesaria alfabetización de los indígenas, es un trabajo que se podrá abordar en el futuro.

La tesis aporta una propuesta metodológica completa del empleo pedagógico de la Yupana que hemos denominado Multi Base. Con esta denominación exponemos una propuesta de funcionamiento de los principales algoritmos escolares.

Como colorario terminamos recordando que este trabajo se circunscribe al entorno educativo de la región alto andina de Perú, dejando para estudios posteriores la posibilidad de implementarlo en otras regiones del país, o del entorno de la cordillera andina. También queda pendiente en el trabajo la creencia de que estos usos y herramientas manipulativas deben complementar el currículo de las escuelas nacionales.

En concreto el estudio se centró en la zona de la provincia de Canas o más específico en el distrito de Yanaoca, Pampamarca, Tupac Amaru, Quehue y Livitaca. En dicho entorno incluso se ha realizado una experiencia de campo incluyendo algunos de los cuestionarios y resultados en los anexos de esta tesis sin ser debidamente explotados estos datos. Esta tarea también es otra posibilidad de desarrollo de este trabajo. Los resultados obtenidos, podemos avanzar que para nosotros han sido satisfactorios en dicho entorno y los investigadores consideramos que pueden ser extrapolables a otras comunidades locales con similares características. Estos estudios serán parte de futuras investigaciones.

La metodología utilizada para el abordaje y tratamiento del conocimiento de la cantidad se circunscribe a situaciones rurales concretas de la región alto andina del Perú. En éste caso nuestro trabajo se ha referido a describir la adecuación y funcionamiento de la Yupana como apoyo pedagógico en las actividades de cantidad pero es extrapolable a otras dimensiones matemáticas. Se concluye que las diversas comunidades educativas con las que se ha trabajado han logrado identificar formas de vincular los conocimientos de actividades socio-culturales locales con las matemáticas.

Insistimos de que a pesar de que la tesis es teórica hemos querido avanzar en la puesta en marcha de las hipótesis de trabajo sobre el terreno, desarrollando una implementación de la que ha obtenido datos que no están explotados.

El grupo de estudio ha estado compuesto por los profesores, los pobladores y los estudiantes del III IV y V Ciclo de Educación Básica Regular de las instituciones educativas pertenecientes a la Unidad de Gestión Educativa Local de Canas (UGEL Canas, Perú). Como punto de partida se ha considerado dos actividades de inicio, por una parte el análisis de los datos regionales aportados por el sistema de evaluación nacional peruano en relación a esta localización concreta relacionados con las actividades de cantidad (Números y Operaciones) realizado por el doctorando; y por otra la reflexión sobre el programa pedagógico de “Matemáticas en la Educación Intercultural Bilingüe” impulsado por la Dirección General de Educación Básica Alternativa, Intercultural Bilingüe y de Servicios Educativos en el Ámbito Rural (DIGEIBIRA) del Ministerio de Educación peruano, esta actividad es enlazada con la realización de un seminario taller dirigido a los profesores de educación primaria, en esta reunión se enfatiza del tratamiento pedagógico de los contenidos culturales y uso de materiales educativos.

Posteriormente y como parte del trabajo de campo se diseñó un plan de trabajo coordinado con el personal de la UGEL Canas y el apoyo técnico del doctorando, consistente en un proyecto denominado “Yupana para la educación matemática cultural andina” (YEMCA). Para su ejecución se invitó a participar en forma voluntaria al profesorado de las instituciones educativas del ámbito de la UGEL Canas, principalmente a aquellas identificadas como escuelas que trabajan con el enfoque de Educación Intercultural Bilingüe. Este trabajo de Campo se desarrolló en el terreno desde el mes de mayo a setiembre del 2015 organizandose las siguientes actividades:

- a) Reunión en grupo de profesores (foco de discusión), los docentes acceden al uso y funcionamiento pedagógico de la Yupana, al finalizar las reuniones grupales realizan una valoración por medio de una “guía de valoración del material”;
- b) Para complementar la comprensión de concepciones matemáticas de las comunidades andinas, se realizan una entrevista no estructurada sobre una actividad productiva comunitaria a los pobladores de la provincia de Canas;
- c) En el horario escolar de Matemáticas se aplicó una secuencia de actividades de intervención pedagógica con el material de la Yupana, habiendo previamente reflexionado con el profesorado participante;

- d) Para identificar las dificultades y ventajas del uso de la Yupana en la construcción de conceptos, se ha entrevistado en profundidad a los profesores “clave”, y;
- e) Al final de este periodo se aplicó una evaluación de las competencias matemáticas de cantidad (Números y Operaciones) con la ayuda del alumnado universitario debidamente formados para la aplicación y recojo de información.

En tercer lugar, para definir y explicar las fortalezas y debilidades de la metodología constructivista con el uso de la Yupana y la ocurrencia de los resultados, se utilizó la técnica de observación participante, en ello se observó a pares, trío o grupos mayores de estudiantes a los mismos se les propuso la resolución de situaciones de actividades matemáticas relacionados a las actividades de cantidad (números y operaciones), estos son observados y registrados para su análisis y conclusiones, a través de una guía de observación y otros registros. Documentos contemplados en los Anexos de esta tesis.

Los participantes fueron estudiantes de las instituciones educativas de similares características en las zonas quechua alto andinas de Canas - Cusco. Concretamente estudiantes del tercer grado (en el estudio de campo se amplió a III, IV y V Ciclo de Educación Básica Regular) de educación primaria de las Instituciones Educativas seleccionadas en los distritos de Túpac Amaru, Pampamarca; Yanaoca, Quehue y Livitaca, todas pertenecientes a la administración de la Unidad de Gestión Local de Canas.

Como instrumentos de obtención de información se utilizaron los siguientes:

- Análisis documental: para identificar las competencias matemáticas que son necesarias desarrollar por estudiantes del tercer grado de educación primaria (en el estudio de campo se amplió a III, IV y V Ciclos que corresponde de primero a sexto grado).
- Diario de campo: se realizó un registro de observación desde principios del estudio de campo, donde se reflejen los procesos seguidos con los estudiantes y las reacciones ante el material manipulativo.
- Observación participante: se realizó en forma sistemática, a través de guía de observación. (Para organizar la observación se ha

utilizado la guía RTOP + Justicia Social (Reformed teacher observation protocol + Social Justice Items), desarrollado por Pedulla, Mitescu, Jong y Cannady (2008), convenientemente adaptado al idioma español y a los objetivos del Proyecto).

- Entrevista en profundidad: se realizó al objetivo principal que el docente, complementando con otros actores de la educación, que serán semi estructurados y no estructurados. (se registró una entrevista no estructurada a los pobladores y una entrevista semiestructurada a los profesores)
- Cuestionarios: para obtener datos de los agentes que participan en la investigación. (se aplicó una encuesta a docentes sobre etnomatemática y justicia social, y se pidió que formularan actividades y ejercicios para estudiantes)
- Pruebas de aplicación: las pruebas de pretest y postest que se aplicaran a los estudiantes al inicio y otro al final de la implementación metodológica. (Se aplicó el pretest y postest a los grupos que han participado en el proyecto)

En relación al trabajo con el Ministerio de Educación del Perú se estableció coordinación a través del Director del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo PRONABEC del gobierno peruano, para la autorización de la estancia y desplazamiento al lugar del estudio de campo, en las instituciones educativas de la Unidad de Gestión Educativa de Local de Canas, Cusco, Perú. La autorización fue una Resolución Directoral Ejecutiva del PRONABEC.

En relación al trabajo con la Unidad de Gestión Educativa Local de Canas se coordinó para poner en conocimiento y obtener el permiso del estudio de investigación y la aplicación de instrumentos para tal fin, realizadas en el tiempo que establece el proyecto. Se coordinó la realización del taller de concienciación o reflexión de la etnomatemática y el proceso de formación de conceptos culturales de la matemática en contextos determinados.

En relación al trabajo con la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco - Sede Canas, se estableció comunicación con el coordinador para establecer un convenio de cooperación entre el Grupo de Investigación de Cambio Educativo para la Justicia Social - GICE de la Universidad Autónoma de Madrid – España y la Facultad de Educación sede Canas de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Para que a través de la coordinación de esta última Institución se pudiese autorizar la colaboración en la

investigación con los estudiantes de las asignaturas de Didáctica de la Educación Matemática y prácticas profesionales.

Concluimos que los estudiantes universitarios colaboradores fueron beneficiados en:

- Formación en el uso de la Yupana como material didáctico en el proceso de formación de conceptos aritméticos.
- Conocimiento y aplicación de los instrumentos de investigación en aulas de primaria.
- Proceso de recolección de información, procesamiento y análisis de la información obtenida.
- Certificación del grupo GICE UAM España

En relación al trabajo con las Instituciones Educativas participantes alto andinas, se estableció contacto y autorización por parte de la dirección, para que participen en forma voluntaria docentes, padres de familia y estudiantes en el proceso de investigación. Al director y/o subdirector se les aplicó una entrevista semiestructurada. A los docentes se les aplicó una entrevista semiestructurada con observación participante del proceso didáctico en aula. A los padres de Familia les fue aplicada una entrevista no estructurada y a los estudiantes:

- Pre test de la formación de conceptos aritméticos (Números y operaciones)
- Post test de la formación de conceptos aritméticos (Números y operaciones)
- Observación del proceso de resolución de problemas aritméticos

Las instituciones educativas consideradas fueron: 56114 de Tungasuca; 56118 de Pampamarca; 56119 de Pabellones; 56117 de Ccochapata; 56116 de Surimana; 56107 de Yanaoca; 56111 de Pongoña; 56123 de Huinchiri; 56152 de Chirupampa; 56284 de Pataqueña.

Sobre el funcionamiento pedagógico de la Yupana y en relación a la propuesta de trabajo con la Yupana concluimos que se han identificado cuatro momentos claramente conectados entre un funcionamiento adecuado.

**En primer lugar** la selección de la tarea o actividad cultural local, que consiste en la identificación de las diversas prácticas o actividades sociales de la comunidad, en este caso “corte de cebada”. De esta actividad productiva



local se abordan aspectos conceptuales, lingüísticos y culturales como “hap’iy”, “phicha”, “marq’ay”, “winay”, que son unidades de medida para organizar grupos en la cosecha de cebada en las culturas de habla Quechua. Este proceso es preciso que comience con un diálogo participativo de los estudiantes sobre estos conocimientos culturales, guiados por preguntas que generen la puesta en común de estos saberes frente al modelo imperante actual que se fundamenta en la imposición de la secuencia de contenidos del texto reglado.

**En segundo lugar**, está la sistematización de los procesos conceptuales por medio de materiales concretos “palillos”. Se ha hecho patente la lógica de los procesos conceptuales lógico-matemáticos que se hacen en la comunidad local. Eso que solemos denominar observar y/o descubrir las matemáticas en nuestro entorno cotidiano. Hemos evidenciado en este proceso la aparición de forma natural de los algoritmos de la adición y la sustracción, así como de las agrupaciones, formas de organización y trabajo en grupo o uso de la lengua autóctona. La ampliación de estos conocimientos ha reforzado lo establecido en las etapas anteriores e iniciando los procesos de abstracción de estos conocimientos.

Explicada nuestra forma de manipular el dispositivo de cálculo ancestral “Yupana” al alumnado, evidenciamos multitud de posibilidades de trabajo con otros algoritmos, multiplicación, división, raíz cuadrada, etc. En el caso concreto de nuestro estudio, evidenciamos su eficacia para el caso de la representación simbólica de las cantidades y su constructo conceptual.

Se constata la capacidad del alumnado para lograr variadas formas de representación, todas ellas válidas. Se advierte que estas formas de concepción se alejan de la agrupación fundamentada en la identificación de agrupaciones con registros numéricos. Se sugieren nuevas posibilidades para la comprensión de la composición y descomposición de cantidades y el tratamiento de la numeración decimal. En la numeración indo-arábiga reglada se utilizan diez cifras simbolizadas por (0, 1, 2, 3, ..., 9). La cantidad de cinco se representa únicamente como 5. Mientras, en el tablero de cuentas Inca, esa misma cantidad tiene variadas posibilidades de representación. Por ejemplo siete se representa únicamente como 7. En el caso del tablero de cuenta Inca las posibilidades de representación de la misma cantidad son variadas enriqueciendo la visión y el aprendizaje del alumnado. Siete se podrá representar como (una vez cinco y una vez dos); (dos veces tres y una

vez uno); (tres veces dos y una vez uno); (una vez tres y dos veces dos);...hasta (siete veces una). Frente a esta riqueza combinatoria el siete árabe se representa como 7. Ésta forma de organizar las cantidades descrita en el estudio enriquece la visión del alumnado de las regiones alto andinas de Perú y amplía su concepción de cantidad.

**En tercer lugar** los algoritmos de resolución de la adición, sustracción, multiplicación y división, con la Yupana difieren de los mostrados tradicionalmente con la numeración árabe. Esto ofrece nuevas visiones en la didáctica de las matemáticas en las primeras etapas de la educación usando tablas como las expuestas por la metodología ABN entre otras.

Sobre las conexiones conceptuales, procesuales y actitudinales podemos concluir que la Yupana diseñada para el uso pedagógico presenta conexiones conceptuales, procedimentales y actitudinales empleadas en las actividades productivas agrarias, desde esta visión estas actividades son fuentes del pensamiento matemático andino.

**En primer lugar**, se han identificado algunos conceptos, procedimientos y actitudes/sentimientos en la actividad de siega de cebada" (ichhuy), aspectos conceptuales como "hap'iy", "phicha", "marq'ay", "winay", representan a grupos o colecciones ordenadas; los procesos de formación de grupos o colecciones, como la constitución de pares, la formación de grupos diversos, etc.; y asimismo valores culturales que están insertos como: la reciprocidad o "ayni ", el trabajo colaborativo por todos los participantes, el respeto por las normas de conducta y las practicas ancestrales. La relación con la Yupana radica en la estructura interna del tablero, que consiste en el manejo y el control de grupos o cantidades en espacios específicos, a través de objetos operadores, representados por las piedrecillas en un espacio delimitados por recuadros en filas y columnas. Esta estructura es homologable en las representaciones que se realizan en la actividad de la "siega de cebada", cuando se emplean aspectos conceptuales como: "hap'iy", "phicha", "marq'ay", "winay", que son unidades de medida agraria; también aspectos procedimentales consistentes en la formación de grupos o colecciones con ciertos mecanismos y reglas, etc.

**En segundo lugar**, se ha identificado la presencia de valores que subyacen en la actividad productiva comunitaria que configuran el pensamiento matemático y la concepción de la vida, de la convivencia entre las personas y el mundo con las que se comparte en el tiempo y el espacio, en segado de

cebada (ichhuy) existen componentes culturales, como el ideológico, por medio de asignaciones del papel en la actividad, por ejemplo el qullana (líder que dirige la siega), qaywa qullana (segundo líder), kañari (encargado de hacer cumplir las normas de la siega), chaqrakuq (beneficiario de la cosecha), su elección es determinada por sus cualidades para el papel. En esta actividad está presente el componente sentimiento/actitudes, por medio de varias acciones, entre ellas en el canto coreado por los participantes (harawi), “mamaparwa haychaya”, dedicada al cariño por el producto. Así mismo está el componente sociológico, principalmente en la aplicación de las normas o costumbres tradicionales en las que se cumple las reglas de la siega de cebada. Estas actividades son fuente del conjunto de conocimientos y saberes que deberían ser estudiadas y sistematizadas para su uso pedagógico.

**En tercer** lugar, se ha identificado la existencia de la relación entre la estructura interna de la Yupana referida a la formación de las cantidades derivativas (4, 6, 7...) en base a los grupos primarios (0, 1, 2, 3, 5). Existe una relación con el sistema de conteo del aimara antiguo. Lo que nos permite sugerir la estructura de base cinco la Yupana, constituida por los numerales: “ch’usa”, “maya”, “paya”, “kimsa” y “qallqu” (cero, uno, dos, tres y cinco), que son precisamente los campos conceptuales y espaciales representados en los grupos de las columnas la de Yupana.

**En cuarto lugar**, se constata el alto grado de aceptación de la Yupana tras conocer sus posibilidades pedagógicas por parte de los docentes participantes del Proyecto. Hay variadas formas de uso de la herramienta, que permite nuevas posibilidades para la comprensión de la composición y descomposición de cantidades y el tratamiento de la numeración decimal.

**Y finalmente**, la concreción pedagógica en aula fue realizada por los profesores participantes del Proyecto, que han obtenido resultados satisfactorios en las distintas fases de participación: a) proceso de generación del diálogo a través de ilustraciones y preguntas elaboradas; b) representación de las ideas y concepciones personales y grupales del tema a través de dibujos o respuestas a preguntas; c) representación de conceptos, procedimientos y actitudes a través de materiales no estructurados, “palillos”, d) reforzamiento de las prácticas e identidades a un nivel más avanzado a través de materiales estructurados como la “Yupana”.

Por todo lo anteriormente descrito entendemos haber atendido adecuadamente la beca y ayuda económica concedida por el Gobierno del Perú para la realización de esta tesis. Del mismo modo creemos haber logrado los objetivos planteados inicialmente en esta tesis:

1. Hemos determinado las fortalezas y debilidades de la metodología constructivista como propuesta con el manejo de la Yupana en relación a la generación de Justicia social y cambio educativo en niños de las comunidades quechuas del Cusco - Perú.
  - a) Hemos descrito los aspectos positivos de conceptos y procedimientos etnomatemáticos, coherentes con la cultura andina que generan Justicia social y proponen Cambio Educativo en niños quechuas del Cusco-Perú.
  - b) Hemos identificado los posibles inconvenientes pedagógicos en relación con los conceptos y procedimientos convencionales a la hora de generar procesos de transposición didáctica.
2. Hemos propuesto una metodología pedagógica complementaria y constructivista (la Yupana como material manipulativo) en relación con el modelo tradicional del libro de texto en el desarrollo de competencias matemáticas.
  - a. Hemos identificado las actividades matemáticas (etnomatemáticas) que desarrollan los estudiantes quechuas alto andinos de primeros años de formación básica.
  - b. Hemos generado una propuesta con la Yupana para el desarrollo de las competencias matemáticas en números y operaciones, en el territorio objeto de estudio frente a otras propuestas pedagógicas.

*“Cuando hablo de humildad, no  
estoy hablando de humillación,  
estoy hablando de una actitud  
fundamental que en el otro hay  
siempre una parte de verdad,  
mismo en el otro contra el cual  
nosotros estamos luchando”.*

Paulo Freire

## REFERENCIAS

---

- Abreu, G. D. y Carraher, D. W. (1989). The mathematics of Brazilian sugar cane farmers. En C. Keitel, P. Damerow, A. Bishop y P. Gerdes (Edits.), *Mathematics, education and society* (pp. 60-70). Paris: UNESCO.
- Academia Mayor de la Lengua Quechua. (2005). *Diccionario quechua-español-quechua*. Cusco: Gobierno Regional del Cusco.
- Acosta, J. d. (2008). *Historia natural y moral de las Indias*. España: CSIC.
- Agurto, S. (1982). *Medidas de longitud en el incario*. Cusco: UCN.
- Álvarez, M. A. (2007). *Sistematizar las prácticas, experiencias y proyectos educativos ¿tarea del gestor educativo?* Medellín: Fundación Universitaria Luis Amigó.
- Alvó, X. (2011). Suma qamaña= convivir bien. ¿Cómo medirlo? En I. Farah H. y L. Vasapollo (Eds.), *Vivir bien: ¿Paradigma no capitalista?* (pp. 133-145). La Paz, Bolivia: Plural Editores.

- Apaza, H. J. y Atrio, S. (2016). Las cantidades en la Yupana desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(2), 36-49.
- Apple, M. (1996). *El conocimiento oficial: la educación democrática en una era conservadora*. Barcelona: Paidós.
- Apple, M. (1997). *Educación y poder*. España: Paidós Iberica.
- Apple, M. W. y Beane, J. A. (1997). *Escuelas democráticas*. Madrid: Morata.
- Araya, J. (2013). *El reconocimiento del pueblo mapuche como superación del conflicto interétnico con el Estado de Chile: Propuesta para una ciudadanía intercultural* (Tesis doctoral). Universitat de Valencia. Valencia, España.
- Arguedas, J. M. (1975). *Dioses y hombres de Huarochirí*. Ciudad de México: Siglo Veintiuno.
- Atrio, S. (2006). *La matemática y su enseñanza en la Baja Edad Media: el "Speculum doctrinae" de Vicente de Beauvais* (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid.
- Benedicto, R. (2005). *Charles Taylor: identidad, comunidad y libertad* (Tesis Doctoral). Universitat de València. Valencia, España.
- Bernabé, J. A. y Orellana, G. (2016). *Renovación de un puente de fibra en el camino del chinchaysuyu*. Madrid: Ministerio de Cultura.
- Bertonio, L. (2011 [1612]). *Vocabulario de la lengua aymara (Vol. 1)*. La Paz: Instituto de Lenguas y Literaturas Andinas-Amazónicas.
- Bishop, A. (1988). The Interactions of Mathematics Education with Culture. *Cultural Dynamics*, 1(2), 145-157.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (Eds.),

*Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). Barcelona: Graó.

Bishop, A. y Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. En B. Christiasen, A. G. Howson y M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Reidel, Dordrecht.

Bolívar, A. (2012). Justicia social y equidad escolar. Una revisión actual. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 1(1), 9-45.

Burgos, S., Domínguez, M., Rojas, F. J., Planas, N. y Vilella, X. (2006). La participación en el aula de Matemáticas. En J. M. Goñi (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 49-62). Barcelona: Graó.

Burns, W. (1981). *La tabla de cálculo de los incas*. Lima: Boletín de Lima.

Burns, W. (2001). *Los kipus como escritura fonética de los inkas*. Chicago: Instituto de Tecnología de Illinois.

Cajavilca, L. (2009). Los quipucamayoc y los pastores altoandinos en Canta, siglo XVI. *Investigaciones Sociales*, 13 (23), 101-127.

Castells, M. (1998). *The rise of the network society, the information age: economy, society and culture (Vol. III)*. Oxford: Blackwell Publishers.

Castells, M. (1999). Flows, networks, and identities: A critical theory of the informational society. En M. Castells, R. Flecha, P. Freire, H. Giroux, D. Macedo y P. Bilis (Eds.), *Critical education in the new information age* (pp. 37 - 64). Lanham, Maryland: Rowman and Littlefield.

Castro, H. (1936). *Del Ayllu al Cooperativismo Socialista*. Lima: Peisa.

Cerrón-Palomino, R. (2013). *Las lenguas de los incas: el puquina, el aimara y el quechua*. PL Academic Research.

Chirinos, A. (2010). *Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI*. Lima: Comentarios SAC.

- Civil, M. (2014). Why Should Mathematics Educators Learn from and about Latina/o Students' In-School and Out-of-School Experiences? *Journal of Urban Mathematics Education*, 7(2), 9-20.
- Civil, M. y Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: does every student have a voice? *For the learning of mathematics*, 24(1), 7-12.
- Clements, K. (2000). Matemáticas en la escuela: cuestiones de equidad y justicia. En G. N., J. Deulofeu y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 57-77). Barcelona: Graó.
- Concilio Provincial Lima. (1614). *Concilium Limense: celebratum anno 1583 sub Gregorio XIII Sum. Pont. auctoritate Sixti Quinti... approbatum, iussu. Philippi Secundi editum* Lima: Ministerio.
- Connell, R. (1997). *Escuelas y Justicia social*. Madrid: Morata.
- D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J. Giménez, J. Díez-Palomar y M. Civil (Eds.), *Educación matemática y exclusión* (pp. 83-102). Barcelona: Graó.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática*. São Paulo, Brazil: Ática.
- D'Ambrósio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. *A Educação Matemática em revista*, 1(1), 5-11.
- Dewey, J. (1995). *Democracia y educación una introducción a la filosofía de la educación*. Madrid: Morata.
- Dworkin, R. (1990). *Equality, democracy, and constitution: we the people in court*. Oxford: Law Review.
- Encinas, J. A. (1932). *Un ensayo de escuela nueva en el Perú*. Lima: Minerva.
- Estermann, J. (2006). *Filosofía andina: sabiduría indígena para un mundo nuevo* (2 ed.). La Paz: Instituto Superior Ecuménico Andino de Teología.



- Estermann, J. (2007). *Lo andino, una realidad que nos interpela*. Instituto Superior Ecumenico Andino de Teología. Lima: Minerva.
- Estermann, J. (2013). Ecosofía andina: Un paradigma alternativo de convivencia cósmica y de Vivir Bien. *Revista FAIA*, 2(9), 2-21.
- Fascioli, A. (2013). *Honneth frente a Habermas: confrontaciones sobre la renovación de la Teoría Crítica: Alcance y aporte del concepto de reconocimiento en la teoría* (Tesis Doctoral). Universitat de Valencia. Valencia, España.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 45(2), 315-339.
- Frankenstein, M. (1995). Equity in mathematics education: Class in the world outside the class. En W. Secada, E. Fennema y L. Byrd Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 165-190). Cambridge, United Kingdom: Cambridge University.
- Fraser, N. (2008). *Escalas de justicia*. Barcelona, España: Herder.
- Fraser, N. y Honneth, A. (2006). *¿Redistribución o reconocimiento? Un debate político-filosófico*. Madrid, España: Morata.
- Freire, P. (1975). *Pedagogía del oprimido*. Madrid: Siglo XXI.
- Fuentes, M. d. (2015). Conocimientos, técnicas y rituales vinculados a la renovación anual del puente Q'eswachaka reconocidos como patrimonio cultural de la humanidad. En S. Negro (Ed.), *Reflexiones en torno al patrimonio cultural del Perú* (pp. 425-433). Lima: Universitaria.
- Gacilado de la Vega, I. (1941 [1609]). *Primera parte de los comentarios reales: que tratan del origen de los yncas, reyes que fuereon del Peru, de su idolatria, leyes, y gobierno en paz y en guerra: de sus vidas y conquistas, y de todo lo que fue aquel imperio y su república*. Lisboa: Aveiro.
- Garcilaso de la Vega, E. I. (1991 [1609]). *Comentarios reales de los Incas*. Caracas: Biblioteca Ayacucho.

- Gerdes, P. (2008). *A Numeração em Moçambique: Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. Maputo: Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação.
- Giroux, H. (2001). *Cultura, política y práctica educativa*. Barcelona: Graó.
- Giroux, H. A. (1990). *Los profesores como intelectuales: hacia una pedagogía crítica del aprendizaje*. Barcelona: Paidós.
- Giroux, H. A. (2005). *Estudios culturales, pedagogía crítica y democracia radical*. Madrid: Popular.
- Giroux, H. A. (2016). Pedagogies of disruption and the challenge of social justice under regimes of neoliberalism. *Revista Hipótese*, 2(1).
- Gómez-Müller, A. (2008). Justicia cultural y Justicia social: Mariátegui y el "problema Indígena". *Logos*, 23(14), 93-105.
- González Holguín, D. (1952 [1608]). *Vocabulario de la lengua general de todo el Perú llamada lengua qqichua o del Inca*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- González Holguín, D. (1952 [1608]). *Vocabulario de la lengua general de todo el Perú llamada lengua Qquichua o del Inca*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- González, M. (1924). *Horas de lucha*. Madrid: Callao.
- Griffiths, M. (2003). *Action for Social Justice in Education*. Maidenhead: Open University Press.
- Guaman Poma de Ayala, F. (1987 [1615]). *Primer nueva crónica y buen gobierno*. Madrid: Historia 16.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Nueva York: Routledge.

- Gutstein, E. (2007). Connecting community, critical, and classical knowledge in teaching mathematics for social justice. *The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph*, 28(3) 109-118.
- Gutstein, E. (2009). Possibilities and challenges in teaching mathematics for social justice. *Critical Issues in Mathematics Education*, 15(4) 351-373.
- Habermas, J. (1982). *Conocimiento e interes*. Madrid, España: Taurus.
- Habermas, J. (1984). *Ciencias y técnica como "ideología"*. Madrid, España: Tecnos.
- Habermas, J. (1997). La lucha por el reconocimiento en el Estado democrático de derecho. La inclusión del otro. *Revista de Filosofía*, 15, 25-47.
- Honneth, A. (1992). Integridad y desprecio. Motivos básicos de una concepción de la moral desde la teoría del reconocimiento. *Isegoría*, 16(1), 78-92.
- Honneth, A. (1997). *La lucha por el reconocimiento*. Barcelona: Crítica.
- Honneth, A. (1998). Entre Aristóteles y Kant. Esbozo de una moral del reconocimiento. *Logos: Anales del Seminario de Metafísica*, 6(3), 17-37.
- Ifrah, G. (1997). *Historia universal de las cifras: la inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo*. Madrid: Espasa Calpe.
- Jancsó, K. (2009). *Indigenismo político temprano en el Perú y la Asociación Pro-Indígena* (Tesis doctoral). Universidad de Szeged, Szeged.
- Joseph, G. G. (1991). *The crest of the peacock: Non-European roots of mathematics*. Londres: Tauris.
- Knijnik, G. (1993). An ethnomathematical approach in mathematical education: A matter of political power. *For the Learning of Mathematics*, 13, 23-25.
- Knijnik, G. (1997). Popular knowledge and academic knowledge in the Brazilian peasants' struggle for land. *Educational Action Research*, 5(3), 501-511.

- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escrita en la educación matemática campesina del sur del Brasil. En J. Giménez, J. Diez-Palomar y M. Civil (Eds.), *Educación Matemática y Exclusión* (pp. 63-81). Barcelona: Graó.
- Knijnik, G. (2007). Mathematics education and the Brazilian Landless Movement: three different mathematics in the context of the struggle for social justice. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 21(1), 1-18.
- Ladson-Billings, G. (2009). *The dreamkeepers: Successful teachers of African American children*. Nueva York: John Wiley & Son.
- Landerman, P. N. (1978). *The proto-Quechua first person marker and the classification of Quechua dialects*. Urbana-Champaign: University of Ill.
- Laurencich-Minelli, L. y Rossi, E. (2007). La Yupana de la Nueva Crónica y las Yupanas de Exsul Imeritus Blas Valera populo suo, ¿ábaco y escritura Inca o sincretismo jesuita? En L. Laurencich y P. Numhauser (Eds.), *Sublevando el virreinato, documentos contestatarios a la historiografía tradicional del Perú colonial* (pp. 375-422). Quito: Abya Yala.
- Laurencich, L. (2016). La escritura de los Incas a la luz de dos documentos jesuíticos recién descubiertos. *Antiguos Jesuitas en Iberoamérica*, 4(1), 68-90.
- Layme, F. (2004). *Diccionario bilingüe: aymara castellano, castellano aymara*. La Paz: Consejo Educativo Aymara.
- Leonard, M. y Shakiban, C. (2011). The Incan abacus: A curious counting device. *Journal of Mathematics and Culture*, 5(2), 81-106.
- Lisi, F. L. (1990). *El tercer concilio limense y la acultaración de los indígenas sudamericanos*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Lucca, M. d. (1987). *Diccionario Práctico Aymara-Castellano, Castellano-Aymara*. La Paz: Editorial Los Amigos del Libro.
- MacIntyre, A. C. (1987). *Tras la virtud*. Barcelona: Crítica.
- Mariátegui, J. C. (1981). *Ideología y política*. Lima: Imprenta Amauta.

- Mariátegui, J. C. (2007). *7 Ensayos de la interpretación de la realidad peruana*. Caracas: Fundación Biblioteca Ayacucho.
- Marrou, A. (2003). Pensamiento Pedagógico de José Antonio Encinas Franco. *Investigación Educativa*, 7(12), 13-22.
- Mason, J. A. (1962). *Las antiguas culturas del Perú*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Mayer, D. (1907). *Estudios Sociológicos*. Callao: Concejo Provincial del Callao.
- Maza, C. (1995). *Aritmética y representación: De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Paidós.
- McLaren, P. (1997). *Pedagogía crítica y cultura depredadora*. Barcelona: Paidós.
- Mendizábal, E. (1989). *Estructura y función en la cultura andina: fase inka*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Milla, C. (1983). *Génesis de la cultura andina*. Lima: Fondo Editorial CAP Colección Bional.
- Millones, R. y Millones, L. (2003). *Calendario tradicional peruano*. Lima: Fondo Editorial del Congreso del Perú.
- Ministerio de Educación del Perú. (2003). *Ley General de Educación N.º 28044*. Lima: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación. (2013). *Hacia una educación intercultural bilingüe de calidad. Propuesta pedagógica*. Lima: Corporación Gráfica Navarrete.
- Mogollón, L. A. (2016). *Metodología de sistematización de experiencias educativas innovadoras. Serie "herramientas de apoyo para el trabajo docente"*. Lima: Representación de la UNESCO en Perú.
- Moses, R. P. y Cobb, C. E. (2001). *Radical equations: Math literacy and civil rights*. Boston: Beacon Press.

- Murillo, F. J. y Hernández-Castilla, R. (2011). Hacia un Concepto de Justicia Social. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 9(4), 7-23.
- Murillo, F. J. y Hernández-Castilla, R. (2014). Liderando Escuelas Justas para la Justicia Social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 3(2), 13-32.
- Nunes, T. (1993). The socio-cultural context of mathematical thinking: Research findings and educational implications. En B. A. J., K. Hart, S. Lerman y T. Nunes (Eds.), *Significant influences on children's learning of mathematics* (pp. 27-42.). Paris: UNESCO.
- OECD. (2016). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2015. Ciencias, matemáticas, lectura y competencia financiera*. Paris: OECD Publishing.
- Pabón, O. A., Gómez, D. M. y Sarmiento, E. (2008). El laboratorio de matemáticas. O. A. Pabón, D. M. Gómez y E. Sarmiento (Eds.), *Memorias XVIII Encuentro de Geometría y VI encuentro de Aritmética* (pp. 189-201). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Pais, A. (2012). A critical approach to equity. En O. Skovmose y B. Gree (Eds.), *Opening the Cage Critique and Politics of Mathematics Education* (pp. 49-92). Rotterdam: Sense Publishers.
- Parker, G. J. (1969). Comparative Quechua Phonology and Grammar 1: Classification. *Working Papers in Linguistics*, 1, 65-87.
- Pasquale, N. D. (s.f). *Decimal Guaman Poma*. Nueva York: Lecturer.
- Peña-Cabrera, A. (1996). *Racionalidad occidental y racionalidad andina: una comparación*. Lima: Bartolomé de las Casas.
- Peña, A. (1992). Racionalidad occidental y racionalidad andina. *Instituto para el estudio de la Cultura y Tecnología andina*, 2, 1-22.
- Peña, A. (2005). *La racionalidad andina*. Lima: Editorial Mantaro.
- Pereyra, H. (1990). La Yupana, complemento operacional del quipu. C. Mackey, (Ed.) *Quipu y Yupana* (pp. 235-255). Lima: Saber.

- Pérez de la Fuente, O. (2010). Escalas de Justicia y emancipación: inclusión, redistribución y reconocimiento. *Astrolabio. Revista internacional de filosofía*, 11, 378-391.
- Picower, B. (2012). *Practice what you teach: Social justice education in the classroom and the streets*. Londres: Routledge.
- Pilares, G. (2005). Los sistemas numéricos del quechua y el aimara. *Revista andina*, 40, 149-178.
- Pinto, H. (2014). Contaminación ambiental en Tintaya. *Investigaciones Sociales*, 18(33), 201-216.
- Planas, N. y Civil, M. (2007). Reconstrucción de creencias, prácticas e identidades en torno a la educación matemática de alumnos inmigrantes. En N. Planas y M. Civil (Eds.), *Educación matemática y exclusión* (pp. 131-146). Barcelona: Graó.
- Postigo, M. (2012). El género y las dimensiones de la justicia: reflexiones sobre la teoría tridimensional de Nancy Fraser. *Cuadernos de Kóre*, 1(5), 44-79.
- Radicati, C. (1979). *El sistema contable de los Incas: yupana y quipu*. Lima: Librería Studium.
- Rawls, J. (1975). Fairness to goodness. *The Philosophical Review*, 84(4), 536-554.
- Rawls, J. (1995). *Teoría de la Justicia*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Rawls, J. (2002). *La Justicia como equidad*. Barcelona: Paidós.
- Rawls, J. (2004). *El liberalismo político*. Madrid: Crítica.
- Richardson, K. (2001). *Modelos de desarrollo cognitivo*. Madrid: Alianza Editorial.
- Ríos, J. (2013). Las Matemáticas ancestrales y la Yupana. *Revista Tarea*, 82, 41-47.

- Rojas-Gamarra, M. y Stepanova, M. (2015). Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu/The Inka numeration system in the Yupana and Khipu. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* , 8(3), 46-68.
- Rosa, M., D'Ambrosio, U., Orey, D. C., Shirley, L., Alangui, W. V., Palhares, P. y Gavarrete, M. E. (2016). *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program*. Nueva York: Springer Open.
- Rostworowski, M. (1960). *Pesos y medidas en el Perú pre-hispánico*. Lima: Minerva.
- Rowe, J. H. (1944). *An introduction to the archaeology of Cuzco (Vol. 27)*. Cambridge: Papers of the Peabody Museum of American Archaeology and Ethnology: Harvard University.
- Sáenz, C., Bruno, G., Natalia, R. y Atrio, S. (mayo de 2015). Estudio observacional sobre la docencia en matemáticas para la Justicia Social. Comunicación presenta en la *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. México: Universidad del Valle de México.
- Salazar, A. (1976). *La educación del hombre nuevo. La Reforma Educativa Peruana*. Buenos Aires: Paidós.
- Sánchez, R. (2015). *Apus de los cuatro Suyus: Construcción del mundo en los ciclos mitológicos de las deidades montaña*. Lima: Centro Bartolomé de las Casas.
- Sandel, M. J. (1982). *Liberalism and the Limits of Justice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sandel, M. J. (2000). *El liberalismo y los límites de la justicia*. Madrid: Gedisa.
- Schroeder, J. (2001). *Matemática andina*. Lima: Ministerio de Educación/GTZ Cooperación Alemana al Desarrollo.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Rotterdam: Sense Publishers.



- Skovsmose, O. (2012). Symbolic power, robotting, and surveilling. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1-2), 119-132.
- Skovsmose, O. (2016). Politics of meaning in mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 31, 1-15.
- Skovsmose, O. y Penteado, M. G. (2015). Mathematics education and democracy: An open landscape of tensions, uncertainties, and challenges. En E. L. Dortin y K. Dewer (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 359-373). Nueva York: Routledge.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2001). Breaking political neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy. En B. Ateweh, H. Forgasz y B. Nebres (Eds.), *Socio-cultural aspects of mathematics education. An international research perspective* (pp. 37-56). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2007). Educación matemática y Justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información. En P. Valero (Ed.), *Educación matemática y exclusión* (pp. 45-61). Barcelona: Graó.
- Taylor, C. (1985). *Human Agency and Language*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Taylor, C. (1993). *El multiculturalismo y la "política del reconocimiento"*. Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.
- Taylor, C. (1994). *La ética de la autenticidad*. Barcelona: Paidós.
- Taylor, C. (1996). *Fuentes del yo. La construcción de la identidad moderna*. Barcelona: Paidós.
- Taylor, C. (1996). Identidad y reconocimiento. *Revista Internacional de Filosofía Política*, 7, 10-19.
- Taylor, C. (1997). La irreductibilidad de los bienes sociales. *Argumentos Filosóficos* 3(2), 175-197.

- Taylor, G. (2008). *Ritos y tradiciones de Huarochirí*. Lima: Instituto de Estudios Peruanos.
- Torero, A. (1964). Los dialectos quechuas. *Anales Científicos de la Universidad Molina*, 2(4), 446-478.
- Tun, M. (2014). Yupana. *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, 3, 1-9.
- UNESCO (1989). *Reorientation and reform of secondary education in Asia and the Pacific Region*. Bangkok: UNESCO Principal Regional Office for Asia and Pacific.
- Urton, G. (2003). *La vida social de los números. Una ontología d los números, y la filosofía de la aritmética quechua*. Cusco: Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de las Casas.
- Urton, G. (2005). *Signos del khipu Inka: código binario*. Cusco: Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de las Casas.
- Urton, G. (2006). *Estudios sobre los quipus*. Cusco: Carlos Radicati di Primeglio.
- Valcárcel, L. E. (1927). *Tempestad en los Andes*. Lima: estudios educativos.
- Valencia, A. (1979). Nombres del maíz y su uso ritual por Kánas. *Antropología Andina*, 3.
- Valencia, A. (1982). *Pesas y medidas inkas: Continuidad en los mercados de Canas*. Cusco: Centro de Estudios Andinos Cuzco.
- Valera, B. (2009 [1618]). Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo. En L. Laurencich-Minelli y B. Valera (Eds.), *Nativos, jesuitas y españoles en dos documentos secretos del siglo XVI* (pp. 130-243). Chachapoyas: Municipalidad Provincial de Chachapoyas.
- Vexler, I. (2004). *Informe sobre la educación peruana: situación y perspectivas. Conferencia Internacional de Educación*. Lima: Ministerio de Educación.

- Villavicencio, M. (1983). *Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas y geométricas en las comunidades rurales de Puno*. Lima: Ministerio de Educación INIDE.DDE.
- Villavicencio, M. (2015). *Matemáticas en la educación intercultural bilingüe. orientaciones pedagógicas*. Lima: Ministerio de Educación del Perú.
- Volmink, J. D. (1994). Mathematics by all. En S. Lerman (Ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 51-67). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Wade, R. C. (2007). *Social studies for social justice: Teaching strategies for the elementary classroom*. Nueva York: Teachers College Press.
- White, L. A. (1988). *La ciencia de la cultura: un estudio sobre el hombre y la civilización*. Barcelona: Círculo de Lectores.
- Young, I. M. (2011). *Responsabilidad por la justicia*. Madrid: Paidós.
- Zulen, P. (1924). *El neohegelianismo al neorealismo. estudio de las corrientes Filosóficas en Inglaterra y Estados Unidos desde la introducción de Hegel hasta la actual reacción neorealista*. Lima: Castro.

## **Fe Erratas**

Estimados miembros del jurado, por error nuestro ha sido omitido un apartado de la tesis. El cual subsanamos con la fe erratas que adjuntamos a continuación:



## **Capítulo 6.7.**

# **METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN**

---

### ***6.7.1. Introducción***

A continuación se explica la estructura del proceso de investigación y la orientación que se ha seguido. En primer lugar se contextualiza la temática del estudio y se define los objetivos de investigación, para luego definir los diversos sub apartados que constituyen el presente estudio. En segundo lugar se describe el tipo de investigación, así como la selección de la metodología utilizada. En tercer lugar se describirá el proceso seguido para responder a los objetivos del estudio.

### ***6.7.2. Contextualización del problema de investigación***

Se parte de la premisa de la formación integral de las personas para el “buen vivir”, idea que se procura entender y plantear como una “educación para la justicia social”, o lo que se puede traducir en el ámbito andino como la “justicia comunitaria”. Entonces recobra sentido y urgencia el tematizar, unas bases teóricas que orienten y sean el soporte para la acción educativa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular de la planificación y diseño de los materiales educativos. Son éstas las motivaciones que han conducido al planteo del presente estudio. Preguntas tales como: ¿Qué materiales manipulativos apropiados se tienen para los aspectos pedagógicos?, y ¿Qué actividades matemáticas culturales se pueden desarrollar con este material?, o ¿cuáles son las limitaciones o inconvenientes con los contenidos convencionales?, ha conducido en este estudio a elegir el material ancestral de la Yupana.

En el Perú, en los últimos años desde la educación intercultural bilingüe se han realizado esfuerzos en la elaboración de materiales educativos para estudiantes que tienen una lengua originaria (Shawi, Awajún, Shipibo, Ashaninka, Aimara, quechua Chanka y quechua Cusco Collao) y una cosmovisión andina, amazónica y costera propia; con este estudio se pretende aportar bases teóricas que permitan reflexionar acerca de los mencionados materiales educativos y otros.

Las bases teóricas acerca de la educación matemática para la justicia social conformarán el soporte que oriente el diseño, planificación y elaboración de propuestas pedagógicas de corte constructivista, con perspectiva intercultural y de justicia social; así como el uso pedagógico de la Yupana en la formación de conceptos, procedimientos y valores de cantidad (procesos de cuenta).

### **6.7.3. *Objetivos de la investigación***

El objetivo del presente estudio es comprender las bases teóricas para proponer la práctica educativa de la Yupana, como material manipulativo en la educación matemática, que se oriente a la justicia social y al cambio educativo, para niños de las comunidades quechuas alto andino del Perú. Los objetivos de la investigación son, los siguientes:

- a) Describir las bases teóricas para la concepción de justicia social en el campo educativo, desde los trabajos filosóficos y políticos seleccionados.
- b) Identificar las principales corrientes de educación matemática que orientan su estudio a la justicia social, así como la identificación de los principios que caracterizan una educación matemática con perspectiva intercultural y justicia social.
- c) Describir las actividades matemáticas andinas (etnomatemáticas) relacionadas a contar y medir, por medio de la búsqueda de investigaciones relacionadas.
- d) Proponer el uso pedagógico de la Yupana, como material manipulativo complementario para la construcción de la concepción de cantidad y los procesos de cálculos aritméticos en la educación primaria.

#### **6.7.4. Diseño y desarrollo de la metodología de investigación**

- ***Técnicas de investigación documental***

Método y técnica no son equiparables, el método es el procedimiento, camino o itinerario general, para llegar a la verdad; mientras la técnica es la actividad concreta, a través de la cual se aplica el método (Sánchez-Beato, 2006, p. 45). Respecto a las fuentes de conocimientos utilizados para la obtención de datos, se identifican por lo menos tres tipos de investigación: la documental, la de campo y la experimental. Cada uno de estos tipos pueden ser excluyentes o pueden complementarse (Hernández Laura, 2003, p:18; Sánchez-Beato, 2006, p: 71).

La investigación documental es el conjunto de actividades metódicas y técnicas que tiene por objetivo la **compilación, análisis y exposición crítica** de la información y datos contenidos en documentos (Medina, 2002, p. 164). Se entiende por el termino “documental” a todo aquel material de índole permanente, lo que quiere decir que se puede acceder como fuente o referencia en cualquier momento o lugar, sin que se altere su naturaleza o sentido, para que aporte información sobre una realidad o acontecimiento (Sánchez-Beato, 2006, p. 72).

En el estudio, el objeto que se maneja es el documento en su más amplia aceptación, es decir, todo lo que informa, de testimonio o prueba de algo: crónicas, diccionarios, revistas, artículos, en suma un buen número de material bibliográfico que de soporte a la temática en cuestión. Su finalidad radica en proporcionar información seleccionada, el método que se utiliza es semejante a la de la biblioteología (De la Torre Villar y Navarro de Anda, 1982, p. 96).

Las fuentes de información documental pueden ser de diversos tipos: bibliográficas, iconográficas, fonográficas, y electromagnéticas (Cázares, 2003, p. 18). En este estudio empleamos básicamente las fuentes bibliográficas e iconográficas. Las bibliográfica, consiste en los medios de registro escrito, pueden ser enciclopedias, diccionarios tratados, manuales, monografías, etc., también pueden ser manuales como pergaminos o actas. Mientras las fuentes iconográficas se presentan como dibujos, iconos pinturas, o cualquier otro tipo de imágenes gráficas. Éstas pueden a su vez



sub-clasificarse en proyectables: películas, diapositivas, etc. y no proyectables: fotografía, pintura, planos, mapas, etc.

- ***El método en la investigación bibliográfica y documental***

La documentación en la investigación científica constituye una manifestación de una materia más amplia, que es la documentación en general, que a su vez es una disciplina que depende de otras dos ciencias: la información y la comunicación. En este sentido, la documentación, la información y la comunicación son los fundamentos de la documentación en la investigación científica que se va a examinar (Sierra Bravo, 1993, p. 150). El presente estudio de forma específica sigue la metodología de la investigación documental.

La **información** es el conjunto de datos o ideas que caracterizan una situación o materia, no conocidos por un sujeto y transmitidos a él por algún medio, de modo que permita incrementar su conocimiento de algo y pueda facilitar su acción.

La información implica los siguientes aspectos:

- Su naturaleza es intelectual, este conocimiento es capaz de conformar o informar la razón humana. Su forma viene dada por las informaciones que reciba y las ideas que adquiera por sí misma.
- Implica la novedad, para ser considerada realmente como información, debe ser noticia, es decir, debe transmitir al que recibe algo nuevo para él, no conocido hasta el momento.
- Facilita la actividad humana, la información al proporcionar nuevos conocimientos disminuye la incertidumbre y facilita la acción.
- Implica un proceso de comunicación, el conocimiento que se obtiene por uno mismo (mediante la observación, el razonamiento) no constituye propiamente la información. La información se recibe de otros transmitida por algún medio.
- La información tiene que presentar un cierto carácter plural, no se limita a un dato o una idea, por el contrario engloba la serie de datos e ideas diversas que definen una situación o materia.

La **comunicación** describe los medios y el funcionamiento mediante los cuales tiene lugar la transmisión de las ideas, noticias y referencias dentro de un sistema. La comunicación es en general el enlace o la conexión entre dos términos que permite la transmisión de algo entre ellos.

La efectividad de la transmisión de la información da lugar a un proceso, que se puede representar en el siguiente gráfico:

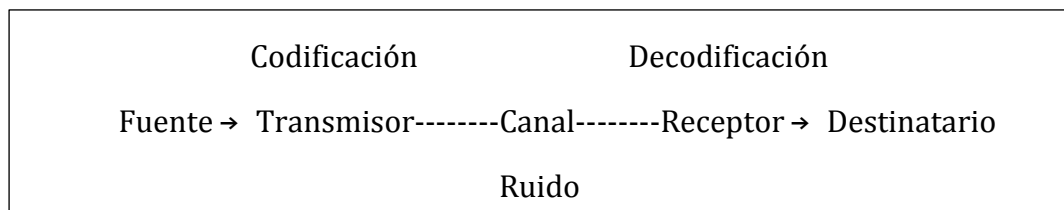


Figura 7.1. Proceso de transmisión de la información (Sierra Bravo, 1993)

A continuación se describen cada uno de los elementos, tomando los trabajos de Sierra (Sierra Bravo, 1993, pp. 154-156).

La fuente o emisor, es el sujeto, de donde procede el mensaje o la información. Realiza una codificación del mensaje, es decir, expresa éste de una forma física determinada, mediante un código: el lenguaje hablado o escrito, las imágenes y los símbolos.

El transmisor, está constituido por los órganos de la fuente (la garganta que emite sonidos, la mano que escribe, etc.) así como de los instrumentos de que se sirve (ordenador, emisora de radio o televisión), empleados por la fuente para enviar el mensaje al destinatario.

El canal, enlaza el transmisor con el receptor y constituye el medio para hacer llegar el mensaje al destinatario (ondas sonoras, cables telefónicos, redes inalámbricas, etc.). El canal se puede ver afectado por el ruido, término que designa cualquier tipo de factor extraño a la comunicación que se interpone entre transmisor y receptor y puede perturbarla.

El receptor, al igual que el transmisor, está formado por los sentidos y los órganos del destinatario y los mecanismos que emplea para captar los mensajes comunicados.

El destinatario, es el que recibe la idea o el significado transmitido, lo que exige decodificar o interpretar el código de signos o símbolos utilizados para transmitir la información.

En este estudio la información científica constituye también un proceso de comunicación. En ésta se distingue igualmente una fuente que son los investigadores, que han ideado las teorías y los han codificado; asimismo un medio de transmisión, generalmente es la elaboración de una obra científica y su publicación en forma de libro o artículo; un receptor formado por los sentidos y órganos que captan la información; y por último, el destinatario, compuesto por el investigador, que decodifica la información, capta las ideas o significados.

La documentación, se considera muchas veces como un elemento del sistema de información, o como un sistema en sí mismo. La documentación forma parte del sistema de información en cuanto recoge, ordena, clasifica, analiza y conserva los documentos en los que contiene informaciones, con la finalidad de proporcionar a las personas interesadas una información determinada. En este sentido la razón de la documentación reside en la creación de cuadros lógicos de registro y clasificación de ideas y documentos recogidos con la finalidad de identificarlos con facilidad.

#### ***6.7.4.1. Secuencia del desarrollo de la investigación***

La pregunta que se ha planteado requiere una labor de investigación. El cual consistirá de un acopio de información, de una reflexión permanente, un trabajo continuado, que está a su vez sujeto a un plan de trabajo que permite lograr los objetivos planteados. Los pasos a seguir son:

- Revisión bibliográfica de las bases para la concepción de Justicia social en el campo educativo. Centrada principalmente en trabajos filosóficos y políticos.
- Revisión de las principales corrientes de la educación matemática que orientan su trabajo a la justicia social. Revisión e identificación de los principios que caracterizan una educación matemática con perspectiva intercultural y de justicia social.
- Revisión, y descripción de las matemáticas andinas. Se describe una serie de publicaciones que orientan sus trabajos de investigación

hacia la justicia social, que luego se comparan y organizan para su mejor comprensión.

- Análisis de las fuentes sobre los instrumentos ancestrales: la Yupana y el Khipu. Además de la revisión histórica, y de las distintas interpretaciones del funcionamiento de la Yupana, se propone una interpretación y uso pedagógico de la Yupana, través de una serie de ejemplificaciones para la formación de las nociones de cantidad y de los procedimientos aritméticos.

#### ***6.7.4.2. Proceso de investigación documental***

La investigación documental comprende tres etapas bien diferenciadas: documentación, sistematización o análisis y exposición (Sierra Bravo, 1993, p. 34).

- ***La etapa documental. Búsqueda, consulta y registro de las fuentes***

La investigación científica ha de tener como punto de inicio los conocimientos precedentes sobre el tema a investigar. Se exige una labor previa de documentación para buscar antes que nada, las fuentes donde se encuentran dichos conocimientos precedentes, y conocer después su contenido por medio de la lectura.

Aquí se elige el tipo de material objeto de estudio. La primera tarea en esta etapa es buscar, recopilar y consultar las fuentes idóneas para la presente investigación. Luego se procura sintetizar, organizar y comprender los conocimientos que se adquieren en base al estudio de la misma. Finalmente, se propone la exposición y el análisis crítico que se presenta en este trabajo.

Lo señalado arriba forma parte de la construcción de la base teórica que se busca en el estudio. La base teórica se entiende como “la exposición y análisis de la teoría y del grupo de teorías que sirven como fundamento para explicar los antecedentes e interpretar los resultados de la investigación” (Sánchez-Beato, 2006, p. 130)

Las fuentes elegidas serán las que proporcionen el punto de partida, y representan la experiencia que existe sobre el tema. Para realizar el estudio bibliográfico se ha construido una base de datos bibliográficos, en base a documentos informáticos en el ordenador y la web.

Para la organización, descripción y análisis de los textos seleccionados fuentes primarios, es decir las obras de los autores citados en la Tabla 7.1. Se ha trabajado en bibliotecas españolas y bibliotecas peruanas. A continuación se listan las principales fuentes seleccionados para la revisión documental:

Tabla 7.2. Lista de las principales fuentes seleccionadas para el análisis del presente estudio

Justicia social
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Charles Taylor (1983): El multiculturalismo y la “política del reconocimiento”;</li> <li>• Alex Honneth (1997): La lucha por el reconocimiento;</li> <li>• John Rawls (1971, 2002): Teoría de la Justicia; La justicia como equidad;</li> <li>• Nancy Fraser (2006, 2008): ¿Redistribución o reconocimiento? Un debate político-filosófico; Escalas de justicia.</li> </ul>
Filosofía Andina
<ul style="list-style-type: none"> <li>• José Carlos Mariátegui (1929): 7 Ensayos de la interpretación de la realidad peruana;</li> <li>• Antonio Peña Cabrera (2005): Racionalidad occidental y racionalidad andina: una comparación;</li> <li>• Josef Estermann (2006): Filosofía andina: sabiduría indígena para un mundo nuevo.</li> </ul>
Cambio educativo y justicia social
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Paulo Freire (1972): Pedagogía del oprimido;</li> <li>• Michael W. Apple (1997): Educación y poder;</li> <li>• Henry Giroux (1997, 2001): Los profesores como intelectuales: hacia una pedagogía crítica del aprendizaje; Cultura, política y práctica educativa;</li> <li>• Pete McLaren (1997): Pedagogía crítica y cultura depredadora;</li> <li>• José Antonio Encinas (1932): Un ensayo de escuela nueva en el Perú.</li> </ul>
Educación matemática para la justicia social
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ole Skovsmose (1999): Hacia una filosofía de la educación matemática crítica;</li> <li>• Ole Skovsmose y Paola Valero (2007): Educación matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información (artículo);</li> <li>• Eric Gutstein (2003): Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school (artículo);</li> <li>• Alan Bishop (1999, 2000): Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural; Enseñanza de las matemáticas:</li> </ul>

¿cómo beneficiar a todos los alumnos? (artículo);
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubiratan D'Ambrosio (2007): La matemática como ciencia de la sociedad.</li> </ul>
Actividades matemáticas andinas (etnomatemática)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Georges Ifrah (1997): Historia universal de las cifras;</li> <li>• María Rostworowski (1960): las medidas y pesas en el Perú pre-hispánico;</li> <li>• Abraham Valencia Espinoza (1982): Pesas y medidas Inkas;</li> <li>• Martha Villavicencio Ubillús (1983, 2005): Numeración, algoritmos y aplicación de relaciones numéricas y geométricas en las comunidades rurales de Puno; Matemáticas en la educación intercultural bilingüe. Orientaciones pedagógicas;</li> <li>• Calor Milla (1983): Génesis de la cultura andina;</li> <li>• Gary Urton (2003): La vida social de los números. Una ontología de los números, y la filosofía de la aritmética quechua.</li> </ul>
Diccionarios lingüísticos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bertonio, Ludovico (2011 [1612]): Vocabulario de la lengua aymara;</li> <li>• Diego González Holguín (1952 [1608]): Vocabulario de la lengua general de todo el Perú llamada lengua Qquichua o del Inca;</li> <li>• Academia Mayor de la Lengua Quechua (2005): Diccionario quechua-español-quechua.</li> </ul>
Yupana y khipu
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Andrés Chirinos (2010): Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI;</li> <li>• Nicolino De Pasquale (s.f): Decimal Guaman Poma (monografía);</li> <li>• Carlos De Radicati (1979): El sistema contable de los Incas: yupana y quipu;</li> <li>• Jesús Ríos (2013): Las Matemáticas ancestrales y la Yupana (artículo).</li> </ul>
Crónicas de los siglos XVI y XVII
<ul style="list-style-type: none"> <li>• José de Acosta (2008): Historia natural y moral de las Indias;</li> <li>• Felipe Guaman Poma de Ayala (1615): La nueva crónica y buen gobierno;</li> <li>• Garcilaso de la Vega (1991 [1609]): Comentarios reales de los Incas;</li> <li>• Pedro Cieza de León (2005 [1880], 1880 [1553]): Crónica del Perú: el señorío de los Incas; Segunda parte de La crónica del Perú: que trata del señorío de los Incas yupanquis y de sus grandes hechos y gobernación.</li> <li>• Blas Valera (1916); obra: Exsul Immeritus Blas Valera Populo Suo e Historia et Rudimenta Linguae Piruanorum. Nativos, jesuitas y españoles en dos documentos secretos del siglo XVI, obra traducida por Laurencich-Minelli, Laurenci.</li> </ul>

- ***La etapa de sistematización u organización***

Consiste en realizar un análisis reflexivo y crítico de las fuentes consultadas. Se extraen los datos que se requieren para la elaboración del trabajo, se relacionan entre sí, se formulan las valoraciones personales y los juicios críticos.

La organización de los resultados de investigación nos permite realizar la presentación y registro definitivo en el documento o informe. Emplear un método implica una sistematización del pensamiento, una organización mental y la capacidad de prever una respuesta acertada (Sánchez-Beato, 2006, p. 228). En esta etapa se trata de reflexionar de todo lo aprendido, de las ideas acerca de la temática que es objeto de estudio.

- ***La etapa expositiva. El proceso de escribir.***

En esta última etapa se realiza la tarea de la redacción, empleando los elementos obtenidos en las dos etapas anteriores, y se proceden a señalar los resultados obtenidos con el fin de publicarlos a la comunidad científica y a cualquier lector en general. Posibilitando de este modo, no sólo, su público conocimiento, sino la crítica y la revisión de los mismos.

El proceso de investigación concluye con la redacción de un escrito que tiene por objeto comunicar los resultados obtenidos en el acopio y la valoración de las fuentes documentales consultadas y estudiadas (Garza, Ario, 1988, citado en Sánchez-Beato, 2006, p:238). En resumen, se trata de presentar la investigación realizada y los resultados finales de una forma sistemática y elaborada. Dos son las principales razones para la comunicación de los resultados: primero, porque informa los hallazgos de la investigación que constituye una responsabilidad moral y social que asume el científico; y segundo, difundir los hallazgos de la investigación es la mejor forma de poner en prueba su validez, por la posibilidad de contrastación y revisión por parte de los otros miembros de la comunidad científica.

### **6.7.5. Referencias**

- Cázares, L. (2003). *Técnicas actuales de investigación documental* (Tercera ed.). México: Trillas.
- De la Torre Villar, E., & Navarro de Anda, R. (1982). *Metodología de la investigación bibliográfica, archivística y documental*. México: Mc Graw-Hill.
- Medina, L. (2002). *Métodos de Investigación I y II* (segunda ed.). México: Dirección General de Tecnológica Industrial.
- Sánchez-Beato, E. J. (2006). *Metodología de la investigación documental. Técnicas para la elaboración de una Tesis Doctoral en Derecho*. Málaga: Junta de Distrito N°3.
- Sierra Bravo, R. (1993). *Tesis doctorales y trabajos de investigación científica*. Editorial Paraninfo. Madrid: Paraninfo.